

Донской государственный технический университет
ДГТУ
Вестник
Донского государственного технического университета
Теоретический и научно-практический журнал
Vestnik of Don State Technical University
Том 17
№ 1
2017
Vol. 17
no. 1
2017
ISSN 1992-5980
eISSN 1992-6006
1 Механика
Mechanics
2 Машиностроение и машиноведение
Machine Building and Machine Science
3 Информатика, вычислительная техника и управление
Information Technology, Computer Science, and Management
4 Процессы и машины агроинженерных систем
Processes and Machines of Agro-Engineering Systems
5 Безопасность деятельности человека
Safety of Human Activity
DOI 10.23947/1992-5980
vestnik.donstu.ru

ВЕСТНИК ДОНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА 2017

Т. 17, № 1 (88)

Теоретический и научно-практический журнал

Издаётся с 1999 г.

Выходит 4 раза в год
январь-март 2017 г.

Учредитель и издатель — Донской государственный технический университет

Включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук в соответствии с требованиями приказа Минобрнауки России от 25.07.2014 г. №793 с изменениями, внесенными приказом Минобрнауки России от 03.06.2015 г. №560 **(Перечень ВАК)**

Индексируется и архивируется в Российском индексе научного цитирования **(РИНЦ)**, а также в международной базе **EBSCO**

Является членом **Cross Ref**

Над номером работали: И. В. Бойко, М. П. Смирнова (англ. версия)

Подписано в печать 30.03.2017., дата выхода в свет 31.03.2017.

Формат 60×84/8. Гарнитура «Times New Roman» Печать офсетная.

Усл. печ. л. 22,6. Тираж 1000 экз. Заказ № 30/03 Цена свободная.

Адрес редакции:

344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-565.

Адрес издателя:

344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-565.

Адрес полиграфического предприятия:

344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-661, 2-738-565.

http://science.donstu.ru

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС 77-66004 от 06.06.2016., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

VESTNIK of DON STATE TECHNICAL UNIVERSITY 2017

Vol. 17, № 1 (88)

Theoretical and Scientific-Practical Journal

4 issues a year
January - March 2017

Included in the list of peer-reviewed scientific editions where the basic research results of doctoral, candidate's theses should be published in accordance with order of Ministry of Education and Science of RF no. 793, July 25, 2014, as amended by order of the Ministry of Education and Science of RF no.560, June 3, 2015.

The journal is indexed and archived in the Russian Science Citation Index (RSCI), and in EBSCO International Database.

The journal is a member of Cross Ref

The issue is prepared by: Inna V. Boyko, Marina P. Smirnova (English version)
Passed for printing 30.03.2017, imprint date 31.03.2017.
Format 60×84/8. Font «Times New Roman». Offset printing.
C.p.sh. 22.6. Circulation 1000 cop. Order 30/03 Free price.
Editorial Board's address:
Gagarin Sq. 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia. Phone: +7 (863) 2-738-565.
Publisher's address:
Gagarin Sq. 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia. Phone: +7 (863) 2-738-565.
Printery address:
Gagarin Sq. 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia. Phone: +7 (863) 2-738-661, 2-738-565.
http://science.donstu.ru

Certificate of mass media registration ПИ № ФС 77-66004 of 06.06.2016. issued by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media

СОДЕРЖАНИЕ

МЕХАНИКА

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

CONTENT

MECHANICS

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 517.95 10.23947/1992-5980-2017-17-1-5-17

Достаточные условия сходимости положительных решений линеаризованной двумерной задачи транспорта наносов*

А. И. Сухинов[1], В. В. Сидорякина[2], А. А. Сухинов[3]**
[1]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[2]Таганрогский институт имени А. П. Чехова (филиал) РГЭУ (РИНХ), г. Таганрог, Российская Федерация
[3]Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону-Таганрог, Российская Федерация

Sufficient conditions for convergence of positive solutions to linearized two-dimensional sediment transport problem***

A. I. Sukhinov[1], V. V. Sidoryakina[2], A. A. Sukhinov[3]**
[1]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[2] Taganrog Chekhov Institute, RSUE (RINH) branch, Taganrog, Russian Federation
[3]Southern Federal University, Taganrog – Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Транспорт наносов является одним из основных процессов, определяющих величины и темпы деформаций донных поверхностей водных объектов. Чаще всего прогностические исследования в этой области строятся на основе математических моделей, которые позволяют сократить, а в ряде случаев исключить дорогостоящие и опасные в экологическом отношении эксперименты. Для прогнозирования изменения рельефа дна в основном используются пространственно-одномерные модели. Для реальных прибрежных систем со сложной формой берега вектор потока наносов в общем случае не ортогонален касательной к береговой линии в каждой из ее точек. Также он может не совпадать с вектором ветровых напряжений. Поэтому для решения многих практически важных задач, связанных с прогнозированием динамики донной поверхности водоемов, необходимо применение пространственно-двумерных моделей транспорта наносов и эффективных численных методов их реализации.
Материалы и методы. Авторами (А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, Е. А. Проценко, В. В. Сидорякина) ранее была предложена пространственно-двумерная модель транспорта наносов, удовлетворяющая основным законам сохранения (материального баланса и импульса), которая представляет собой квазилинейное уравнение параболического типа. Были построены и исследованы линейные разностные схемы и решены модельные, а также практические задачи. Однако осталось в тени теоретическое исследование «близости» решений исходной нелинейной начально-краевой и линеаризованной непрерывной задач, на основе которой была построена дискретная модель (разностная схема). Особый интерес представляет исследование корректности линеаризованной задачи и определение достаточных условий положительности решений, т. к. только положительные решения задачи транспорта наносов имеют смысл в рамках рассматриваемых моделей.

Introduction. The sediment transportation is one of the major processes that define the magnitude and back surface changing rate for water bodies. The most used prognostic studies in this field are based on the mathematical models that allow reducing, and in some cases, eliminating the expensive and often environmentally burdensome experiments. Spatially one-dimensional models are mainly used to predict changes in bottom topography. For actual coastal systems with irregular coastal configuration, the flow vector is generally not orthogonal to the tangent line for the coastline at each of its points. It also may not coincide with the wind stress vector. Therefore, to solve lots of practically important problems associated with the prediction of the dynamics of the back surface of water basins, it is necessary to use spatially two-dimensional models of sediment transportation and effective numerical methods of their implementation.
Materials and Methods. The authors (A.I. Sukhinov, A.E. Chistyakov, E.A. Protsenko, and V.V. Sidoryakina) have earlier proposed a spatially two-dimensional model of sediment transport that satisfies the basic conservation laws (of material balance and momentum) which is a quasilinear equation of parabolic type. The linear difference schemes are constructed and studied; model and some practically important tasks are solved. However, the theoretical study on the proximity of solutions for the original nonlinear initial-boundary value problem and the linearized continuous task – on which basis a discrete model (difference scheme) was built – remained in the shadow. The study of the linearized problem correctness and the determination of sufficient conditions for positivity of solutions are of special interest because only positive solutions to this sediment transport problem have physical value within the framework of the considered models.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ по проектам № 15-01-08619, 16-07-00100, 15-07-08626, 15-07-08408 и по проекту № 00-16-13 в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № I.33П.
**E-mail: sukhinov@gmail.com,cvv9@mail.ru, andreysoukhinov@gmail.com
*** The research is done with the financial support from RFFI (projects nos. 15-01-08619, 16-07-00100, 15-07-08626, 15-07-08408) and on project no. 00-16-13 within the frame of the RAS Presidium Program of Fundamental Research no. I.33P.

Результаты исследования. Исследуемая нелинейная двумерная модель транспорта наносов в прибрежной зоне мелководных водоемов учитывает следующие физически значимые факторы и параметры: пористость грунта; критическое значение касательного напряжения, при котором начинается перемещение наносов; турбулентный обмен; динамически изменяемая геометрия дна; ветровые течения и трение о дно. Линеаризация осуществляется на временной сетке — нелинейные коэффициенты параболического уравнения берутся с запаздыванием на один шаг временной сетки. Далее строится цепочка взаимосвязанных по начальным условиям — финальным решениям цепочки линеаризованных смешанных задач Коши на равномерной временной сетке, и таким образом осуществляется линеаризация в целом 2D нелинейной модели. Ранее авторами были доказаны существование и единственность решения цепочки линеаризованных задач, получена априорная оценка близости решения цепочки линеаризованных задач к решению исходной нелинейной задачи. В данной работе определены условия положительности ее решений и их сходимости к решению нелинейной задачи транспорта наносов в норме Гильбертова пространства L_1 со скоростью $O(\tau)$, где τ — временной шаг.

Обсуждение и заключения. Полученные результаты исследования пространственно-двумерной нелинейной модели транспорта наносов могут быть использованы при прогнозировании нелинейных гидродинамических процессов, повышения их точности и надежности в силу наличия новых функциональных возможностей учета физически важных факторов, в том числе уточнения граничных условий.

Research Results. The investigated nonlinear two-dimensional model of sediment transport in the coastal zone of shallow reservoirs takes account of the following physically significant factors and parameters: soil porosity; critical value of the tangent stress at which load transport starts; turbulent interaction; dynamically varying of the bottom geometry; wind currents; and bottom friction. Linearization is carried out on the time grid — nonlinear coefficients of the parabolic equation are taken for the previous time grid step. Next, a chain of tasks connected by the initial data – final solutions of the linearized mixed Cauchy problems chain on a uniform time grid is constructed, and thus, the linearization for the initial 2D nonlinear model is carried out in large. Earlier, the authors have proved the existence and uniqueness of the solution to a linear tasks chain. Prior estimate of the proximity of the linearized problem chain solution to the initial non-linear task solution has been also obtained. The conditions of its solution positivity and their convergence to the nonlinear sediment transport problem are defined in the norm of the Hilbert space L_1 with the rate $O(\tau)$ where τ is a time step.

Discussion and Conclusions. The obtained research results of the spatially two-dimensional nonlinear sediment transport model can be used for predicting the nonlinear hydrodynamic processes, improving their accuracy and reliability due to the availability of new accounting functionality of physically important factors, including the specification of the boundary conditions.

Ключевые слова: пространственно-двумерная модель транспорта наносов, прибрежная зона, нелинейная задача, линеаризованная задача, положительность решения.

Keywords: spatially 2D model of sediment transportation, coastal zone, nonlinear problem, the linearized problem, solution positivity.

Введение. В последние десятилетия количество работ, посвященных рассмотрению нелинейных краевых задач, заметно возросло. Этому факту способствовало, в частности, появление новых приложений в физике океана и атмосферы [1−5].

В данной работе рассматривается нелинейная начально-краевая задача для пространственно-двумерной модели транспорта наносов мелководных водоемов и проводится анализ некоторых качественных свойств ее решений.

Исследование указанной задачи осуществляется путем ее линеаризации. С этой целью строится временная сетка, на которой значения нелинейных коэффициентов задаются в левом узле соответствующей временной ячейки. Далее осуществляется решение цепочки связанных по начальным — конечным данным линейных уравнений параболического типа.

Ранее коллектив авторов проводил исследования линеаризованной начально-краевой задачи, которые включали доказательство существования и единственности ее решения с одновременным определением требований к классам гладкости входных данных задачи [6, 7]. Также была получена априорная оценка близости решения цепочки линеаризованных задач к решению исходной нелинейной задачи в норме Гильбертова пространства L1 в зависимости от интегральных оценок правой части, граничных условий и нормы начального условия [8]. В предыдущих работах авторов для линеаризованной задачи транспорта наносов была построена и исследована консервативная устойчивая разностная схема, которая численно реализована для модельных и реальных задач прибрежной зоны [9−11]. В данной работе определены достаточные условия положительности решений линеаризованной задачи и их сходимости к решению исходной нелинейной начально-краевой задачи транспорта наносов в норме Гильбертова пространства L1 при стремлении к нулю параметра — шага временной сетки, на которой осуществлялась линеаризация.

1. Постановка нелинейной начально-краевой задачи для двумерной модели транспорта наносов. Следуя [4], рассмотрим уравнение транспорта наносов:

$$(1-\varepsilon)\cdot\frac{\partial H}{\partial t}=div\left(k\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH\right)-div\left(k\cdot\vec{\tau}_b\right). \quad (1)$$

Здесь $H = H(x, y, t)$ — глубина водоема; ε — пористость донных материалов; $\vec{\tau}_b$ — вектор касательного тангенциального напряжения на дне водоема; τ_{bc} — критическое значение тангенциального напряжения; $\tau_{bc} = a\sin\phi_0$, ϕ_0 — угол естественного откоса грунта в водоеме; $k = k(H, x, y, t)$ — нелинейный коэффициент, определяемый соотношением:

$$k \equiv \frac{A\tilde{\omega}d}{\left(\rho(_1{-}\rho_0)gd\right)^{\beta}} \cdot \left| \vec{\tau}_b - \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot gradH \right|^{\beta-1}, \tag{2}$$

где ρ_1, ρ_0 — плотности частиц донного материала и водной среды соответственно; g — ускорение силы тяжести; $\tilde{\omega}$ — частота волны; A и β — безразмерные постоянные; d — характерные размеры частиц грунта.

Пусть $D \subset R^n$ — область, где происходит процесс, и S — ее граница, которая является кусочно-гладкой линией. Областью задания уравнения (1) считаем цилиндр $Ц_T = D \times (0, T)$ высоты T с основанием D. Его граница состоит из боковой поверхности $S \times [0, T]$ и двух оснований: нижнего $\bar{D} \times \{0\}$ и верхнего $\bar{D} \times \{T\}$. Далее для простоты уравнение (1) рассматривается в прямоугольной области $D(x, y) = \{0 < x < L_x, 0 < y < L_y\}$.

Дополним уравнение (1) начальным условием, предполагая, что функция начальных условий принадлежит соответствующему классу гладкости:

$$H(x, y, 0) = H_0(x, y),\ H_0(x, y) \in C^2(D) \cap C(\bar{D}),\ grad_{(x,y)} H_0 \in C(\bar{D}),\ (x, y) \in \bar{D}. \tag{3}$$

Сформулируем условия на границе области $\bar{D}$:

$$\left|\vec{\tau}_b\right|\Big|_{y=0} = 0, \tag{4}$$

$$H(L_x, y, t) = H_2(y, t),\ 0 \le y \le L_y, \tag{5}$$

$$H(0, y, t) = H_1(y, t),\ 0 \le y \le L_y, \tag{6}$$

$$H(x, 0, t) = H_3(x),\ 0 \le x \le L_x, \tag{7}$$

$$H(x, L'_y, t) = H_4(x, t),\ 0 \le x \le L_x,\ L'_y < L_y. \tag{8}$$

Дополнительно к граничным условиям (5)–(8) предполагаем выполнение условий их гладкости — существование непрерывных производных на границе области $\bar{D}$:

$$grad_{(x,y)} H \in C(\bar{Ц}_T) \cap C^1(Ц_T). \tag{9}$$

Считаем, что всегда есть слой жидкости конечной толщины в рассматриваемой области и для указанного временного промежутка не происходит осушения области, т. е.

$$H(x, y, t) \ge c_0 \equiv const > 0,\ 0 \le x \le L_x,\ 0 \le y \le L'_y,\ 0 \le t \le T. \tag{10}$$

Условие невырожденности оператора задачи имеет вид:

$$k \ge k_0 = const > 0,\ \forall (x, y) \in \bar{D},\ 0 < t \le T. \tag{11}$$

Вектор тангенциального напряжения на дне выражается с использованием единичных ортов системы координат естественным образом:

$$\bar{\tau}_b = \bar{i}\tau_{bx} + \bar{j}\tau_{by},\ \tau_{bx} = \tau_{bx}(x,y,t),\ \tau_{by} = \tau_{by}(x,y,t). \tag{12}$$

2. Линеаризация нелинейной начально-краевой задачи транспорта наносов. Для получения линеаризованной модели на временном отрезке $0 \le t \le T$ построим равномерную сетку ω_τ с шагом τ, т. е. множество точек $\omega_\tau = \{t_n = n \cdot \tau,\ n = 0, 1, ..., N,\ N \cdot \tau = T\}$.

Осуществим линеаризацию указанной начально-краевой задачи, используя равномерную временную сетку $\omega_\tau = \{t_n = n \cdot \tau,\ n = 0, 1, ..., N,\ N \cdot \tau = T\}$. Линеаризацию члена $div\left(k \cdot \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot gradH\right)$ (коэффициента k) выполним путем выбора его значений в момент времени $t = t_n$, $n = 0, 1, ..., N$ и рассмотрения уравнения (1) на временном промежутке $t_n < t \le t_{n+1}$, $n = 0, 1, 2, ..., N-1$.

При этом предполагается, что известны функция $H^{(n)}(x,y,t_{n-1}) \equiv H^{(n-1)}(x,y,t_{n-1})$ и ее частные производные по пространственным переменным.

Если $n=1$, то в качестве $H^{(1)}(x,y,t_0)$ достаточно взять функцию начального условия, т. е. $H^{(1)}(x,y,t_0) \equiv H_0(x,y)$. Если же $n=2,...,N$, то функция $H^{(n)}(x,y,t_{n-1}) = H^{(n-1)}(x,y,t_{n-1})$ предполагается известной, поскольку предполагается решенной задача (1)‒(14) для предыдущего временного промежутка $t_{n-2} < t \le t_{n-1}$.

Введем обозначения:

$$k^{(n-1)} \equiv \frac{A\tilde{\omega}d}{\left((\rho_1-\rho_0)gd\right)^{\beta}} \cdot \left|\bar{\tau}_b - \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot gradH^{(n-1)}(x,y,t_{n-1})\right|^{\beta-1}, \; n=1,2,...,N. \qquad (13)$$

Тогда уравнение (1) после линеаризации запишем в виде:

$$(1-\varepsilon)\cdot\frac{\partial H^{(n)}}{\partial t} = div\left(k^{(n-1)}\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH^{(n)}\right) - div\left(k^{(n-1)}\cdot\bar{\tau}_b\right), \; t_{n-1} < t \le t_n, \; n=1,...,N \qquad (14)$$

и дополним его начальными условиями:

$$H^{(1)}(x,y,t_0) = H_0(x,y), H^{(n)}(x,y,t_{n-1}) = H^{(n-1)}(x,y,t_{n-1}), \; (x,y)\in\bar{D}, \; n=2,...,N. \qquad (15)$$

Член вида $div\left(k^{(n-1)}\cdot\bar{\tau}_b\right)$ является при такой линеаризации известной функцией правой части. Граничные условия (4)‒(8) предполагаются выполненными для всех промежутков времени $t_{n-1} < t \le t_n$, $n=1,2,...,N$.

Отметим, что коэффициенты $k^{(n-1)}$, $n=1,2,...,N$ зависят от пространственных переменных x,y и временной переменной t_{n-1}, $n=1,2,...,N$, определяемой выбором шага τ сетки ω_τ, т. е. $k^{(n-1)} = k^{(n-1)}(x,y,t_{n-1})$, $n=1,2,...,N$.

3. Положительность решений линеаризованной начально-краевой задачи транспорта наносов. Существование и единственность решения линеаризованной задачи (14) с начальными условиями (15) и с условиями на границе (4)‒(8) обосновано в работах [6‒8]. Обозначим решение линеаризованной задачи через $\tilde{H}(x,y,t)$, $(x,y)\in\bar{D}$. Решение $\tilde{H}(x,y,t)$, $(x,y)\in\bar{D}$ зависит от шага τ сетки $\omega_\tau = \{t_n = n\tau, \; n=0,1,...,N, \; N\cdot\tau = T\}$. По существу имеем семейство решений $\left\{\tilde{H}^{(n)}(x,y,t)\right\}$, $n=1,2,...,N$, зависящее от параметра τ. Убедимся в положительности решений указанной линеаризованной задачи.

Под **положительным решением** рассматриваемой начально-краевой задачи понимается функция $\tilde{H}^{(n)}(x,y,t)$, $t_{n-1} < t \le t_n$, $n=1,2,...,N$ класса $C^2(Ц_T)\cap C\left(\overline{Ц}_T\right)$, $grad_{(x,y)}\tilde{H}^{(n)} \in C\left(\overline{Ц}_T\right)$, удовлетворяющая уравнению (14) с начальными и граничными условиями (4)‒(8), (15), для которой $\tilde{H}^{(n)}(x,y,t) \ge c_0 > 0$, $c_0 = const$, $n=1,2,...,N$ при любом $n=1,2,...,N$.

Относительно рассматриваемой задачи будем предполагать выполнение условия

$$div\left(k^{(n-1)}\cdot\bar{\tau}_b\right) < 0 \qquad (16)$$

для слагаемого левой части уравнения (14), а также положительность начального условия (15):

$$H_0(x,y), \ge c_0 \equiv const > 0, \; (x,y)\in\bar{D} \qquad (17)$$

и граничных условий (5)‒(8):

$$H_1(y,t), \; H_2(y,t), \; H_3(y,t), \; H_4(y,t) \ge c_0 \equiv const > 0. \qquad (18)$$

Рассмотрим вначале случай $n=1$, для которого существует единственное решение уравнения (14). Обозначим данное решение $\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)$. Указанное решение принадлежит классу $C^2\left(Ц_{t_1}\right)\cap C\left(\overline{Ц}_{t_1}\right)$, $grad_{(x,y)}\tilde{H}^{(1)} \in C\left(\overline{Ц}_{t_1}\right)$.

Предположим, что функция $\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)$ достигает своего минимального значения c_0 или значения меньшего его в некоторой внутренней точке параллелепипеда $P_1 = \bar{D}\times[0,t_1]$ или в точке его «верхней крышки». Тогда это противоречит принципу максимума (минимума): решение начально-краевой задачи не может достигать экстремума, в том числе минимума во внутренних точках области $P_1 = \bar{D}\times[0,t_1]$ и на ее «верхней крышке», где во всех точках, кроме

относящихся к боковой поверхности $S\times[0,t_1]$ параллелепипеда $P_1=\overline{D}\times[0,t_1]$ (рис. 1), ищется решение начально-краевой задачи для уравнения (14) при $n=1$ [12].

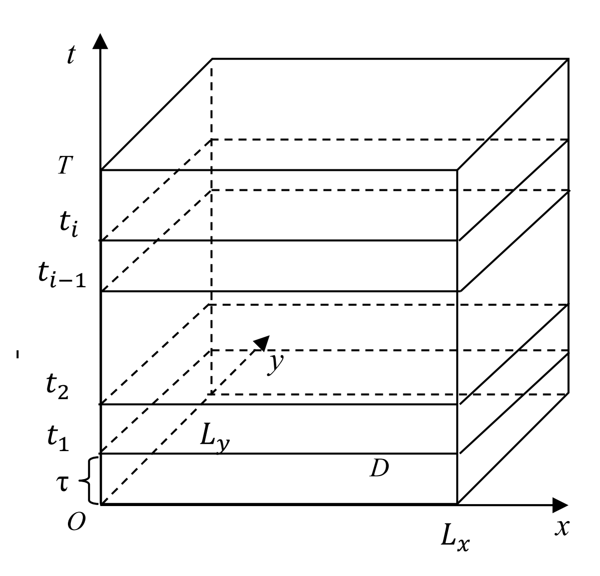


Рис. 1. Расчетная область

Fig.1. Computational domain

Следовательно, функция $\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)$ достигает экстремума, в том числе минимума, на нижнем основании $\overline{D}\times\{0\}$ параллелепипеда $P_1=\overline{D}\times[0,t_1]$ или на его боковых границах $S\times[0,t_1]$, т. е.:

$$\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)\geq\min\left[\min_{(x,y)\in\overline{D},t=0}\tilde{H}^{(1)}(x,y,t),\ \min_{(x,y)\in S,0\leq t\leq t_1}\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)\right]. \qquad (19)$$

В силу условий (17), (18), имеем

$$\min_{(x,y)\in\overline{D},t=0}\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)=c_0>0,\quad \min_{(x,y)\in S,0\leq t\leq t_1}\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)=c_0>0,$$

и потому

$$\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)\geq c_0\equiv const>0. \qquad (20)$$

Таким образом, финальное решение $\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)$ для $0<t\leq t_1$ будет положительным и большим c_0.

При $n=2$ имеем начально-краевую задачу с начальным условием $H^{(2)}(x,y,t_1)\equiv H^{(1)}(x,y,t_1)$, имеющим гладкость такую же, как и начальное условие для уравнения (14) номера $n=1$. Рассуждая аналогично, решение уравнения (14) $t_1<t\leq t_2$ существует и единственно. Обозначим данное решение $\tilde{H}^{(2)}(x,y,t)$. Известно, что функция $\tilde{H}^{(2)}(x,y,t)$ принадлежит классу $C^2\left(Ц_{t_2}\right)\cap C\left(\overline{Ц}_{t_2}\right)$, $grad_{(x,y)}\tilde{H}^{(2)}\in C\left(\overline{Ц}_{t_2}\right)$.

Очевидно, что решение $\tilde{H}^{(2)}(x,y,t)$ второй задачи цепочки начально-краевых задач вида (4)–(8), (14), (15) достигает своего минимального значения c_0 или значения меньшего c_0 в некоторой внутренней точке параллелепипеда $P_2=\overline{D}\times[t_1,t_2]$ или в точке его «верхней крышки», что противоречит принципу максимума (минимума). Тогда решение $\tilde{H}^{(2)}(x,y,t)$ начально-краевой задачи достигает экстремума на нижнем основании указанного параллелепипеда или его боковых границах $S\times[t_1,t_2]$, и потому выполняется неравенство:

$$H^{(2)}(x,y,t)\geq c_0\equiv const>0. \qquad (21)$$

Отсюда следует, что решение $\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)$ для $0<t\leq t_1$ будет положительным и большим величины c_0.

Нетрудно видеть, что вообще при любом $n=k,\ k=1,2,...,N$ получаем смешанную задачу для линейного уравнения параболического типа, имеющего достаточную гладкость начальных и граничных условий. Для любого

номера $k,\ k=1,2,...,N$ функция решения $\tilde{H}^{(k)}(x,y,t),\ t_{k-1}<t\le t_k,\ k=1,2,...,N$ класса $C^2\left(Ц_{t_k}\right)\cap C\left(\overline{Ц}_{t_k}\right)$, $grad_{(x,y)}\tilde{H}^{(k)}\in C\left(\overline{Ц}_{t_k}\right)$ начально-краевой задачи (4)‒(8), (14), (15) в параллелепипеде $P_k=\overline{D}\times\left[t_{k-1},t_k\right]$ достигает экстремума на нижнем основании указанного параллелепипеда или на его боковых границах, где в силу условия (17)‒(18) будет выполняться

$$\tilde{H}^{(k)}(x,y,t)\ge c_0\equiv const>0,\ k,\ k=1,2,...,N. \qquad (22)$$

Учитывая полученные соотношения (20)‒(22), приходим к теореме.

Теорема 1. Пусть даны уравнения (14):

$$(1-\varepsilon)\cdot\frac{\partial H^{(n)}}{\partial t}=div\left(k^{(n-1)}\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH^{(n)}\right)-div\left(k^{(n-1)}\cdot\bar{\tau}_b\right),\ t_{n-1}<t\le t_n,\ n=1,2,...,N,$$

в $Ц_T=\overline{D}\times(0,T),\ D\subset R^n$.

Здесь $k^{(n-1)}\equiv\frac{A\tilde{\omega}d}{\left((\rho_1-\rho_0)gd\right)^\beta}\cdot\left|\bar{\tau}_b-\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH^{(n-1)}(x,y,t_{n-1})\right|^{\beta-1}$, $div\left(k^{(n-1)}\bar{\tau}_b\right)<0$ с начальными условиями $H^{(1)}(x,y,t_0)=H_0(x,y),\ H^{(n)}(x,y,t_{n-1})=H^{(n-1)}(x,y,t_{n-1})$, $(x,y)\in\overline{D},\ n=2,...,N$ и с граничными условиями (4)‒(8), удовлетворяющими условию (17)‒(18).

Тогда, если $k^{(n-1)}\ge k_0>0,\ k^{(n-1)}\in C^1\left(\overline{D}\right)$, то для любого $n=1,2,...,N$ решение $\tilde{H}^{(n)}(x,y,t),\ t_{n-1}<t\le t_n,\ n=1,2,...,N$ уравнения номера n в цилиндре $Ц_T=\overline{D}\times(0,T)$ является положительным и выполняется оценка

$$\tilde{H}^{(n)}(x,y,t)\ge c_0=const>0,\quad t_{n-1}<t\le t_n,\ n=1,2,...,N. \qquad (23)$$

4. Сходимость решений линеаризованной задачи к решению нелинейной начально-краевой задачи. Убедимся в том, что решение линеаризованной задачи стремится к решению нелинейной задачи в норме Гильбертова пространства $L_1(D)$ при $\tau\to 0,\ N\cdot\tau=T$. С этой целью обозначим решение нелинейной задачи через $H(x,y,t),(x,y)\in\overline{D}$, а решение линеаризованной задачи — $\tilde{H}(x,y,t),(x,y)\in\overline{D}$. Будем считать, что функция $H(x,y,t)$ ограничена на промежутке $0<t\le T$, а также существуют и ограничены смешанные частные производные до третьего порядка включительно по пространственной и временной переменной t от функций $H(x,y,t)$, $\tilde{H}(x,y,t)$ для всех $(x,y)\in D,\ 0<t\le T$:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(grad\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)\right),\ \frac{\partial}{\partial y}\left(grad\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)\right),\ \frac{\partial}{\partial x}\left(grad\left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial t}\right)\right),\ \frac{\partial}{\partial y}\left(grad\left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial t}\right)\right).$$

Заметим, что функция $\tilde{H}(x,y,t)$ ограничена на каждом временном промежутке $t_{n-1}<t\le t_n,\ n=1,2,...,N,$ поскольку является решением линейной начально-краевой задачи для уравнения параболического типа с «гладкими» входными данными.

Обратимся к нелинейной задаче (1)‒(8). При подстановке функции решения $H(x,y,t)$ в уравнение (1), получим:

$$(1-\varepsilon)\cdot\frac{\partial H}{\partial t}=div\left(k\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH\right)-div\left(k\cdot\bar{\tau}_b\right), \qquad (24)$$

где $k\equiv\frac{A\tilde{\omega}d}{\left((\rho_1-\rho_0)gd\right)^\beta}\cdot\left|\bar{\tau}_b-\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH\right|^{\beta-1}$.

Умножим обе части уравнения (24) на функцию $H(x,y,t)$, $(x,y)\in\overline{D}$ и проинтегрируем по переменной $t,\ 0<t\le T$ и по переменным (x,y) в области D. Получим

$$\int_0^T \left((1-\varepsilon) \iint_D H \cdot \frac{\partial H}{\partial t} dxdy \right) dt =$$
$$= \int_0^T \left(\iint_D H \cdot div\left(k \cdot \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot gradH \right) dxdy \right) dt - \int_0^T \left(\iint_D H \cdot div\left(k \cdot \bar{\tau}_b \right) dxdy \right) dt. \quad (25)$$

Выполняя ряд преобразований в равенстве (25), получим:

$$\frac{1}{2}(1-\varepsilon)\iint_D \left(H^2(x,y,T) - H^2(x,y,0) \right) dxdy =$$
$$= \int_0^T \left(\iint_D H \cdot div\left(k \cdot \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot gradH \right) dxdy \right) dt - \int_0^T \left(\iint_D H \cdot div\left(k \cdot \bar{\tau}_b \right) dxdy \right) dt. \quad (26)$$

Далее рассмотрим линеаризованную задачу. При подстановке $\tilde{H}(x,y,t)$ в уравнение (14) получим:

$$(1-\varepsilon) \cdot \frac{\partial \tilde{H}^{(n)}}{\partial t} = div\left(\tilde{k}^{(n-1)} \cdot \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot grad\tilde{H}^{(n)} \right) - div\left(\tilde{k}^{(n-1)} \cdot \bar{\tau}_b \right), \; t_{n-1} < t \le t_n, \; n = 1,...,N, \quad (27)$$

где $\tilde{k}^{(n-1)} \equiv \dfrac{A\tilde{\omega}d}{\left((\rho_1 - \rho_0) gd \right)^{\beta}} \cdot \left| \bar{\tau}_b - \dfrac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot grad\tilde{H}^{(n-1)} \right|^{\beta-1}$.

Умножим обе части уравнения (27) на функцию $\tilde{H}^{(n)} = \tilde{H}^{(n)}(x,y,t)$, $(x,y) \in \bar{D}$ и проинтегрируем обе части этого уравнения по области D, а после этого — по переменной t, $t_{n-1} < t \le t_n$. Получим:

$$\int_{t_{n-1}}^{t_n} \left((1-\varepsilon) \iint_D \tilde{H}^{(n)} \cdot \frac{\partial \tilde{H}^{(n)}}{\partial t} dxdy \right) dt =$$
$$= \int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\iint_D \tilde{H}^{(n)} \cdot div\left(\tilde{k}^{(n-1)} \cdot \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot grad\tilde{H}^{(n)} \right) dxdy \right) dt - \int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\iint_D \tilde{H}^{(n)} \cdot div\left(\tilde{k}^{(n-1)} \cdot \bar{\tau}_b \right) dxdy \right) dt. \quad (28)$$

Просуммировав обе части соотношения (28) по n, $n = 1,...,N$, находим:

$$\iint_D (1-\varepsilon) \left(\sum_{n=1}^N \int_{t_{n-1}}^{t_n} \tilde{H}^{(n)} \cdot \frac{\partial \tilde{H}^{(n)}}{\partial t} dt \right) dxdy =$$
$$= \sum_{n=1}^N \left[\int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\iint_D \tilde{H}^{(n)} \cdot div\left(\tilde{k}^{(n-1)} \cdot \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot grad\tilde{H}^{(n)} \right) dxdy \right) dt - \int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\iint_D \tilde{H}^{(n)} \cdot div\left(\tilde{k}^{(n-1)} \cdot \bar{\tau}_b \right) dxdy \right) dt \right]. \quad (29)$$

Преобразуя левую часть равенства (29), запишем:

$$\frac{1}{2}(1-\varepsilon)\iint_D \left(\tilde{H}^2(x,y,T) - \tilde{H}^2(x,y,0) \right) dxdy =$$
$$= \sum_{n=1}^N \left[\int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\iint_D \tilde{H}^{(n)} \cdot div\left(\tilde{k}^{(n-1)} \cdot \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot grad\tilde{H}^{(n)} \right) dxdy \right) dt - \int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\iint_D \tilde{H}^{(n)} \cdot div\left(\tilde{k}^{(n-1)} \cdot \bar{\tau}_b \right) dxdy \right) dt \right]. \quad (30)$$

Вычитая из равенства (30) выражение (26) и учитывая, что $H(x,y,0) = \tilde{H}(x,y,0)$, получаем:

$$\frac{1}{2}(1-\varepsilon)\iint_D \left(H^2(x,y,T) - \tilde{H}^2(x,y,T) \right) dxdy =$$
$$= \int_0^T \left(\iint_D \tilde{H} \cdot div\left(k \cdot \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot gradH \right) dxdy \right) dt - \int_0^T \left(\iint_D H \cdot div\left(k \cdot \bar{\tau}_b \right) dxdy \right) dt - \quad (31)$$
$$- \sum_{n=1}^N \left[\int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\iint_D \tilde{H}^{(n)} \cdot div\left(\tilde{k}^{(n-1)} \cdot \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot grad\tilde{H}^{(n)} \right) dxdy \right) dt - \int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\iint_D \tilde{H}^{(n)} \cdot div\left(\tilde{k}^{(n-1)} \cdot \bar{\tau}_b \right) dxdy \right) dt \right].$$

Выполним преобразования правой части равенства (31). С этой целью добавим, а затем вычтем выражения $\tilde{H}^{(n)} \cdot div\left(k \cdot \dfrac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot gradH \right)$, $\tilde{H}^{(n)} \cdot div\left(k \cdot \bar{\tau}_b \right)$ под знаком интеграла. Комбинируя слагаемые, получим:

$$\frac{1}{2}(1-\varepsilon)\iint_D\left(H^2(x,y,T)-\tilde{H}^2(x,y,T)\right)dxdy=$$
$$=\sum_{n=1}^{N}\left[\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_D\left(H-\tilde{H}^{(n)}\right)\cdot div\left(k\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot grad\ H\right)dxdy\right.\right.+$$
$$+\iint_D\tilde{H}^{(n)}\cdot div\left(\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot\left(k\cdot grad\ H-\tilde{k}^{(n-1)}\cdot grad\tilde{H}^{(n)}\right)\right)dxdy+ \tag{32}$$
$$\left.\left.+\iint_D\left(\tilde{H}^{(n)}-H\right)\cdot div\left(k\cdot\bar{\tau}_b\right)dxdy+\iint_D\tilde{H}^{(n)}\cdot div\left(\left(\tilde{k}^{(n-1)}-k\right)\cdot\bar{\tau}_b\right)dxdy\right)dt\right].$$

Оценим каждый из интегралов, стоящих в правой части равенства (32) под знаком суммы. Введем обозначения:

$$I_1^n=\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_D\left(H-\tilde{H}^{(n)}\right)\cdot div\left(k\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH\right)dxdy\right)dt, \tag{33}$$

$$I_2^n=\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_D\tilde{H}^{(n)}\cdot div\left(\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\left(k\cdot grad\ H-\tilde{k}^{(n-1)}\cdot grad\tilde{H}^{(n)}\right)\right)dxdy\right)dt, \tag{34}$$

$$I_3^n=\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_D\left(\tilde{H}^{(n)}-H\right)\cdot div\left(k\cdot\bar{\tau}_b\right)dxdy\right)dt, \tag{35}$$

$$I_4^n=\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_D\tilde{H}^{(n)}\cdot div\left(\left(\tilde{k}^{(n-1)}-k\right)\cdot\bar{\tau}_b\right)dxdy\right)dt,\ n=1,...,N. \tag{36}$$

Полагая $n=1$ в равенствах (33)−(36), рассмотрим интегралы по первому временному интервалу $t_0<t\le t_1$.

Для начала выполним оценку интеграла I_1^1. Используя разложения функций $H(x,y,t)$ и $\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)$ по формуле Тейлора относительно $(t-t_0)$ с остаточным членом в форме Лагранжа, с учетом условия (3), можем записать:

$$H(x,y,t)-\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)=\left(\frac{\partial H(x,y,\xi_1)}{\partial t}-\frac{\partial\tilde{H}^{(1)}(x,y,\xi_2)}{\partial t}\right)\cdot(t-t_0), \tag{37}$$

где $t_0<\xi_1\le t_1,\ t_0<\xi_2\le t_1,\ t_0<t\le t_1$.

Используя равенство (37), получаем выражение для интеграла I_1^1:

$$I_1^1=\int_{t_0}^{t_1}dt\left(\iint_D\left(H-\tilde{H}^{(1)}\right)\cdot div\left(k\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH\right)dxdy\right)=$$
$$=\int_{t_0}^{t_1}(t-t_0)\cdot\left(\iint_D\left(\frac{\partial H(x,y,\xi_1)}{\partial t}-\frac{\partial\tilde{H}^{(1)}(x,y,\xi_2)}{\partial t}\right)div\left(k\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH\right)dxdy\right)dt. \tag{38}$$

С учетом равенства $t-t_0=\tau$ из (38) можно перейти к оценке:

$$I_1^1\le\frac{1}{2}\cdot\tau^2\cdot L_x\cdot L_y\cdot M_1^1, \tag{39}$$

где

$$M_1^1\equiv\max_{t_0\le t\le t_1}\left\{\max_{(x,y)\in\bar{D}}\left|\left(\frac{\partial H(x,y,\xi_1)}{\partial t}-\frac{\partial\tilde{H}^{(1)}(x,y,\xi_2)}{\partial t}\right)\cdot div\left(k\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH\right)\right|\right\}.$$

Далее получим оценку для интеграла I_2^1. Заметим, что справедливо равенство:

$$div\left(k\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH\right)-div\left(\tilde{k}^{(0)}\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot grad\tilde{H}^{(1)}\right)=$$
$$=div\left(\left(k-\tilde{k}^{(0)}\right)\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot gradH\right)+div\left(\tilde{k}^{(0)}\cdot\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\cdot\left(gradH-grad\tilde{H}^{(1)}\right)\right). \tag{40}$$

Нетрудно видеть, что интеграл I_2^1 с учетом выражения (40) можно представить в виде:

$$I_2^1 = \int_{t_0}^{t_1}\left(\iint_D \tilde{H}^{(1)} \cdot div\left(\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot \left(\left(k - \tilde{k}^{(0)}\right) \cdot gradH + \tilde{k}^{(0)} \cdot \left(gradH - grad\tilde{H}^{(1)}\right)\right)\right) dxdy\right) dt. \quad (41)$$

Разложим функции $k(x,y,t)$, $H(x,y,t)$ по формуле Тейлора и, воспользовавшись равенствами $k(x,y,t_0) = \tilde{k}^{(0)}(x,y,t_0)$, $H(x,y,t_0) = \tilde{H}^{(1)}(x,y,t_0)$, находим:

$$k - \tilde{k}^{(0)} = \frac{\partial k(x,y,\xi_3)}{\partial t} \cdot (t - t_0), \quad (42)$$

$$grad\, H - grad\, \tilde{H}^{(1)} = grad\left(\frac{\partial H(x,y,\xi_4)}{\partial t} \cdot (t - t_0)\right), \quad (43)$$

где $t_0 < \xi_3 \le t_1,\ t_0 < \xi_4 \le t_1,\ t_0 < t \le t_1$.

Используя выражения (42) и (43) для интеграла вида (41), получаем:

$$I_2^1 = \int_{t_0}^{t_1}(t - t_0)\left(\iint_D \tilde{H}^{(1)} \cdot div\left(\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot \left(\frac{\partial k(x,y,\xi_3)}{\partial t} \cdot gradH + \tilde{k}^{(0)} \cdot grad\left(\frac{\partial H(x,y,\xi_4)}{\partial t}\right)\right)\right) dxdy\right) dt. \quad (44)$$

Предполагая ограниченность соответствующих производных, введем постоянную величину:

$$M_2^1 \equiv \max_{t_0 \le t \le t_1}\left\{\max_{(x,y)\in \bar{D}}\left\{\left|\tilde{H}^{(1)} div\left(\frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0}\left(\frac{\partial k(x,y,\xi_3)}{\partial t} \cdot gradH + \tilde{k}^{(0)} \cdot grad\left(\frac{\partial H(x,y,\xi_4)}{\partial t}\right)\right)\right) dxdy\right|\right\}\right\}.$$

Из равенства (44), используя обозначение для величины M_2^1, получим

$$I_2^1 \le \frac{1}{2} \cdot \tau^2 \cdot M_2^1 \cdot L_x \cdot L_y. \quad (45)$$

Для оценки интеграла I_3^1 воспользуемся равенством (37), с учетом которого имеем

$$I_3^1 = \int_{t_0}^{t_1}(t - t_0) \cdot \left(\iint_D \left(\frac{\partial \tilde{H}^{(1)}(x,y,\xi_5)}{\partial t} - \frac{\partial H(x,y,\xi_6)}{\partial t}\right) \cdot div\left(k \cdot \bar{\tau}_b\right) dxdy\right) dt,$$

где $t_0 < \xi_5 \le t_1,\ t_0 < \xi_6 \le t,\ t_0 < t \le t_1$.

Вводя обозначение

$$M_3^1 \equiv \max_{t_0 \le t \le t_1}\left\{\max_{(x,y)\in D}\left|\left(\frac{\partial \tilde{H}^{(1)}(x,y,\xi_5)}{\partial t} - \frac{\partial H(x,y,\xi_6)}{\partial t}\right) div\left(k \cdot \bar{\tau}_b\right)\right|\right\},$$

можем записать:

$$I_3^1 \le \frac{1}{2} \cdot \tau^2 \cdot L_x \cdot L_y \cdot M_3^1. \quad (46)$$

Далее перейдем к оценке интеграла I_4^2. С этой целью выполним несложные преобразования I_4^2 с учетом выражения вида (42). Получим равенство

$$I_4^1 = \int_{t_0}^{t_1}(t - t_0) \cdot \left(\iint_D \tilde{H}^{(1)} \cdot div \cdot \left(\left(-\frac{\partial k(x,y,\xi_7)}{\partial t}\right) \cdot \bar{\tau}_b\right) dxdy\right) dt. \quad (47)$$

В силу ограниченности функции $\tilde{H}^{(1)}(x,y,t)$, $t_0 < t \le t_1$ и смешанных производных функции $H(x,y,t)$ по пространственной и временной переменной из (47) получаем неравенство:

$$I_4^1 \le \frac{1}{2} \cdot \tau^2 \cdot M_4^1 \cdot L_x \cdot L_y, \quad (48)$$

где

$$M_4^1 \equiv \max_{t_0 \le t \le t_1}\left\{\max_{(x,y)\in D}\left\{\left|\tilde{H}^{(1)} \cdot div\left(\left(-\frac{\partial k(x,y,\xi_7)}{\partial t}\right) \cdot \bar{\tau}_b\right)\right|\right\}\right\}.$$

Собирая полученные оценки из (39), (45), (46), (48) и пользуясь неравенством многоугольника для модулей величин, получаем неравенство вида

$$\iint_D \left(H^2(x,y,t_1) - \tilde{H}^{(1)2}(x,y,t_1) \right) dxdy \le \tau^2 \cdot L_x \cdot L_y \cdot M_1^*, \tag{49}$$

где

$$M_1^* = \frac{1}{1-\varepsilon} \cdot \left(M_1^1 + M_2^1 + M_3^1 + M_4^1 \right).$$

Меняя местами функции $H^2(x,y,t_1)$, $\tilde{H}^{(1)2}(x,y,t_1)$ и проводя рассуждения, аналогичные предыдущему, начиная с равенства (24), можно получить оценку:

$$\iint_D \left(\tilde{H}^{(1)2}(x,y,t_1) - H^2(x,y,t_1) \right) dxdy \le \tau^2 \cdot L_x \cdot L_y \cdot M_1^*. \tag{50}$$

Из неравенств (49) и (50) следует неравенство

$$\iint_D \left| \tilde{H}^{(1)2}(x,y,t_1) - H^2(x,y,t_1) \right| dxdy \le \tau^2 \cdot L_x \cdot L_y \cdot M_1^*. \tag{51}$$

Преобразуем левую часть неравенства (51):

$$\begin{gathered}\iint_D \left| \tilde{H}^{(1)2}(x,y,t_1) - H^2(x,y,t_1) \right| dxdy = \\ = \iint_D \left| \tilde{H}^{(1)}(x,y,t_1) - H(x,y,t_1) \right| \cdot \left| \tilde{H}^{(1)}(x,y,t_1) + H(x,y,t_1) \right| dxdy.\end{gathered} \tag{52}$$

Далее будем предполагать, что выполняются условия теоремы 1 и неравенство вида (23) выполняется для функций $H(x,y,t)$ и $\tilde{H}^{(n)}(x,y,t)$, $n = 1,2,...,N$, т. е.

$$H(x,y,t) \ge c_0 > 0, \ (x,y) \in \bar{D}, \quad 0 \le t \le T, \tag{53}$$

$$\tilde{H}^{(n)}(x,y,t) \ge c_0 > 0, \ (x,y) \in \bar{D}, \quad 0 \le t \le T. \tag{54}$$

С учетом выражений (53), (54) находим

$$\iint_D \left| \tilde{H}^{(1)2}(x,y,t_1) - H^2(x,y,t_1) \right| dxdy \ge 2c_0 \cdot \iint_D \left| \tilde{H}^{(1)}(x,y,t_1) - H(x,y,t_1) \right| dxdy. \tag{55}$$

Из соотношений (51), (52) и (55) следует оценка

$$\iint_D \left| \tilde{H}^{(1)}(x,y,t_1) - H(x,y,t_1) \right| dxdy \le \frac{1}{2c_0} \cdot \tau^2 \cdot L_x \cdot L_y \cdot M_1^*. \tag{56}$$

Требуемая оценка для $n = 1$ получена, т. к. неравенство (56) эквивалентно

$$\left\| \tilde{H}^{(1)}(x,y,t_1) - H(x,y,t_1) \right\|_{L_1(D)} \le \frac{1}{2c_0} \cdot \tau^2 \cdot L_x \cdot L_y \cdot M_1^*. \tag{57}$$

Фактически сделан первый шаг индукции при $n = 1$; к этому относятся выкладки (37)–(57).

Пусть $n = s$, $s = 2,..,N$. Тогда, рассуждая аналогичным предыдущему образом, получаем оценку:

$$\left\| \tilde{H}(T) - \tilde{\tilde{H}}(T) \right\|_{L_1(D)} \le \frac{1}{2c_0 \cdot (1-\tau)} \cdot \tau^2 \cdot L_x \cdot L_y \cdot C \cdot N \cdot \left((1-\tau) + \left(1-\tau^2\right) + ... + \left(1-\tau^{s+1}\right) \right). \tag{58}$$

Здесь , — некоторые постоянные функции, определяемые для временного промежутка соответственно.

Поскольку $N = \dfrac{T}{\tau}$, то из неравенства (58) получаем:

$$\left\| \tilde{H}(T) - H(T) \right\|_{L_1(D)} \le \frac{1}{2c_0 \cdot (1-\tau)} \cdot \tau \cdot L_x \cdot L_y \cdot C \cdot T \cdot \left((1-\tau) + \left(1-\tau^2\right) + ... + \left(1-\tau^{s+1}\right) \right). \tag{59}$$

При $\tau \to 0$ из (59) находим

$$\left\| \tilde{H}(T) - H(T) \right\|_{L_1(D)} \to 0,$$

что и завершает доказательство сходимости линеаризованной задачи к решению исходной задачи.

Теорема 2. Пусть дана начально-краевая задача:

$$(1-\varepsilon)\frac{\partial H}{\partial t} = div\left(k \cdot \frac{\tau_{bc}}{\sin \phi_0} \cdot gradH \right) - div\left(k\bar{\tau}_b \right) \text{ в } Ц_T = D \times (0,T), \ D \subset R^n.$$

Здесь $k \equiv \dfrac{A\tilde{\omega}d}{\left((\rho_1-\rho_0)gd\right)^{\beta}} \cdot \left| \bar{\tau}_b - \dfrac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot gradH \right|^{\beta-1}$, $div\left(k^{(n-1)}\bar{\tau}_b\right) < 0$ с начальными условиями:

$$H(x,y,0) = H_0(x,y),\ H_0(x,y) \in C^2(D) \cap C(\overline{D}),\ grad_{(x,y)}H_0 \in C(\overline{D}),\ (x,y) \in \overline{D},$$

условиями (4)–(8) на границе области $\overline{D}$. Функция $H(x,y,t)$ — решение задачи класса $C^2(Ц_T) \cap C(\overline{Ц}_T)$, $grad_{(x,y)}H \in C(\overline{Ц}_T)$.

Пусть далее на временной сетке $\omega_\tau = \{t_n = n\cdot\tau,\ n = 0,1,...,N,\ N\cdot\tau = T\}$ построена линеаризованная начально-краевая задача:

$$(1-\varepsilon)\frac{\partial H^{(n)}}{\partial t} = div\left(k^{(n-1)} \cdot \frac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot gradH^{(n)}\right) - div\left(k^{(n-1)} \cdot \vec{\tau}_b\right),\ n = 1,2,...,N.$$

Здесь $k^{(n-1)} \equiv \dfrac{A\tilde{\omega}d}{\left((\rho_1-\rho_0)gd\right)^{\beta}} \cdot \left| \bar{\tau}_b - \dfrac{\tau_{bc}}{\sin\phi_0} \cdot gradH^{(n-1)}(x,y,t_{n-1}) \right|^{\beta-1}$ с начальными условиями:

$$H^{(1)}(x,y,t_0) = H_0(x,y),\ H^{(n)}(x,y,t_{n-1}) = H^{(n-1)}(x,y,t_{n-1}),\ (x,y) \in \overline{D},\ n = 2,...,N,$$

граничными условиями (4)–(8), удовлетворяющими условию (17)–(18). Функция $\tilde{H}(x,y,t)$ — положительное решение задачи класса $C^2(Ц_T) \cap C(\overline{Ц}_T)$, $grad_{(x,y)}\tilde{H} \in C(\overline{Ц}_T)$. Также предположим, что существуют и непрерывны смешанные частные производные до третьего порядка включительно по пространственной и временной переменной t от функций $H(x,y,t)$, $\tilde{H}(x,y,t)$ для $(x,y) \in D,\ 0 < t \le T$:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(grad\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)\right),\ \frac{\partial}{\partial y}\left(grad\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)\right),\ \frac{\partial}{\partial x}\left(grad\left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial t}\right)\right),\ \frac{\partial}{\partial y}\left(grad\left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial t}\right)\right).$$

Тогда, если $k^{(n-1)} \ge k_0 > 0,\ k_0 = const,\ k^{(n-1)} \in C^1(\overline{D}),\ n = 1,2,...,N$, то имеет место оценка

$$\left\|\tilde{H}(T) - H(T)\right\|_{L_1(D)} \le \frac{1}{2c_0\cdot(1-\tau)}\tau\cdot L_x\cdot L_y\cdot C\cdot T, \qquad (60)$$

где C — постоянная величина, большая 0, т. е. положительное решение линеаризованной задачи $\tilde{H}(x,y,t)$ стремится к решению $H(x,y,t)$ нелинейной задачи в норме Гильбертова пространства $L_1(D)$ при $\tau \to 0,\ N\cdot\tau = T$.

Заключение. Исследована линеаризованная двумерная математическая модель транспорта донных наносов в прибрежных системах, удовлетворяющая основным законам сохранения и учитывающая следующие физические процессы и параметры: пористость донного материала; критическое значение тангенциального напряжения, при котором начинается транспорт донных материалов; динамически изменяемая геометрия донной поверхности за счет движения водной среды.

Получены условия положительности решений линеаризованной начально-краевой задачи и их сходимости к решению исходной нелинейной начально-краевой задачи в норме Гильбертова пространства L_1, сформулированные в виде теорем.

Библиографический список

1. Марчук, Г. И. Математические модели в геофизической гидродинамике и численные методы их реализации / Г. И. Марчук, В. П. Дымников, В. Б. Залесный. — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1987. — 296 с.

2. Sukhinov, A. I. Numerical realization of the three-dimensional model of hydrodynamics for shallow water basins on a high-performance system / A. I. Sukhinov, A. E. Chistyakov, E. V. Alekseenko // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2011. — Vol. 3, is. 5. — P. 562–574.

3. Леонтьев, И. О. Прибрежная динамика: волны, течения потоки наносов / И. О. Леонтьев. — Москва : ГЕОС, 2001. — 272 с.

4. Predictive modeling in sediment transportation across multiple spatial scales in the Jialing River Basin of China / Xiaoying Liu [et al.] // International Journal of Sediment Research. — 2015. — Vol. 30, is. 3. — P. 250–255.

5. Sukhinov, A. I. Mathematical modeling of sediment transport in the coastal zone of shallow reservoirs / A. I. Sukhinov, A. E. Chistyakov, E. A. Protsenko // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2014. — Vol. 6, is. 4. — P. 351–363.

6. Сухинов, А. И. Существование и единственность решения линеаризованной двумерной задачи транспорта наносов / А. И. Сухинов, В. В. Сидорякина // Теория операторов, комплексный анализ и математическое моделирование : тезисы докладов XIII междунар. науч. конф. — Владикавказ : ЮМИ ВНЦ РАН, 2016. — С. 184–185.

7. Сухинов, А. И. О единственности решения линеаризованной двумерной начально-краевой задачи транспорта наносов / А. И. Сухинов, В. В. Сидорякина // Вестник Таганрог. ин-та им. А. П. Чехова. — 2016. — № 2. — С. 270–274.

8. Сухинов, А. И. Априорная оценка решения двумерной задачи транспорта наносов / А. И. Сухинов, В. В. Сидорякина, А. А. Сухинов // Актуальные проблемы прикладной математики и автоматизации : мат-лы междунар. конф. ; Нелокальные краевые задачи и современные проблемы анализа и информатики : мат-лы XIV школы молодых ученых. — Терскол, 2016. — 363 с.

9. Sukhinov, A. I. Adaptive modified alternating triangular iterative method for solving grid equations with a non-self-adjoint operator / A. I. Sukhinov, A. E. Chistyakov // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2012. — Vol. 4, is. 4. — P. 398–409.

10. Сухинов, А. И. Математическое моделирование транспорта наносов в прибрежных водных системах на многопроцессорной вычислительной системе / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, Е. А. Проценко // Вычислительные методы и программирование. — 2014 — Т. 15, вып. 4. — С. 610–620.

11. Сравнение вычислительных эффективностей явной и неявной схем для задачи транспорта наносов в прибрежных водных системах / А. И. Сухинов [и др.] // Вычислительные методы и программирование. — 2015. — Т. 16, вып. 3. — С. 328–338.

12. Годунов, С. К. Уравнения математической физики / С. К. Годунов. — 2-е изд., исправл. и дополн. — Москва : Наука, 1979. — 392 с.

References

1. Marchuk, G.I., Dymnikov, V.P., Zalesny, V.B. Matematicheskie modeli v geofizicheskoy gidrodinamike i chislennye metody ikh realizatsii. [Mathematical models in geophysical hydrodynamics and numerical methods for their implementation.] Leningrad: Gidrometeoizdat, 1987, 296 p. (in Russian).

2. Sukhinov, A.I., Chistyakov, A.E., Alekseenko, E.V. Numerical realization of the three-dimensional model of hydrodynamics for shallow water basins on a high-performance system. Mathematical Models and Computer Simulations, 2011, vol. 3, iss. 5, pp. 562–574.

3. Leontyev, I.O. Pribrezhnaya dinamika: volny, techeniya potoki nanosov. [Coastal dynamics: waves, moving streams, deposits drifts.] Moscow: GEOS, 2001, 272 p. (in Russian).

4. Xiaoying Liu, et al. Predictive modeling in sediment transportation across multiple spatial scales in the Jialing River Basin of China. International Journal of Sediment Research, 2015, vol. 30, iss. 3, pp. 250–255.

5. Sukhinov, A.I., Chistyakov, A.E., Protsenko, E.A. Mathematical modeling of sediment transport in the coastal zone of shallow reservoirs. Mathematical Models and Computer Simulations, 2014, vol. 6, iss. 4, pp. 351–363.

6. Sukhinov, A.I., Sidoryakina, V.V. Sushchestvovanie i edinstvennost' resheniya linearizovannoy dvumernoy zadachi transporta nanosov. [Availability and uniqueness of solution to linearized two-dimensional sediment transportation problem.] Teoriya operatorov, kompleksnyy analiz i matematicheskoe modelirovanie: tezisy dokladov XIII mezhdunar. nauch. konf. [Theory of operators, complex analysis and mathematical modeling: Abstracts of XIIIth Int. Sci.Conf.] Vladikavkaz: YuMI VNTs RAN, 2016, pp. 184–185 (in Russian).

7. Sukhinov, A.I., Sidoryakina, V.V. O edinstvennosti resheniya linearizovannoy dvumernoy nachal'no-kraevoy zadachi transporta nanosov. [On the uniqueness of solutions of the linearized two-dimensional bottom deposit transportation problem.] Taganrog Institute Journal, 2016, no. 2, pp. 270–274 (in Russian).

8. Sukhinov, A.I., Sidoryakina, V.V., Sukhinov, A.A. Apriornaya otsenka resheniya dvumernoy zadachi transporta nanosov. [A priori estimate of solution to two-dimensional sediment transportation problem.] Aktual'nye problemy prikladnoy matematiki i avtomatizatsii: mat-ly mezhdunar. konf.; Nelokal'nye kraevye zadachi i sovremennye problemy analiza i informatiki: mat-ly XIV shkoly molodykh uchenykh. [Challenging issues of applied mathematics and automation: Proc. Int. Conf.; Nonlocal boundary-value problems and current problems of analysis and informatics: Proc. XIV School of young scholars.] Terskol, 2016, 363 p. (in Russian).

9. Sukhinov, A.I., Chistyakov, A.E. Adaptive modified alternating triangular iterative method for solving grid equations with a non-self-adjoint operator. Mathematical Models and Computer Simulations, 2012, vol. 4, iss. 4, pp. 398–409.

10. Sukhinov, A.I., Chistyakov, A.E., Protsenko, E.A. Matematicheskoe modelirovanie transporta nanosov v pribrezhnykh vodnykh sistemakh na mnogoprotsessornoy vychislitel'noy sisteme. [Sediment transport mathematical modeling in a coastal zone using multiprocessor computing systems.] Numerical Methods and Programming, 2014, vol. 15, iss. 4, pp. 610–620 (in Russian).

11. Sukhinov, A.I., et al. Sravnenie vychislitel'nykh effektivnostey yavnoy i neyavnoy skhem dlya zadachi transporta nanosov v pribrezhnykh vodnykh sistemakh. [Comparison of computational efficiency of explicit and implicit schemes.] Numerical Methods and Programming, 2015, vol. 16, iss. 3, pp. 328–338 (in Russian).

12. Godunov, S.K. Uravneniya matematicheskoy fiziki. [Equations of mathematical physics.] 2nd revised and enlarged ed. Moscow: Nauka, 1979, 392 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 25.12.2016
Сдана в редакцию 25.12.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 25.12.2016
Submitted 25.12.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторах:

Сухинов Александр Иванович, проректор по научно-исследовательской работе и инновационной деятельности Донского государственного технического университета (РФ, 344000, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор физико-математических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5825-1523 ,
Scopus Author ID: 8573972700,
WoS Researcher ID: I-1091-2016, sukhinov@gmail.com

Сидорякина Валентина Владимировна, доцент кафедры «Математика» Таганрогского института имени А. П. Чехова (филиала) РГЭУ (РИНХ), (РФ, 347936, г. Таганрог Ростовской области, ул. Инициативная, д. 48), кандидат физико-математических наук, доцент,
cvv9@mail.ru

Сухинов Андрей Александрович, аспирант кафедры «Информационно-аналитические системы безопасности» Южного федерального университета (РФ, 347928, г. Таганрог, ул. Чехова, 2), honey.lusine@mail.ru

Authors:

Sukhinov, Alexander I., pro-rector for Research and Innovation Activities, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Dr.Sci. (Phys.-Math.), professor, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5825-1523 ,
Scopus Author ID: 8573972700,
WoS Researcher ID: I-1091-2016, sukhinov@gmail.com

Sidoryakina, Valentina V., associate professor of the Mathematics Department, Taganrog Chekhov Institute, RSUE (RINH) branch (RF, Taganrog, Rostov Region, Initsiativnaya St., 48), Cand.Sci. (Phys.-Math.), associate professor,
cvv9@mail.ru

Sukhinov, Andrey A., postgraduate student of the Information Analysis Safety Systems Department, Southern Federal University (RF, Taganrog, Chekhov St., 2),
honey.lusine@mail.ru

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 539.3 10.23947/1992-5980-2017-17-1-18-27

Распространение упругих волн через периодическую систему трещин в низкочастотном режиме*

М. Ю. Ремизов[1]**

[1]Академия строительства и архитектуры, Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Low-frequency penetration of elastic waves through a periodic array of cracks***

M. Yu. Remizov[1]**

[1]Academy of Construction and Architecture, Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Исследование проникновения упругих волн через периодические решетки является важной проблемой в области ультразвуковой количественной оценки материалов, распространения звука и для электромагнитных волноводов с диафрагмами. На практике аналитические результаты могут быть получены в предположении низкой частоты, со слабым режимом взаимодействия, когда лишь некоторые приближенные результаты можно установить в аналитической форме.

Материалы и методы. В предыдущих работах автором изучены 3-D задача проникновения волны нормальной плоскости с бесконечной двоякопериодической системой трещин в низкочастотном режиме и 2-D задача проникновения волны нормально двум системам, когда каждая содержит бесконечный периодический массив трещин.Целью настоящей работы является обобщение полученных ранее данных — результатов исследования свойств рассматриваемой системы, основанного на плоской задаче о распространении волн в упругих средах с периодическим массивом трещин.

Результаты исследования. Настоящая работа продолжает изучение 2-D задачи для трех параллельных массивов, образующих двоякопериодическую систему. Исследование посвящено выводу аналитических выражений коэффициентов отражения и прохождения, когда плоская продольная волна падает на систему трех идентичных плоских решеток, расположенных друг за другом. В режиме частотного диапазона одной моды задача сводится к системе гиперсингулярных интегральных уравнений, решение которой дает эти коэффициенты и явное представление волнового поля внутри структуры.

Обсуждения и заключения. Применяемый метод позволяет управлять акустическим фильтром в рассматриваемой решетке выбором соответствующей длины трещины, частоты и

Introduction. The investigation of elastic wave penetration through periodic gratings is an important problem in the fields of the ultrasonic quantitative evaluation of materials, sound propagation and electromagnetic waveguides with diaphragms. In practice, analytical results can be obtained under the assumption of low frequency, with a weak interaction regime where some approximated results can be established in an analytical form.

Materials and Methods. In the previous papers, the 3-D normal penetration of a wave through a plane screen with an infinite doubly periodic system of cracks with a low frequency assumption and the 2-D normal penetration of a wave through a couple of the systems with an infinite periodic array of cracks are studied. The present study objective is to generalize the results obtained before extending the explicit analytical expressions of he considered coefficients for the system of parallel plane screens based on the context of the in-plane problem for the wave propagation through elastic solids with a periodic array of cracks.

Research Results. The present work continues to study the 2-D problem for three such parallel arrays which form a doubly-periodic system. The investigation is devoted to the derivation of the analytic expressions for coefficients of reflection and transmission when a longitudinal plane wave falls on the system of three identical two-dimensional gratings. In the one-mode range, the approximation of the problem is reduced to a system of the hypersingular integral equations whose solution gives these coefficients and an explicit representation of the wave field inside the structure.

Discussion and Conclusions. The desired control of the acoustic filtering in the considered grating can be arranged by the appropriate choice of the crack's length, respective frequency interval,

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

**E-mail: remizov72@mail.ru

***The research is done within the frame of the independent R&D.

расстояния между двумя вертикальными массивами, содержащими периодическую систему трещин.

and finally — by the distance between two vertical arrays containing periodic systems of cracks.

Ключевые слова: коэффициенты отражения и прохождения, диапазон частоты, периодическая решетка, интегральное уравнение, система трещин, акустический фильтр.

Keywords: coefficients of reflection and transmission, frequency range, periodic array, integral equation, array of cracks, acoustic filter.

Введение. Исследование проникновения упругих волн через периодические решетки является важной проблемой в области ультразвуковой количественной оценки материалов, распространении звука и для электромагнитных волноводов с диафрагмами. Различные численные методы были применены в двумерных задачах с периодическими отверстиями произвольной формы [1–3]. Результаты компьютерного моделирования продемонстрировали высокую точность. При этом развиваются и аналитические теории. На практике некоторые приближенные результаты можно установить в аналитической форме в предположении режима низких частот при слабом взаимодействии волн. Таким образом, аналитические методы, обеспечивающие явные формулы для соответствующих параметров рассеяния, задают только определенный низкочастотный предел. В работах [4–7] получены явные аналитические формулы:

— для параметров отражения и прохождения в режиме одной моды акустической волны, проникающей сквозь двояко-, троякопериодические массивы отверстий и объемных препятствий произвольной формы;

— для плоских задач распространения волн через периодический массив трещин в упругих твердых телах [8].

Случаи высокочастотной дифракции на трещине анализировались в [9–11].

В данной работе изучаются три массива, каждый из которых представляет собой периодическую систему трещин в двумерной постановке. Как показано в [12], качественные свойства такой геометрии аналогичны соответствующей плоской задаче для двух массивов. Предполагается, что при нормальном падении волны имеет место режим распространения одной моды, т. е. $ak_2 < \pi$, где k_2 — волновое число поперечной волны $e^{ik_1 x}$, $2a$ — период данной системы. А также расстояние d является таким, что выполняется условие $d / a >> 1$.

Целью настоящей работы является обобщение результатов, полученных ранее в [12, 13], и вывод новых аналитических выражений коэффициентов для системы трех параллельных экранов (с учетом свойств ядра гиперсингулярного интегрального уравнения). Соответствующие вычисления основываются на решении плоской задачи распространения волны в упругом теле с периодическим массивом трещин.

Постановка задачи. Вывод интегральных уравнений. Рассмотрим структуру, состоящую из трех бесконечных массивов коллинеарных трещин, вертикально расположенных в $x = 0; d; 2d$. Каждая из трещин, длина которой $2b$, расположена с периодичностью $2a$ по оси y. При изучении падения плоской продольной волны $e^{ik_1 x}$ на данную систему вдоль положительного направления оси x, в силу симметрии вопрос сводится к рассмотрению волновода ширины $2a$ (рис. 1).

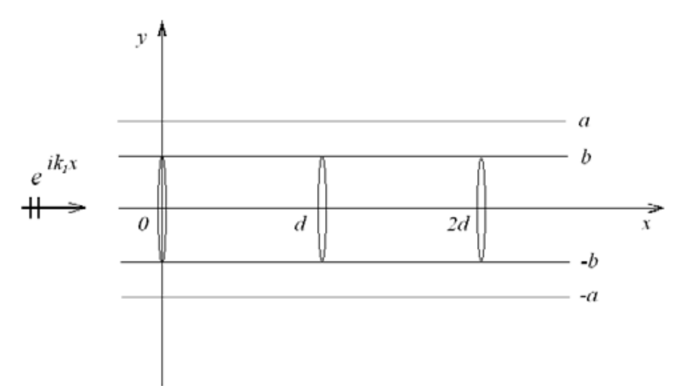


Рис. 1. Фрагмент периодического массива трещин

Fig. 1. Segment of periodic array of cracks

Тогда потенциалы, удовлетворяющие уравнению Гельмгольца, есть функции:

$$\phi^{left} = e^{ik_1 x} + Re^{-ik_1 x} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{q_n x} \cos\left(\frac{\pi n y}{a}\right);$$

$$\psi^{left} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{r_n x} \sin\left(\frac{\pi n y}{a}\right), \quad x < 0;$$

$$\phi^{s} = e^{ik_1 x} + F_0^s \cos[k_1(x - x_{s-1})] + H_0^s \cos[k_1(x - x_s)] + \sum_{n=1}^{\infty} \{F_n^s ch[q_n(x - x_{s-1})] + H_n^s ch[q_n(x - x_s)]\} \cos\left(\frac{\pi n y}{a}\right);$$

$$\psi^{s} = \sum_{n=1}^{\infty} \{G_n^s ch[r_n(x - x_{s-1})] + P_n^s ch[r_n(x - x_s)]\} \sin\left(\frac{\pi n y}{a}\right), \ (s-1)d < x < sd; \ s = 1, 2;$$

$$\phi^{right} = Te^{ik_1[x-2d]} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-q_n[x-2d]} \cos\left(\frac{\pi n y}{a}\right);$$

$$\psi^{right} = \sum_{n=1}^{\infty} D_n e^{-r_n[x-2d]} \sin\left(\frac{\pi n y}{a}\right); \ x > 2d. \tag{1}$$

Заглавные буквы здесь являются неизвестными константами, а

$$q_n = \left[\left(\pi n / a\right)^2 - k_1^2\right]^{1/2}, \ r_n = \left[\left(\pi n / a\right)^2 - k_2^2\right]^{1/2}. \tag{2}$$

Гармонический временной множитель берется в виде $e^{-i\omega t}$, k_1, k_2 являются продольным и поперечным волновыми числами, а R, T — коэффициенты отражения и прохождения соответственно. Далее возьмем компоненты тензора напряжений σ_{xx}; σ_{xy} и вектора перемещений u_x, u_y в терминах потенциалов, используя стандартные формулы Грина — Ламе. В рассматриваемой задаче плоская продольная волна с потенциалами $\phi_0 = e^{ik_1 x}$, $\psi_0 = 0$ приходит из $-\infty$ и порождает отраженное поле. Предполагая непрерывность поля перемещений вне трещин, введем следующий вектор неизвестных функций $g_x(y), g_y(y)$, $|y| < b$:

$$\bar{u}^{(left)} - \bar{u}^{(1)} = \bar{g}^1(y), \ x = 0; \qquad \bar{u}^{(1)} - \bar{u}^{(2)} = \bar{g}^2(y), \ x = d; \qquad \bar{u}^{(2)} - \bar{u}^{(right)} = \bar{g}^3(y), \ x = 2d. \tag{3}$$

Используя (1)–(3), найдем все необходимых постоянные, входящие в потенциалы (1), через $g_x(y), g_y(y)$. Для этого сначала проинтегрируем уравнения (3) по отрезку $|y| < a$, чтобы получить систему для 6 коэффициентов, не входящих под знак суммы в выражениях для потенциалов:

$$-ik_1 R - H_0^1 k_1 \sin(k_1 d) = \frac{1}{2a} \int_{-b}^{b} g_x^1(y) dy;$$

$$-F_0^1 k_1 \sin(k_1 d) - H_0^2 k_1 \sin(k_1 d) = \frac{1}{2a} \int_{-b}^{b} g_x^2(y) dy;$$

$$-F_0^2 k_1 \sin(k_1 d) + ik_1 e^{ik_1 2d} - ik_1 T = \frac{1}{2a} \int_{-b}^{b} g_x^3(y) dy. \tag{4}$$

Свойство ортогональности тригонометрических функций с учетом предположений метода $q_n d >> 1, \quad n = 1, 2, 3...$ приведет (3) к соотношениям, связывающим остальные 12 коэффициентов:

$$[A_n + H_n^1 sh(q_n d)]q_n + [B_n - P_n^1 ch(r_n d) D_{nj}^{(3)}] \frac{\pi n}{a} = \frac{1}{2a} \int_{-b}^{b} g_x^1(y) \cos\left(\frac{\pi n y}{a}\right) dy;$$

$$[-A_n + H_n^1 ch(q_n d)] \frac{\pi n}{a} - [B_n + P_n^1 sh(r_n d)] r_n = \frac{1}{2a} \int_{-b}^{b} g_y^1(y) \sin\left(\frac{\pi n y}{a}\right) dy;$$

$$[F_n^1 + H_n^2] q_n sh(q_n d) + [G_n^1 - P_n^2] \frac{\pi n}{a} ch(r_n d) = \frac{1}{2a} \int_{-b}^{b} g_x^2(y) \cos\left(\frac{\pi n y}{a}\right) dy;$$

$$[-F_n^1 + H_n^2] \frac{\pi n}{a} ch(q_n d) - [G_n^1 + P_n^2] r_n sh(r_n d) = \frac{1}{2a} \int_{-}^{b} g_y^2(y) \sin\left(\frac{\pi n y}{a}\right) dy;$$

$$[F_n^2 sh(q_n d)+C_n]q_n-[G_n^2 ch(r_n d)-D_n]\frac{\pi n}{a}=\frac{1}{2a}\int_{-b}^{b} g_x^3(y)\cos\left(\frac{\pi n y}{a}\right)dy\,;$$

$$[-F_n^2 ch(q_n d)+C_n]\frac{\pi n}{a}-[G_n^2 sh(r_n d)+D_n]r_n=\frac{1}{2a}\int_{-b}^{b} g_y^3(y)\sin\left(\frac{\pi n y}{a}\right)dy\,. \qquad (5)$$

Условия непрерывности напряжений на границе имеют место в виде

$$\sigma_{xx}^{(left)}=\sigma_{xx}^{(1)};\ \sigma_{xy}^{(left)}=\sigma_{xy}^{(1)},\ x=0\,;\ \sigma_{xx}^{(1)}=\sigma_{xx}^{(2)};\ \sigma_{xy}^{(1)}=\sigma_{xy}^{(2)},\ x=d\,;\ \sigma_{xx}^{(2)}=\sigma_{xx}^{(right)};\ \sigma_{xy}^{(2)}=\sigma_{xy}^{(right)},\ x=2d\,. \qquad (6)$$

После применения для (6) аналогичной процедуры интегрирования по отрезку и принимая во внимание свойство ортогональности тригонометрической функции, получим остальные 9 соотношений, которые вместе с (4) и (5) образуют алгебраическую систему с 18 неизвестными постоянными задачи. Часть решения системы, соответствующая $x=0$, определяет постоянные $P_n^1, A_n, B_n, H_n^{(1)}, F_0^{(1)}, H_0^{(1)}, R$, выражения которых, используемые ниже, принимают вид:

$$F_0^1=\frac{e^{ik_1 d}}{4ak_1\sin(k_1 d)}\int_{-b}^{b} g_x^1(\eta)d\eta-\frac{1}{4ak_1\sin(k_1 d)}\int_{-b}^{b} g_x^2(\eta)d\eta-\frac{e^{ik_1 d}}{4ak_1\sin(k_1 d)}\int_{-b}^{b} g_x^3(\eta)d\eta\,;$$

$$H_0^1=-\frac{1}{4ak_1\sin(k_1 d)}\int_{-b}^{b} g_x^1(\eta)d\eta+\frac{e^{ik_1 d}}{4ak_1\sin(k_1 d)}\int_{-b}^{b} g_x^2(\eta)d\eta+\frac{e^{ik_1 2d}}{4ak_1\sin(k_1 d)}\int_{-b}^{b} g_x^3(\eta)d\eta\,;$$

$$R=-\frac{1}{4ak_1 i}\int_{-b}^{b} g_x^1(\eta)d\eta-\frac{e^{ik_1 d}}{4ak_1 i}\int_{-b}^{b} g_x^2(\eta)d\eta-\frac{e^{ik_1 2d}}{4ak_1 i}\int_{-b}^{b} g_x^3(\eta)d\eta\,;$$

$$H_n^1=\frac{1}{2ash(q_n d)}[-\frac{r_{nj}^2+a_n^2}{q_n k_2^2}\int_{-b}^{b} g_x^1(\eta)\cos\left(\frac{\pi n\eta}{a}\right)d\eta+\frac{2a_n}{k_2^2}\int_{-b}^{b} g_y^1(\eta)\sin\left(\frac{\pi n\eta}{a}\right)d\eta]\,;$$

$$A_n=\frac{1}{2a}[-\frac{r_{nj}^2+a_n^2}{q_n k_2^2}\int_{-b}^{b} g_x^1(\eta)\cos\left(\frac{\pi n\eta}{a}\right)d\eta-\frac{2a_n}{k_2^2}\int_{-b}^{b} g_y^1(\eta)\sin\left(\frac{\pi n\eta}{a}\right)d\eta]\,;$$

$$B_n=\frac{1}{2a}[\frac{2a_n}{k_2^2}\int_{-b}^{b} g_x^1(\eta)\cos\left(\frac{\pi n\eta}{a}\right)d\eta-\frac{\gamma_0}{c_1^2 r_n k_1^2}\int_{-b}^{b} g_y^1(\eta)\sin\left(\frac{\pi n\eta}{a}\right)d\eta]\,;$$

$$P_n^1=\frac{1}{2ash(q_n d)}[-\frac{2a_n}{k_2^2}\int_{-b}^{b} g_x^1(\eta)\cos\left(\frac{\pi n\eta}{a}\right)d\eta-\frac{\gamma_0}{c_1^2 r_n k_1^2}\int_{-b}^{b} g_y^1(\eta)\sin\left(\frac{\pi n\eta}{a}\right)d\eta]\,. \qquad (7)$$

Формулы для остальных постоянных для краткости опускаем.

Теперь полученные постоянные используются для удовлетворения условий равенства нулю компонент тензора напряжений на трещине. Здесь следует принять во внимание, что в задаче остаются только нетривиальные функции раскрытия $g_x^s(y);|y|<b;\ s=1,2,3$, учитываемые в соотношениях

$$\sigma_{xx}^{(left)}=\sigma_{xx}^{(1)}=0,\quad x=0\,;\ \sigma_{xx}^{(1)}=\sigma_{xx}^{(2)}=0,\quad x=d\,;\ \sigma_{xx}^{(2)}=\sigma_{xx}^{(right)}=0,\quad x=2d\,. \qquad (8)$$

Опуская промежуточные преобразования, окончательно получаем следующую систему трех интегральных уравнений относительно функций $g_x^s(y);|y|<b;\ s=1,2,3$:

$$-\frac{1}{2a}\int_{-b}^{b} K(y-t)g_x^1(t)dt+\frac{e^{ik_1 d}}{4ak_1 i}\int_{-b}^{b} g_x^2(t)dt+\frac{e^{ik_1 2d}}{4ak_1 i}\int_{-b}^{b} g_x^3(t)dt=1\,;$$

$$\frac{e^{ik_1 d}}{4ak_1 i}\int_{-b}^{b} g_x^1(t)dt-\frac{1}{2a}\int_{-b}^{b} K(y-t)g_x^2(t)dt+\frac{e^{ik_1 d}}{4ak_1 i}\int_{-b}^{b} g_x^3(t)dt=e^{ik_1 d}\,;$$

$$\frac{e^{ik_1 2d}}{4ak_1 i}\int_{-b}^{b} g_x^2(t)dt+\frac{e^{ik_1 d}}{4ak_1 i}\int_{-b}^{b} g_x^2(t)dt-\frac{1}{2a}\int_{-b}^{b} K(y-t)g_x^3(t)dt=e^{ik_1 2d}\,, \qquad (9)$$

где $K(y)=i/2k_1+\sum_{n=1}^{\infty}(R_n/q_n k_2^2)\cos(\pi n y/a),\quad R_n=[2a_n^2-k_2^2]^2-4r_n q_n a_n^2,\quad a_n=\pi n/a.$

Свойства интегрального уравнения. Начнем с рассмотрения вспомогательного интегрального уравнения:

$$\frac{1}{2a}\int_{-b}^{b} h(\eta)K(y-\eta)d\eta = 1\,;\; K(y) = \sum_{n=1}^{\infty} L_n \cos(a_n y)\,;\; L_n = \frac{R_n}{k_2^2 q_n}\,,\quad |\,y\,|<b\,. \tag{10}$$

Заметим, что $L_n \sim -2(1-c_2^2/c_1^2)a_n$, $n\to\infty$. Тогда выражение ядра преобразуется к виду:

$$K(y) = -2\left(1-\frac{c_2^2}{c_1^2}\right)\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(a_n y) + \sum_{n=1}^{\infty}\left[L_n + 2\left(1-\frac{c_2^2}{c_1^2}\right)a_n\right]\cos(a_n y), \qquad K(y) = -2\left(1-\frac{c_2^2}{c_1^2}\right)I\;(y) + K_r(y)\,.$$

Здесь вторая сумма ядра есть некоторая регулярная функция. Первая имеет как регулярную, так и сингулярную части: $I(y) = [I_r(y) + I_s(y)]$, для выделения которых рассмотрим выражение

$$\frac{a}{\pi} I(y) = \sum_{n=1}^{\infty} n\cos(\frac{\pi n}{a}y)\,. \tag{11}$$

Используя обобщенное представление для суммы (11), имеем преобразование $\sum_{n=1}^{\infty} n\cos(\frac{\pi n}{a}y) = \lim_{\varepsilon\to+0}\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\varepsilon n} n\cos(\frac{\pi n}{a}y) = -\frac{1}{4\sin^2(\pi y/2a)}$, $(\sim -\frac{a^2}{\pi^2 y^2},\; y\to 0)$, после чего ядро вспомогательного интегрального уравнения (10) представляется в виде: $K(y) = -2(1-c_2^2/c_1^2)[I_r(y)+I_s(y)] + K_r(y)$, где сингулярная и регулярная части есть соответственно $I_s(y) = -\frac{a}{\pi\; y^2}$, $I_r(y) = \frac{a}{\pi\; y^2} - \frac{\pi}{4a\sin^2(\pi y/2a)}$.

Легко видеть, что особенность ядра для малых аргументов содержит гиперсингулярность по одной переменной, возникающую в теории трещин, хорошо известную в задачах теории упругости в неограниченных средах [14]. Для устойчивости численного метода при выполнении расчетных экспериментов здесь применяется дискретная квадратурная формула для гиперсингулярных одномерных ядер, известная как «метод дискретных вихрей» [15]. Используя новое представление ядра основного интегрального уравнения (10), перепишем его следующим образом:

$$\frac{1}{2a}\int_{-b}^{b} h(\eta)\left[\Phi_r(y-\eta) + \frac{2a[1-\frac{c_2^2}{c_1^2}]}{\pi(y-\eta)^2}\right]d\eta = 1\,,\; \Phi_r(y) = -2[1-\frac{c_2^2}{c_1^2}]I_r(y) + K_r(y). \tag{12}$$

Дискретизация интегрального соотношения (12) приводит к формуле

$$\frac{1}{2a}\sum_{k=1}^{N}\int_{\eta_{k-1}}^{\eta_k} h(\eta)\left[\Phi_r(y_l-\eta) + \frac{2a[1-\frac{c_2^2}{c_1^2}]}{\pi(y_l-\eta)^2}\right]d\eta = \frac{1}{2a}\sum_{k=1}^{N} h(\eta_k)\int_{\eta_{k-1}}^{\eta_k} h(\eta)\left[\Phi_r(y_l-\eta_k)\varepsilon_1 + \frac{2a[1-\frac{c_2^2}{c_1^2}]}{\pi(y_l-\eta)^2}d(\eta-y_l)\right] =$$

$$= \frac{1}{2a}\sum_{k=1}^{N} h(\eta_k)\left[\Phi_r(y_l-\eta_k)\varepsilon_1 + \frac{2a[1-\frac{c_2^2}{c_1^2}]}{\pi(y_l-\eta_k)} - \frac{2a[1-\frac{c_2^2}{c_1^2}]}{\pi(y_l-\eta_{k-1})}\right],$$

где $\eta_k = -b + k\varepsilon_1$, $y_l = -b + (l-0,5)\varepsilon_1$, $l = 1,...,N$, $\varepsilon_1 = 2b/N$.

В итоге имеем алгебраическую систему уравнений:

$$\frac{1}{2a}\sum_{k=1}^{N} h(\eta_k)\left[\Phi_r(y_l-\eta_k)\varepsilon_1 + \frac{2a[1-\frac{c_2^2}{c_1^2}]}{\pi}\left(\frac{1}{(y_l-\eta_k)} - \frac{1}{(y_l-\eta_{k-1})}\right)\right] = 1.$$

Аналитические выражения волновых характеристик. Используя вспомогательное уравнение, входящее в (10), для решения которого вводится постоянная

$$H = \int_{-b}^{b} h(t)dt\,, \tag{13}$$

в терминах функции $h(y)$ из (9) и (10) получаем:

$$k_2^{-2} g_x^1(\eta) = h(\eta)[(1/4aik_1)J_1 + (e^{ik_1 d}/4aik_1)J_2 + (e^{ik_1 2d}/4aik_1)J_3 - 1];$$
$$k_2^{-2} g_x^2(\eta) = h(\eta)[(1/4aik_1)J_2 + (e^{ik_1 d}/4aik_1)[J_1 + J_3] - e^{ik_1 d}];$$
$$k_2^{-2} g_x^3(\eta) = h(\eta)[(1/4aik_1)J_3 + (e^{ik_1 d}/4aik_1)J_2 + (e^{ik_1 2d}/4aik_1)J_1 - e^{ik_1 2d}], \quad (14)$$

где обозначено

$$J_j = \int_{-b}^{b} g_x^j(t)dt, \quad j = 1,2,3. \quad (15)$$

После интегрирования уравнения (14) по множеству $|y| < b$ с учетом (13) получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно J_j, $j = 1,2,3$:

$$(k_2^{-2} - H/4aik_1)J_1 - (He^{ik_1 d}/4aik_1)J_2 - (e^{ik_1 2d}H/4aik_1)J_3 = -H;$$
$$-(He^{ik_1 d}/4aik_1)J_1 + (k_2^{-2} - H/4aik_1)J_2 - (e^{ik_1 d}H/4aik_1)J_3 = -He^{ik_1 d};$$
$$-(He^{ik_1 2d}/4aik_1)J_1 - (e^{ik_1 d}H/4aik_1)J_2 + (k_2^{-2} - H/4aik_1)J_3 = -He^{ik_1 2d}. \quad (16)$$

После того как найдено решение системы (16), т. е. найдены величины J_j, $j = 1,2,3$ и параметр H, находим все необходимые волновые характеристики. В частности, коэффициенты отражения и преломления будут выражены в виде:

$$R = -\frac{1}{4aik_1}\int_{-b}^{b} g_x^1(t)dt - \frac{e^{ik_1 d}}{4aik_1}\int_{-b}^{b} g_x^2(t)dt - \frac{e^{ik_1 2d}}{4aik_1}\int_{-b}^{b} g_x^3(t)dt;$$
$$T = -\frac{e^{ik_1 2d}}{4aik_1}\int_{-b}^{b} g_x^1(t)d - \frac{e^{ik_1 d}}{4aik_1}\int_{-b}^{b} g_x^2(t)dt - \frac{1}{4aik_1}\int_{-b}^{b} g_x^3(t)dt + e^{ik_1 2d}. \quad (17)$$

Отметим, что данная теория позволяет найти коэффициенты (17) в явном виде, а единственным вопросом, который решается здесь численно, является построение решения основного вспомогательного гиперсингулярного интегрального уравнения (13). Исходя из этого, предлагаемый метод может быть назван «полуаналитическим».

Обсуждение и результаты. На рис. 2–5 продемонстрированы некоторые примеры зависимости физических параметров от частотного параметра ak/π, ($k = k_2$) и длины трещины в упругой среде с отношением упругих скоростей $c_1/c_2 = 1{,}87$. Модуль коэффициента прохождения $|T|$ с ростом частоты после нескольких осцилляций всегда уменьшается, независимо от геометрии решетки. Осциллирующий режим и одновременно определенные потери прохождения очевидны при увеличении длины трещины b/a (рис. 2).

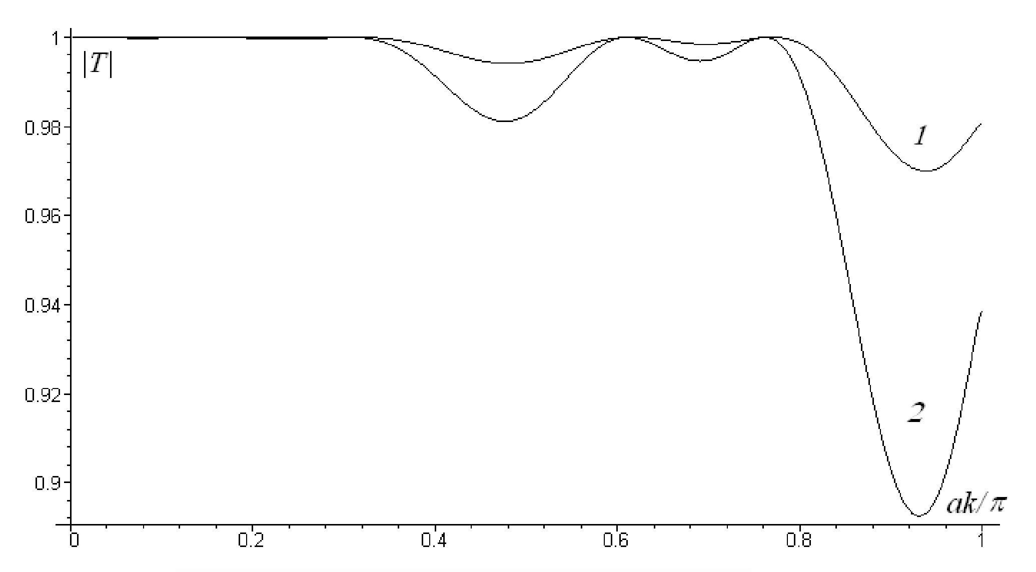


Рис. 2. Зависимость коэффициента прохождения от частоты: $a = 1$; $d = 4$;
кривая 1 — $b/a = 0{,}15$; кривая 2 — $b/a = 0{,}2$

Fig. 2. Dependence of transmission coefficient on frequency: $a = 1$; $d = 4$;
curve 1 — $b/a = 0{,}15$; curve 2 — $b/a = 0{,}2$

При фиксированных ak_2/π и d модуль коэффициента отражения $|R|$ при изменении параметра b/a может иметь различный характер поведения (рис. 3).

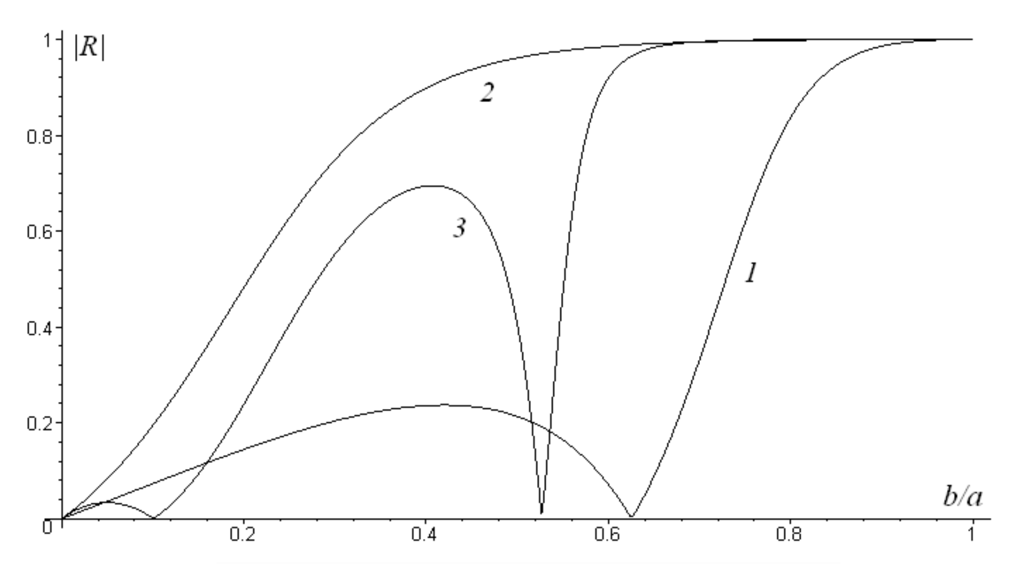


Рис. 3. Зависимость коэффициента отражения от длины трещины:
$a=1$; $d=4$; кривая 1 — $ak_2=0,222$; кривая 2 — $ak_2=0,357$; кривая 3 — $ak_2/\pi=0,595$

Fig. 3. Dependence of reflection coefficient on crack's length:
$a=1$; $d=4$; curve 1 — $ak_2=0,222$; curve 2 — $ak_2=0,357$; curve 3 — $ak_2/\pi=0,595$

Для одних частот это монотонно возрастающая функция на всем диапазоне изменения величины трещины (кривая 2). В других случаях при некотором размере трещины достигается локальный минимум (кривая 1) или даже несколько локальных минимумов (как на кривой 3). При некоторых размерах трещины может происходить полное запирание канала, когда $|T|=1$. Если d и ak_2/π зафиксированы, то максимальное отражение наступает для наибольшей трещины в материале. И наоборот, слабое отражение происходит для небольших трещин, что вполне естественно с физической точки зрения.

Также отметим, что для заданных b/a и ak_2/π величина $|T(d)|$ может достигать минимума. При этом имеются такие значения d, для которых достигается полное прохождение (рис. 4).

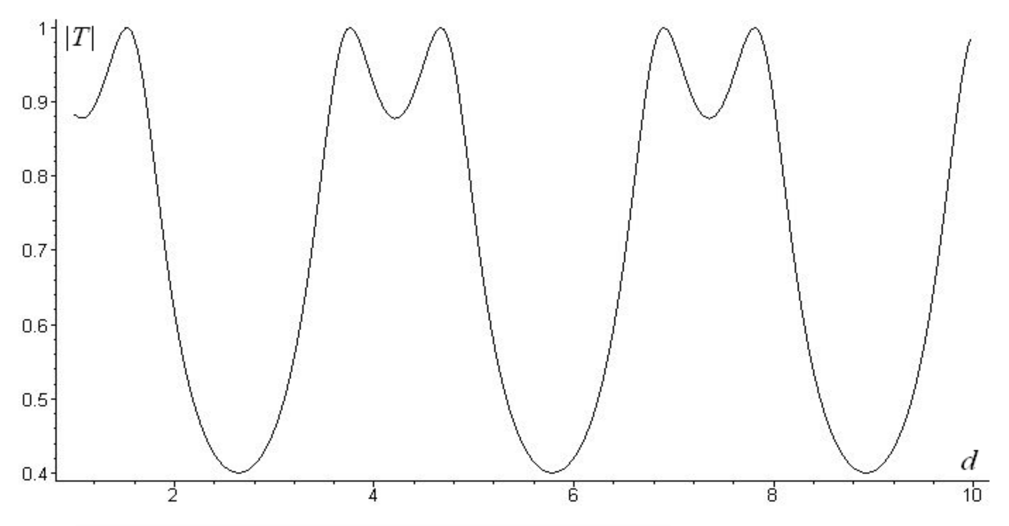


Рис. 4. Зависимость коэффициента прохождения от расстояния d; $b/a=0,45$; $ak_2=1,87$

Fig. 4. Dependence of transmission coefficient on distance d; $b/a=0,45$; $ak_2=1,87$

На рис. 5 показано, что свойство акустических фильтров достигается не только для относительно длинных трещин, что вполне естественно, но также и при средней их длине.

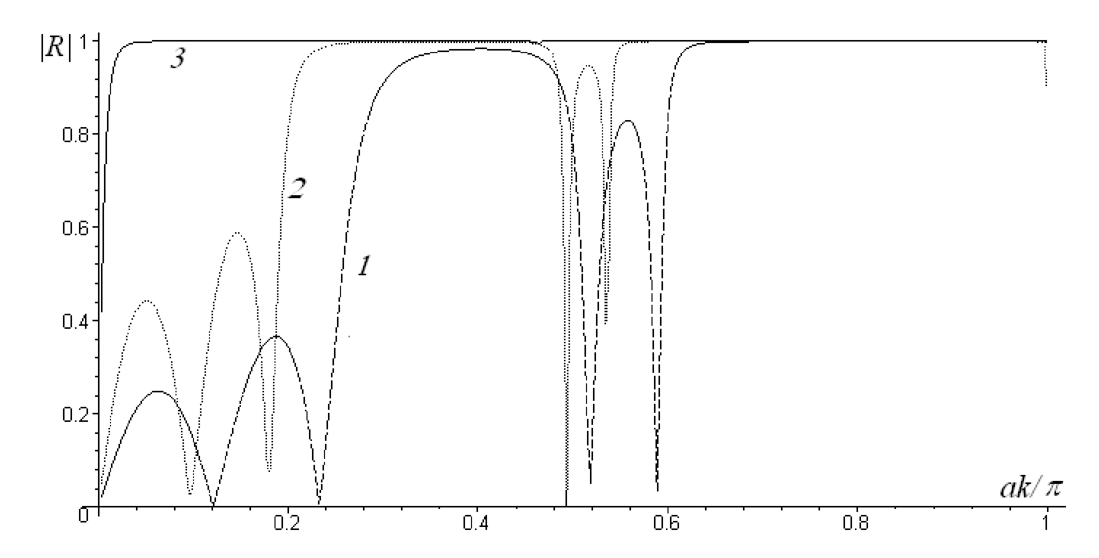


Рис. 5. Зависимость коэффициента отражения от частоты: $a = 1$; $d = 4$;

Кривая 1 — $b/a = 0,7$; кривая 2 — $b/a = 0,9$; кривая 3 — $b/a = 1$

Fig. 5. Dependence of reflection coefficient on frequency: $a = 1$; $d = 4$;

curve 1—$b/a = 0,7$; curve 2 — $b/a = 0,9$; curve 3 — $b/a = 1$

Кривая 3 для максимально длинной трещины подтверждает правильность настоящего расчета при анализе предельного случая, когда значение функции отражения становится постоянным почти на всем одномодовом частотном интервале, что вполне естественно. В самом деле, для любой геометрии в случае крайне низких частот коэффициент отражения начинает расти от нулевого значения. С другой стороны, для любой фиксированной частоты, $|R| \to 1$, когда $b/a \to 1$. Поэтому для больших трещин возрастание $|R|$ от нуля до единицы должно происходить в начале одномодоваго интервала по частоте. Однако интересно также, что уже для среднего размера трещины (кривая 1, $b/a = 0,7;$) имеется пара относительно длительных частотных интервалов, где коэффициент отражения приближается к единице, при этом существуют такие частоты, при которых запирание волны резко меняется на почти полное ее пропускание. Вообще же свойство фильтра на верхних частотах данного одномодового интервала имеет место для всех представленных значений длины b/a.

Выводы. Специфика внутренней структуры в рассмотренной задаче позволяет достичь свойств акустических фильтров за счет выбора частоты, расстояния между периодическими массивами трещин, а также длины имеющейся здесь периодической неоднородности. Метод, развитый в настоящей работе, может эффективно применяться в исследовании и более сложных трехмерных волновых задач, когда вертикальный массив, содержащий двухпериодическую систему трещин, последовательно повторяется периодически конечное число раз вдоль направления распространения волны. Троякопериодическая система будет предметом следующей работы, в которой предполагается рассмотреть некоторые новые специфические свойства волн в упругих средах, не наблюдавшиеся при исследовании аналогичных задач в скалярной постановке.

Автор выражает благодарность заведующему кафедрой теоретической и компьютерной гидроаэродинамики Института математики, механики и компьютерных наук ЮФУ профессору М. А. Сумбатяну за внимание к работе и ценные замечания при подготовке публикации.

Библиографический список

1. Achenbach, J.-D. Reflexion and transmission of scalar waves by a periodic array of screens / J.-D. Achenbach, Z.-L. Li // Wave Motion. — 1986. — Vol. 8. — P. 225–234.

2. Miles, J.-W. On Rayleigh scattering by a grating / J.-W. Miles // Wave Motion. — 1982. — Vol. 4. —P. 285–292.

3. Шендеров, Е. Л. Прохождения звука через жесткий экран конечной толщины с отверстиями / Е. Л. Шендеров // Акустический журнал. — 1970. — Т. 16, № 2. — С. 295–304.

4. Locally resonant sonic materials / Z. Liu [et al.] // Science. — 2000. — Vol. 289, iss. 5485. — P. 1734–1736.

5. Scarpetta, E. Explicit analytical results for one-mode oblique penetration into a periodic array of screens / E. Scarpetta, M. A.Sumbatyan // IMA Journal of Applied Mathematics. — 1996. — Vol. 56. — P. 109–120.

6. Scarpetta, E. Low-frequency penetration of acoustic waves through a periodic arbitrary-shaped grating: the three-dimensional problem / E. Scarpetta, M. A. Sumbatyan // Wave Motion. —1995. — Vol. 22. — P. 133–144.

7. Scarpetta, E. On wave propagation in elastic solids with a doubly periodic array of cracks / E Scarpetta, M.A.Sumbatyan // Wave Motion. —1997. — Vol. 25. — P. 61-72.

8. Scarpetta, E. On the three-dimensionl wave propagation through cascading screens having a periodic system of arbitrary openings / E. Scarpetta, V. Tibullo // International Journal of Engeneering Science. — 2008. — Vol. 46. — P. 105–111.

9. Remizov, M. Yu. Asymptotic analysis in the anti-plane high-frequency diffraction by interface cracks / M. Yu. Remizov, M. A. Sumbatyan // Applied Mathematical Letters. —2014. — Vol. 34. — P. 72–75.

10. Ремизов, М. Ю. Полуаналитический метод решения задач высокочастотной дифракции упругих волн на трещине / М. Ю. Ремизов, М. А. Сумбатян // Прикладная математика и механика. — 2013. — Т. 77, № 4. — С. 629–635.

11. Remizov, M. Yu. A semi-analytical approach in the high-frequency diffraction by cracks / M. Yu. Remizov, M. A. Sumbatyan, V. Zampoli // Mechanics Research Communications. — 2011. — Vol. 38. — P. 607–609.

12. Remizov, M. Yu. On the theory of acoustic metamaterials with a triple-periodic system of interior obstacles / M. Yu. Remizov, M. A. Sumbatyan // Springer Proceedings in Physics. — 2016. — Vol. 175. — P. 459–474.

13. Remizov, M. Yu. 3-D one-mode penetration of elastic waves through a doubly periodic array of cracks / M. Yu. Remizov, M. A. Sumbatyan // Mathematics and Mechanics of Solids. — 2016. — Vol. 4. — C. 125–133.

14. Sneddon, I.-N. Crack Problems in the Classical Theory of Elasticity / I.-N. Sneddon, M. Lowengrub. — London :Wiley,1969. — 312 p.

15. Белоцерковский, С. М. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике / С. М. Белоцерковский, И. К. Лифанов // Москва : Наука, 1985. — 256 с.

References

1. Achenbach, J.-D., Li, Z.-L. Reflexion and transmission of scalar waves by a periodic array of screens. Wave Motion, 1986, vol. 8, pp. 225–234.

2. Miles, J.-W. On Rayleigh scattering by a grating. Wave Motion, 1982, vol. 4, pp. 285–292.

3. Shenderov, E.L. Prokhozhdeniya zvuka cherez zhestkiy ekran konechnoy tolshchiny s otverstiyami. [Transmission of sound through a perforated screen of finite thickness.] Akusticheskiy zhurnal, 1970, vol. 16, no. 2, pp, 295–304 (in Russian).

4. Liu, Z., et al. Locally resonant sonic materials. Science, 2000, vol. 289, iss. 5485, pp. 1734–1736.

5. Scarpetta, E., Sumbatyan, M.A. Explicit analytical results for one-mode oblique penetration into a periodic array of screens. IMA Journal of Applied Mathematics, 1996, vol. 56, pp. 109–120.

6. Scarpetta, E., Sumbatyan, M.A. Low-frequency penetration of acoustic waves through a periodic arbitrary-shaped grating: the three-dimensional problem. Wave Motion, 1995, vol. 22, pp. 133–144.

7. Scarpetta, E., Sumbatyan, M.A. On wave propagation in elastic solids with a doubly periodic array of cracks. Wave Motion, 1997, vol. 25, pp. 61-72.

8. Scarpetta, E., Tibullo, V. On the three-dimensionl wave propagation through cascading screens having a periodic system of arbitrary openings. International Journal of Engeneering Science, 2008, vol. 46, pp. 105–111.

9. Remizov, M.Yu., Sumbatyan, M.A. Asymptotic analysis in the anti-plane high-frequency diffraction by interface cracks. Applied Mathematical Letters, 2014, vol. 34, pp. 72–75.

10. Remizov, M.Yu., Sumbatyan, M.A. Poluanaliticheskiy metod resheniya zadach vysokochastotnoy difraktsii uprugikh voln na treshchine. [A semi-analytical method of solving problems of the high-frequency diffraction of elastic waves by cracks.] Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 2013, vol. 77, no. 4, pp. 629–635 (in Russian).

11. Remizov, M. Yu., Sumbatyan, M.A., Zampoli,V. A semi-analytical approach in the high-frequency diffraction by cracks. Mechanics Research Communications, 2011, vol. 38, pp. 607–609.

12. Remizov, M. Yu., Sumbatyan, M.A. On the theory of acoustic metamaterials with a triple-periodic system of interior obstacles. Springer Proceedings in Physics, 2016, vol. 175, pp. 459–474.

13. Remizov, M.Yu., Sumbatyan, M.A. 3-D one-mode penetration of elastic waves through a doubly periodic array of

cracks. Mathematics and Mechanics of Solids, 2016, vol. 4, pp. 125–133.

14. Sneddon, I.-N., Lowengrub, M. Crack Problems in the Classical Theory of Elasticity. London: Wiley,1969, 312 p.

15. Belotserkovskiy, S.M., Lifanov, I.K. Chislennye metody v singulyarnykh integral'nykh uravneniyakh i ikh primenenie v aerodinamike, teorii uprugosti, elektrodinamike. [Numerical methods for singular integral equations and their application in aerodynamics, elasticity theory , electrodynamics.] Moscow: Nauka, 1985, 256 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 31.10.2016
Сдана в редакцию 31.10.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 31.10.2016
Submitted 31.10.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторе:

Ремизов Михаил Юрьевич, доцент кафедры «Техническая механика» Академии строительства и архитектуры Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, Ростов-на-Дону, Социалистическая, 162), кандидат физико-математических наук, доцент, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-5078-9941, Remizov72@mail.ru

Author:

Remizov, Mikhail Yu., associate professor of the Engineering Mechanics Department, Academy of Construction and Architecture, Don State Technical University (ACA DSTU) (RF, Rostov-on-Don, Sotsialisticheskaya, 162) ORCID: http://orcid.org/0000-0001-5078-9941, Remizov72@mail.ru

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 621.822.178 10.23947/1992-5980-2017-17-1-28-34

Узел трения-скольжения головки шатуна плунжерного насоса высокого давления с применением самосмазывающегося подшипника из порошкового антифрикционного материала*

М. В. Корчагина[1], С. О. Киреев[2], С. Л. Никишенко[3], А. Д. Кузин[4] **
[1,2,3,4]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Sliding friction unit of connecting-rod end of high-lift plunger pump using self-lubricated bearing from powder antifriction material***

M. V. Korchagina[1], S. O. Kireev[2] , S. L. Nikishenko[3], A. D. Kuzin[4]**
[1,2,3,4] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Рассматриваются порошковые антифрикционные материалы, применяемые в нефтегазовой промышленности. Особое внимание уделено материалам, обладающим эффектом самосмазываемости. Предлагается применение такого материала в узле трения одного из наиболее распространенных видов оборудования сервиса нефтегазовых скважин — плунжерном насосе высокого давления. Приводится конструктивная схема насоса с описанием модернизируемого узла, рассматриваются проблемы, возникающие при изготовлении и эксплуатации подшипниковой группы малой головки шатуна.
Материалы и методы. С учетом опыта применения в машиностроении вкладышей подшипников из порошковых антифрикционных материалов подобран железографитовый пористый материал. Произведено изменение конструкции, учитывающее особенности работы самосмазывающихся материалов, позволяющее наиболее полно использовать их свойства. Рассматривается один из важнейших параметров работы подшипника скольжения — зазор между втулкой и валом. Подобрана посадка, обеспечивающая наибольшее прилегание втулки к валу по всей поверхности, что улучшает теплоотвод, способствует равномерному распределению нагрузки по поверхности трения и, тем самым, повышает работоспособность подшипникового узла.
Результаты исследования. Предложен вариант изменения конструкции узла трения малой головки шатуна приводной части насоса с использованием самосмазывающегося подшипника из порошкового антифрикционного материала на основе железа. Предложенный подшипник удовлетворяет условиям нагружения рассматриваемого узла. Конструкция разработана с учетом условия самосмазываемости, что позволяет упростить изготовление шатуна, исключив необходи-

Introduction. The powder antifriction materials applied in the oil and gas industry are considered. Special attention is given to the materials with the effect of self-lubricity. The use of such materials in a frictional unit of one of the most widespread types of the oil and gas well service equipment – a high-lift plunger pump – is offered. The pump construction diagram with the description of the modernized unit is provided; the problems arising under the production and exploitation of the connecting-rod pin bearing group are described.
Materials and Methods. Upon the experience in applying bearing bushes from powder antifriction materials in mechanical engineering, the iron graphite porous material is selected. The design change considering the self-lubricating materials behavior and allowing the best usage of their properties is made. The bushing-to-shaft gap, one of the most important parameters of the plain bearer performance, is considered. The fit providing the fullest seating of the bushing to the shaft is selected. That improves the heat removal, promotes the even load distribution over the frictional area, and so enhances the operating capacity of the bearing unit.
Research Results. A change option of the frictional unit design of a connecting-rod small power end with the use of the self-lubricated bearing from the powder antifriction iron-based material is offered. The proposed bearing meets the loading conditions of the considered unit. The design is developed due to the condition of self-lubricity that allows simplifying the production of a connecting rod obviating the manufacturing of oilholes in the connecting rod body. The analysis of the offered modernization is carried out with the application of 3D modeling. The constructed models

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: ms.korchaginamv@mail.ru, kireevso@yandex.ru, nikish1947@mail.ru, Kuzin_lesha@mail.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

мость изготовления смазочных отверстий в теле шатуна. Анализ предлагаемой модернизации проводится с применением 3D моделирования. Построенные модели позволяют наглядно оценить упрощение всей конструкции шатуна, изготовления входящих в него деталей, а также его сборки.

Обсуждение и заключения. Полученные модели позволяют сделать вывод о целесообразности изменения конструкции подшипника для узла трения-скольжения малой головки шатуна плунжерного насоса высокого давления с учетом использования порошкового антифрикционного материала взамен существующего. Применение такого подшипника с эффектом самосмазывания позволит значительно упростить конструкцию шатунного узла.

Ключевые слова: плунжерные насосы высокого давления, порошковые антифрикционные материалы, самосмазывающиеся подшипники, смазка, трение, износ.

permit to visually estimate the simplification of the entire connecting rod design, the production of its constituent parts, as well as its assembling.

Discussion and Conclusions. The obtained models allow drawing a conclusion on the feasibility of the bearing design change for the sliding friction unit of the connecting-rod end of the high-lift plunger pump using the powder antifriction material to replace the existing one. The application of this bearing with the effect of self-lubricity will allow a substantial simplification of the pin bearing unit design.

Keywords: high-lift plunger pumps, powder antifriction materials, self-lubricated bearings, lubrication, friction, wear.

Введение. Антифрикционные спеченные материалы, изготовленные методом порошковой металлургии, получили широкое распространение в различных отраслях промышленности, в том числе в нефтегазовом машиностроении [1]. Одно из основных их преимуществ — обеспечение эффекта самосмазываемости, т.е. сохранение слоя смазки на поверхности за счет смазки, находящейся в порах материала, что предохраняет материал подшипника от катастрофического износа и схватывания, а, следовательно, исключает возможный выход из строя подшипника в момент аварийного прекращения подачи смазки, который возможен при использовании обычных подшипников. В составе антифрикционных порошковых материалов содержатся вещества, выполняющие роль смазки (графит, сульфиды и т.д.), а также масло в порах, которые обеспечивают получение низкого коэффициента трения и малого износа в условиях ограниченной смазки. Спеченные антифрикционные материалы могут заменить дорогостоящие подшипниковые сплавы. Они сокращают расход металла и снижают затраты за счет использования более прогрессивной технологии, позволяющей исключить механическую обработку.

В узлах и механизмах оборудования нефтегазовой промышленности детали из порошковых антифрикционных материалов используются в качестве различного рода втулок, подшипников скольжения, торцевых уплотнений и т.д. [1].

Широко распространённым оборудованием в нефтегазовой промышленности являются плунжерные насосы высокого давления. Такие насосы входят в состав специализированных мобильных комплексов при проведении цементирования и кислотной обработки скважин, гидравлического разрыва пластов, гидропескоструйной перфорации, глушения скважин и других тампонажных работ. В качестве типичного представителя плунжерных насосов высокого давления сервиса нефтегазовых скважин выберем конструкцию насоса НП-720 компании ЗАО «Траст-Инжиниринг», как в наибольшей степени отвечающую современным требованиям, предъявляемым к нефтегазопромысловому оборудованию подобного рода, не уступающую конструкциям лучших мировых образцов насосов подобного типа [2].

Приводная часть насоса представляет собой сварную неразъемную станину, в которой смонтированы три продольно расположенные шатунно-крейцкопфные группы и поперечно установленный коренной кривошипный вал с тремя эксцентрично расположенными шейками (рис. 1).

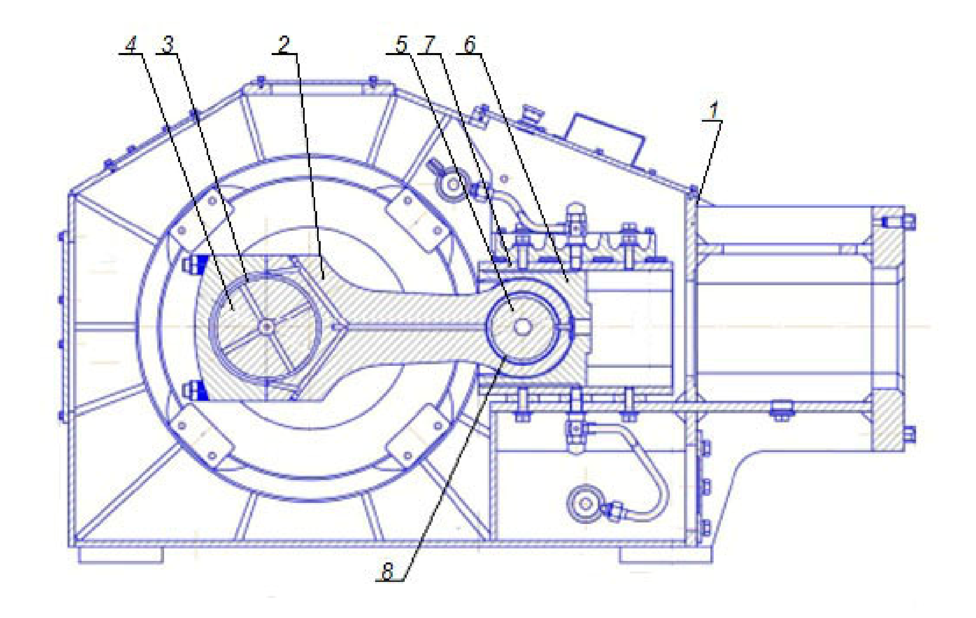


Рис. 1. Основные элементы конструкции шатунно-крейцкопфного механизма привода плунжерного насоса высокого давления: 1 — корпус приводной части насоса; 2 — шатун; 3 — вкладыш; 4 — вал кривошипный; 5 — палец шатуна; 6 — крейцкопф; 7 — направляющие; 8 — втулка

Fig. 1. Basic structural elements of connecting-rod crosshead driving gear of high-lift plunger pump: 1 – power end body; 2 – piston-rod; 3 - bush; 4 - crank shaft; 5 - connecting-rod pin; 6 - crosshead; 7 - guides; 8 – bush bearing

Шатунно-крейцкопфные группы включают стальные кованые крейцкопфы и шатуны, в малые головки которых запрессованы антифрикционные втулки с бронзовой заливкой, охватывающие пальцы крейцкопфов. В больших головках шатунов размещены антифрикционные полувкладыши разъемных подшипников скольжения, охватывающие шейки кривошипов коленчатого вала. Большие головки шатунов соединены с крышками болтами-стяжками.

В настоящей конструкции все подшипники работают в условиях смазки. Система смазки насоса обеспечивает принудительную раздельную смазку подвижных узлов приводной и гидравлической частей насоса. По оси кривошипа коренного вала имеются отверстия для подвода по радиальным каналам смазки на трущиеся поверхности больших шеек кривошипов. Рассматриваемый узел находится в достаточно труднодоступном для смазки месте. Подвод смазки к подшипникам малых головок шатуна осуществляется по системе отверстий, выполненных в теле шатуна. Изготовление таких смазочных отверстий малого диаметра и большой длинны, проходящих насквозь через тело шатуна достаточно дорогая и технологически сложная операция, требующая больших трудозатрат и сложного оборудования. С целью упрощения шатунной конструкции предлагается применить в качестве материала втулки малой шейки шатуна порошковый антифрикционный самосмазывающийся материала, удовлетворяющий условиям работы рассматриваемого узла. Подберем материал для изготовления самосмазывающегося подшипника.

Материалы и методы. Для подшипников, работающих в условиях граничной смазки, при недостатке или полном ее отсутствии, применяют самосмазывающиеся порошковые бронзографиты и железографиты, полученные прессованием и спеканием смеси порошков необходимого состава. Их особенностями являются пористость (объем пор до 20%) и способность впитывать масло, что позволяет работать в условиях ограничения или даже без подачи смазки. Подшипники из этих материалов пропитывают в вакуумных установках индустриальным маслом при 100–120ºС. Этого запаса масла оказывается достаточным на несколько месяцев работы подшипника без дополнительной смазки [1]. Данный период работы соответствует периоду текущего ремонта насоса, составляющему 1000 часов, при котором осуществляется проверка и замена подшипника.

Наиболее высокими прочностными качествами обладают железографиты, представляющие собой смесь 87–98% железа с 1–3 % графита и другими компонентами, выполняющими роль твердой смазки.

Согласно ГОСТ 26 802–86, условиям работы рассматриваемого узла трения наиболее отвечает материал ПА-ЖГр3Цс [3], содержащий 2,2–3,2 % углерода, 0,4–1,1 % серы, до 2,7 % цинка (компоненты сера и цинк вводятся в виде сульфида металла). Пористость материала 10–20%.

Между тем хорошо известно, что новые материалы с оригинальными свойствами требуют для своего применения создание таких конструкций, которые бы позволили бы наиболее полно использовать эти свойства.

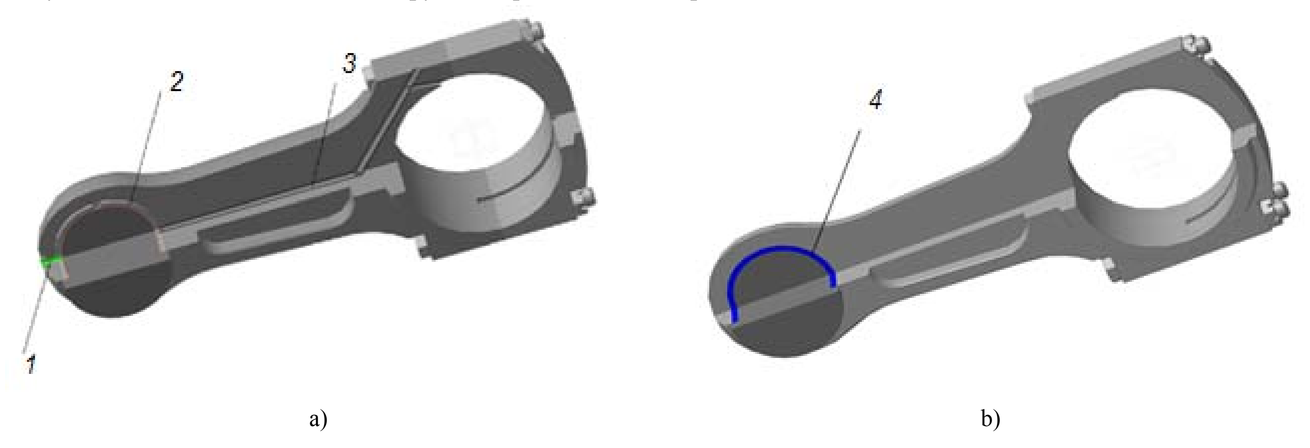
Один из параметров традиционного подшипника скольжения — зазор между втулкой и валом, который обеспечивает подвод смазки к поверхностям трения, легкость сборки, а иногда создание гидродинамического масляного клина. С другой стороны, наличие зазора ухудшает теплоотвод при граничном трении, способствует попаданию в зону трения различных загрязнений, и, как следствие, быстрому износу трущихся деталей. Увеличение зазора из-за износа приводит к снижению точности машины или механизма, возникновению вибраций и других нежелательных явлений [4].

Применение в качестве вкладышей подшипников материалов, не нуждающихся в дополнительной смазке, позволяет при конструировании узла в идеальном случае трения отказаться от обязательного зазора между трущимися деталями, а на практике значительно его минимизировать. «Беззазорные» подшипники одновременно имеют свойство уплотнений, предохраняющих поверхности трения от загрязнений. Плотное прилегание втулки к валу по всей поверхности улучшает теплоотвод, способствует равномерному распределению нагрузки по поверхности трения. При этом трение в подшипниковом узле снижается [4].

В используемой в настоящее время конструкции подшипникового узла используются следующие посадки: для наружного диаметра подшипника скольжения посадка с натягом F6/s7 (подшипник-шатун), для внутреннего E8/h6 (палец-подшипник).

Подберем посадки для изменяемой конструкции узла. Соединение втулки подшипника с шатуном по посадке с натягом удовлетворяет разрабатываемой конструкции, т.к. в случае плотного соединения втулки с шатуном, головка шатуна одновременно будет являться бандажом для порошковой втулки и увеличивать ее нагрузочную способность. Фиксация втулки от проворачивания необязательна в конструкции с самосмазывающимся подшипником т.к. проворот втулки будет компенсировать ее износ [5]. Соединение втулки с пальцем должно быть наиболее плотным для обеспечения минимального зазора. Изменим «легкоходовую» посадку E/h на «ходовую» посадку F/h, уменьшив тем самым зазор приблизительно в два раза [6]. При этом допуск на изготовление пальца оставим без изменения. Изготовление деталей методами порошковой металлургии позволяет получить достаточно низкие значения шероховатости поверхности, обеспечиваемой формообразующим инструментом. В этой связи допуск на изготовление внутреннего диаметра втулки подшипника выберем F7. Такой допуск может быть получен при изготовлении порошкового подшипника применением операции калибрования внутренней поверхности втулки после ее пропитки маслом. Таким образом подберем посадку F7/h6, обеспечивающую его работоспособность согласно указанным рекомендациям.

Результаты исследования. Использование в малой головке шатуна самосмазывающегося подшипника взамен применяемого в настоящее время (втулка 8, рис.1) позволит значительно упростить конструкцию шатуна. Модель шатуна до и после изменения конструкции представлена на рис. 2.



a) b)

Рис. 2. Модель шатуна: a) до изменения конструкции: 1 — фиксирующий винт, 2 — втулка с бронзовой заливкой, 3 — канавки для смазки; b) после изменения конструкции: 4 — втулка из порошкового антифрикционного материала

Fig. 2. Connecting-rod model: a) pending design changes: 1 - dog screw 2 – bush bearing with bronze casting, 3 – oil grooves; b) after design changing: 4 - bush bearing from powder antifriction material

Особенностью работы рассматриваемого подшипникового узла является достаточно высокие нагрузки до 516 кН при скоростях скольжения до 1 м/с [7]. Усилие F, приводящее в движение крейцкопф, и жестко связанный с ним плунжер насоса, совершающие возвратно-поступательное прямолинейное движение, передается от верхней головки шатуна, в которой запрессована втулка подшипника скольжения, и палец, закрепленный непосредственно в теле крейцкопфа. Условное удельное давление $p=F_{max}/dl \leq [p]$ составляет 45,28 МПа. Для материала, употребляемого в настоящее время в качестве подшипника скольжения головки шатуна, используется стальная труба с заливкой из бронзы БрО10Ф1, работающая в условиях полужидкостной смазки. Максимально допустимое значение *[p]* составляет 25 Мпа [8]. Подшипники, изготовленные из сульфидированного железографитового материала, предназначены для работы в тяжелых условиях нагружения и выдерживают допустимые значения показателя *[pv]* до 40 МПа [9].

Конструкция самой втулки, с учетом особенностей формования порошковых материалов [10], может быть изменена следующим образом (рис. 3).

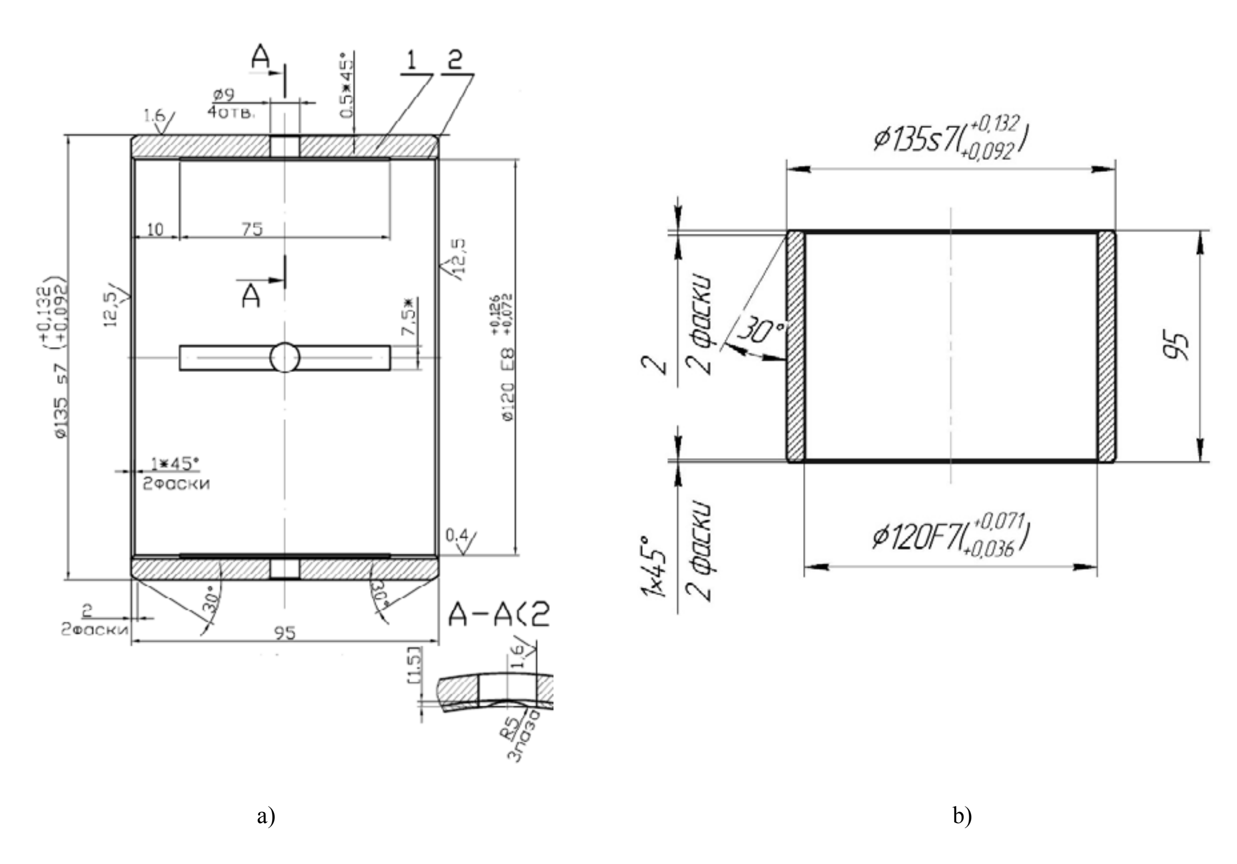


Рис. 3. Изменение конструкции втулки
а — втулка до изменения конструкции, b — втулка после изменения конструкции.

Fig. 3. Bush bearing design change
a - bush bearing before design change, b - bush bearing after design change

Заключение. Проанализировав возможность изменения конструкции узла трения малой головки шатуна плунжерного насоса высокого давления, можно сделать вывод о целесообразности применения втулки из порошкового спеченного антифрикционного материала ПА-ЖГр3Цс (ГОСТ 26 802–86) в качестве подшипника скольжения. Применение такого подшипника с эффектом самосмазывания позволит значительно упростить конструкцию шатунного узла.

Библиографический список

1. Андриевский, Р. А. Порошковое материаловедение/ Р. А. Андриевский. — Москва : Металлургия, 1991 — 205с.

2. Киреев, С.О. Трёхплунжерные насосы высокого давления ЗАО «Траст-Инжиниринг»/ С. О. Киреев, В. П. Попов // Топливный рынок. — 2010. — июнь — С. 8–11.

3. ГОСТ 26 802–86. Материалы антифрикционные на основе железа. Марки. /Государственный комитет СССР по стандартам. — Москва : Издательство стандартов 1986. — 16 с.

4. Авдеев, Д. Т. Материалы и конструкции самосмазывающихся подшипников скольжения / Д. Т. Авдеев, Н. В. Бабец, С. С. Мусиенко. — Новочеркасск : Новочерк. гос. техн. ун-т., 1993 — 112с.
5. Васильев, Б. Н. Основы проектирования и расчета узлов трения: учеб. пособие / Б. Н. Васильев, М. А Васильев. — Новочеркасск : ЮРГПУ(НПИ), 2013. — 126с.
6. Анухин, В. И. Допуски и посадки. Выбор и расчет, указание на чертежах : учеб. пособие / В. И. Анухин. — 2-е изд., перераб. и доп. Санкт-Петербург : Изд-во СПбГТУ, 2001. — 219 с.
7. Анализ условий работы узлов трения скольжения приводной части плунжерных насосов высокого давления сервиса нефтегазовых скважин / С. О. Киреев. [и др.] // Химическое и нефтяное машиностроение. — 2016. — №5 — С. 25 – 30.
8. Справочник по триботехнике. Т. 2. Смазочные материалы, техника смазки, опоры скольжения и качения / под общ. ред. М. Хебды, А. В. Чичинадзе. — Москва : Машиностроение, 1990. — 416 с.
9. Федорченко, И. М. Композиционные спеченные антифрикционные материалы / И. М. Федорченко, Л. И. Пугина. — Киев : Наук. Думка, 1980. — 404 с.
10. Перельман, В. Е. Формование порошковых материалов / В. Е. Перельман. — Москва : Металлургия, 1979. — 232 с.

References

1. Andrievskiy, R.A. Poroshkovoe materialovedenie. [Powder Hylology.] Moscow: Metallurgiya, 1991, 205p. (in Russian).
2. Kireev, S.O., Popov, V.P. Trekhplunzhernye nasosy vysokogo davleniya ZAO «Trast-Inzhiniring». [Triple-throw high-lift pumps of “Trust-Engineering” JSC.] Toplivnyy rynok, 2010, June, pp. 8–11 (in Russian).
3. GOST 26802–86. Materialy antifriktsionnye na osnove zheleza. Marki. [State standard 26802–86. Iron-based powder antifriction materials.Types.] USSR State Standards Committee. Moscow: Izdatel'stvo standartov, 1986, 16 p. (in Russian).
4. Avdeev, D.T., Babets, N.V., Musienko, S.S. Materialy i konstruktsii samosmazyvayushchikhsya podshipnikov skol'zheniya. [Materials and designs of self-lubricating friction bearings.] Novocherkassk: Novocherkassk State Technical University, 1993, 112 p. (in Russian).
5. Vasilyev, B.N., Vasilyev, M.A. Osnovy proektirovaniya i rascheta uzlov treniya. [Fundamentals of design and calculation of friction units.] Novocherkassk: YuRGPU (NPI), 2013, 126 p. (in Russian).
6. Anukhin, V.I. Dopuski i posadki. Vybor i raschet, ukazanie na chertezhakh. [Adjustments and allowances. Selection and calculation, reference to the drawings.] 2nd revised and enlarged ed. St.Petersburg : SPbGTU Publ. House, 2001, 219 p. (in Russian).
7. Kireev, S.O. et al. Analiz usloviy raboty uzlov treniya skol'zheniya privodnoy chasti plunzhernykh nasosov vysokogo davleniya servisa neftegazovykh skvazhin. [Analysis of the functional conditions in sliding friction units of the power end of high pressure plunger pumps for service of oil and gas wells.] Chemical and Petroleum Engineering, 2016, no. 5, pp. 25–30 (in Russian).
8. Khebda, M., Chichinadze, A.V., eds. Spravochnik po tribotekhnike. T. 2. Smazochnye materialy, tekhnika smazki, opory skol'zheniya i kacheniya. [Triboengineering reference. Vol. 2. Lubricants, greasing technique, sliding and rolling bearings.] Moscow: Mashinostroenie, 1990, 416 p. (in Russian).
9. Fedorchenko, I.M., Pugina, L.I. Kompozitsionnye spechennye antifriktsionnye materialy. [Composite sintered antifriction materials.] Kiev: Nauk. Dumka, 1980, 404 p. (in Russian).
10. Perelman, V.E. Formovanie poroshkovykh materialov. [Powdered materials molding.] Moscow: Metallurgiya, 1979, 232 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 15.08.2016
Сдана в редакцию 15.08.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 15.08.2016
Submitted 15.08.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторах:

Корчагина Марина Валерьевна, доцент кафедры «Машины и оборудование НГК» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7092-7176, ms.korchaginamv@mail.ru

Authors:

Korchagina, Marina V., associate professor of the Agro-industrial Complex Machines and Equipment Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7092-7176, ms.korchaginamv@mail.ru

Киреев Сергей Олегович, заведующий кафедрой «Машины и оборудование НГК» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9352-3852, kireevso@yandex.ru

Kireev, Sergey O., head of the Agro-industrial Complex Machines and Equipment Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Dr.Sci. (Eng.), professor, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9352-3852, kireevso@yandex.ru

Никишенко Сергей Леонидович, доцент кафедры «Машины и оборудование НГК» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-5670-2632, nikish1947@mail.ru

Nikishenko, Sergey L., associate Professor of Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-5670-2632, nikish1947@mail.ru

Кузин Алексей Дмитриевич, магистрант Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2738-5257, Kuzin_lesha@mail.ru

Kuzin, Alexey D., Master’s Degree student, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2738-5257, Kuzin_lesha@mail.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9:531.3 10.23947/1992-5980-2017-17-1-35-46

Влияние погрешности движения исполнительных элементов токарного станка на траектории формообразующих движений*

В. Л. Заковоротный[1], В. Е. Гвинджилия[2]**

[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Error effect of executive elements movement of the lathe tool on forming motion paths***

V. L. Zakovorotny[1], V. E. Gvindzhiliya[2]**

[1, 2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Любой металлорежущий станок имеет погрешности движения исполнительных элементов, зависящие от его геометрической точности и состояния. Эти погрешности изменяют формообразующие движения опосредованно, через их преобразование динамической системой резания с учетом упругих деформаций инструмента и детали.

Материалы и методы. Рассматриваются законы связи погрешностей исполнительных элементов станка и траекторий формообразующих движений для продольного точения. Все деформационные смещения отсчитываются от независимой системы координат, привязанной к несущей системе станка, которая считается абсолютно жесткой и недеформируемой.

Результаты исследования. Предлагается математическая модель преобразования, состоящая из двух упругих динамических подсистем со стороны инструмента и обрабатываемой детали, которые взаимодействуют между собой через динамическую связь, формируемую процессом резания. В этой модели учтены погрешности движения исполнительных элементов. Они обусловлены кинематическими возмущениями и биениями шпинделя и обрабатываемой детали в пространстве.

Обсуждение и заключения. Таким образом, в представленной работе, в отличие от известных исследований, показано, каким образом в зависимости от кинематических и других возмущений изменяется математическое описание и параметры динамической связи, формируемой процессом резания. Подробно рассматриваются два типа возмущений: вызывающие вариации скорости движения инструмента относительно детали в направлении подвижности суппорта и возмущения в виде колебательных смещений в направлении, ортогональном к направлению скорости подачи. Эти возмущения формируются в виде радиальных и осевых биений шпинделя, а также в виде вариаций скорости продольной подачи и вариаций положения суппорта относительно идеальной оси вращения детали. Показано, что закон преобразования возмущений в траектории формообразующих движений зависит от частотного состава возмущений. Приводятся примеры и делаются заключения о свойствах преобразования. В частности, показано, что вариации скорости в направлении про-

Introduction. Any metal-cutting machine has errors of the executive elements movement depending on its geometric accuracy and state. These errors change the forming motions indirectly, through their transformation by the dynamic cutting system with account for the elastic deformations of the tool and the workpiece.

Materials and Methods. Laws of the relation between the executive elements and forming paths for the longitudinal cutting case are considered. All deformation displacements are counted off from the independent coordinate system anchored to the carrier system of the machine which is considered to be absolutely rigid and non-deforming.

Research Results. A mathematical transformation model consisting of two elastic-deformation subsystems on the part of the tool and workpiece that interact through the dynamic link generated by the cutting process is proposed. This model allows for the errors of the executive elements movement. They are specified by the kinematic disturbances and spindle wavering, and a workpiece in the space.

Discussion and Conclusions. Therefore, as opposed to the known studies, it is shown how the mathematical formulation and parameters of the dynamic link generated under the cutting process are changed depending on the kinematic and other types of disturbances. Two types of disturbances are fully considered: those inducing speed variations of the tool motion relative to the workpiece in the direction to the caliper mobility, and disturbances in the form of oscillating displacements in the orthogonal direction to the feed velocity attitude. These disturbances are generated as radial and axial spindle wavering, and as speed variations of the longitudinal feed and variations of the caliper position relative to the ideal rotation axis of the part. It is shown, that the law of the disturbance transformation into the forming movements trajectories depends on the frequency content of the disturbances. The examples are provided, and the conclusions about the transformation properties are made. In particular, it is shown that the speed variations in the direction to the longitudinal feed with the

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №17-08-00281.
**E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, sinedden@yandex.ru
***The research is done with the financial support from RFFI (grant no. 17-08-00281).

дольной подачи с частотой, равной или кратной частоте вращения шпинделя, никак не отображаются в траекториях формообразующих движений.

frequency equal to or multiple of the spindle rotation frequency in no way image into the forming movement trajectories.

Ключевые слова: процесс точения, погрешности исполнительных элементов, формообразующие траектории, динамика процесса.

Keywords: turning process, errors of executive elements, forming trajectories, process dynamics.

Введение. При определении точности металлорежущих станков основное внимание уделяется геометрическим свойствам отклонений перемещения исполнительных элементов станка от заданных по программе ЧПУ. Для токарного станка это погрешности [1, 2]:

— движения поперечного и продольного суппортов;

— вращения шпинделей в направлениях их подвижности, а также в направлениях, ортогональных к ним.

Указанные погрешности возмущают траектории движения каждого исполнительного элемента. Они определяются, в основном, погрешностями станка, зависящими от его состояния. Эти возмущения влияют на траектории формообразующих движений, которые складываются из заданных по программе траекторий движения исполнительных элементов, возмущений и упругих деформационных смещений. Поэтому программируемые траектории движения исполнительных элементов, построенные, например, на использовании синергетической теории управления процессом обработки [3–8], отличаются от реальных траекторий наличием возмущений и зависящих от них упругих деформаций. Влияние возмущений на формообразующие движения зависит от динамического качества процесса обработки, которое определяется взаимодействием упругих подсистем со стороны инструмента и детали через динамическую связь, формируемую процессом резания [9–14]. Эта связь представляет модель сил в координатах состояния, то есть силы зависят от траекторий, заданных по программе ЧПУ, возмущений и упругих деформаций.

Модель динамики продольного точения с учетом возмущений. При математическом моделировании воспользуемся гипотезами, проанализированными ранее [15–20]. Рассмотрим продольное точение инструментом, имеющим главный угол в плане $\varphi = \pi/2$ (рис. 1).

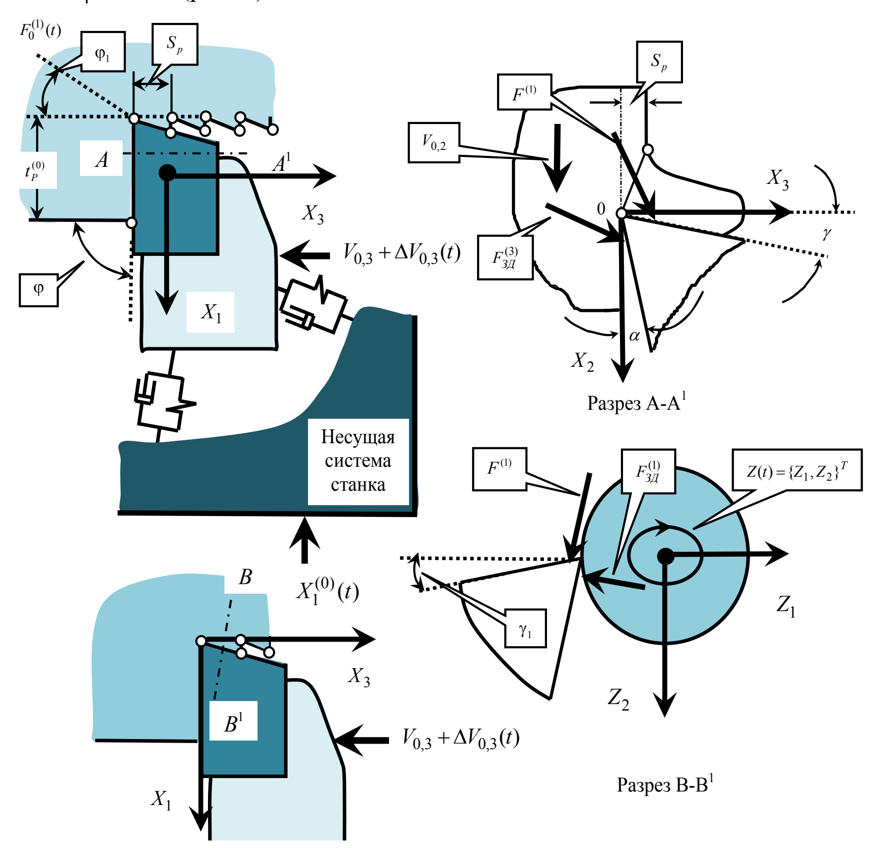


Рис. 1. Ориентация осей деформационных смещений и сил, действующих на режущий инструмент и обрабатываемую деталь
Fig. 1. Orientation of deformation displacement axes and forces affecting the cutting tool and workpiece

Начало координат рассматривается в точке контакта вершины инструмента с обрабатываемой деталью в предположении, что упругие деформации отсутствуют. В этом случае траектории движения вершины инструмента задаются программой ЧПУ, которая определяет траектории $X^{(У)}(t) = \{X_1^{(У)}(t), 0, X_3^{(У)}(t)\}^T$. Ограничимся случаем обработки абсолютно твердого тела. Тогда биения шпинделя, а также вариации скорости подачи и координат суппорта относительно оси шпинделя определяют возмущения. Упругие деформации инструмента $X = \{X_1, X_2, X_3\}^T \in \Re^3$, подлежащие анализу траектории, определяются

$$X^{(Ф)}(t) = X^{(У)}(t) - X(t), \tag{1}$$

где $X^{(Ф)} = \{(X_1^{(У)} - X_1), (-X_2), (X_3^{(У)} - X_3)\}^T$ — траектории формообразующих движений.

В работе будем считать погрешности траекторий $X^{(У)}(t)$ малыми по сравнению с $X(t)$. Поэтому главное внимание сосредоточим на изучении $X(t)$.

Если заданы силы $F = \{F_1, F_2, F_3\}^T$, то деформации X определяются

$$m\frac{d^2X}{dt^2} + h\frac{dX}{dt} + cX = F(t), \tag{2}$$

где $m = \lfloor m_{s,k} \rfloor, m_{s,k} = m, при: s = k, \ m_{s,k} = 0, при: s \neq k, \ \ s,k = 1,2,3$, в кгс²/мм; $h = \lfloor h_{s,k} \rfloor, s,k = 1,2,3$, в кгс²/мм; $c = \lfloor c_{s,k} \rfloor, s,k = 1,2,3$, в кгс²/мм — симметричные и положительно определенные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов.

Будем пользоваться синергетической концепцией анализа [21, 22], согласно которой необходимо силы F представить в координатах состояния. В отличие от ранее проведенных исследований, кроме сил, формируемых в области передней грани инструмента $F^{(1)}$, будем рассматривать силы, действующие на задние его грани $F^{(2)}$ и $F^{(3)}$ (см. рис. 1). Ориентация модуля $F_{0,1}$ силы $F^{(1)}$ определяется коэффициентами $\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$, то есть $F^{(1)} = F_{0,1}\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$. Силы, действующие на задние грани $F_{ЗД}^{(3)} = F_{ЗД,0}^{(3)}\{0, 0, 1\}^T$ и $F_{ЗД}^{(1)} = F_{ЗД,0}^{(1)}\{1,0,0\}^T$, имеют ориентацию по направлению верхних индексов. Параметры взаимодействующих подсистем определяются по правилам, изложенным, например, в [19, 20]. Для определения модуля сил резания $F_{0,1}$ примем следующие гипотезы, обоснование которых дано в работах [15–20].

1. Силы пропорциональны площади срезаемого слоя.
2. Имеет место запаздывание изменения сил в зависимости от вариаций этой площади.
3. По мере увеличения скорости резания имеет место монотонное уменьшение сил, которое в скоростном диапазоне 20–180 м/мин аппроксимируется убывающей экспонентой. Тогда

$$\begin{cases} F_{0,1}(t) = \rho_0\{1 + \mu\exp[-\alpha_1(V_0 + \Delta V_{Z_2}(t) - dX_2(t)/dt)]\}S^{(Э)}; \\ T_p\dfrac{dS^{(Э)}(t)}{dt} + S^{(Э)}(t) = \{t_P^{(0)} + \Delta t_P(t) - X_1(t)\}\{\displaystyle\int_{t-T}^{t}[V_{3,0} + \Delta V_{3,\Sigma}(\xi) - v_3(\xi)]d\xi\}, \end{cases} \tag{3}$$

где $S^{(Э)}$ — эффективное значение площади срезаемого слоя, в мм², позволяющее учесть запаздывание сил резания; T_p — постоянная времени стружкообразования, в с; $t_P^{(0)}$ — величина припуска, в мм, без учета упругих деформаций; μ — безразмерный коэффициент, зависящий от разницы сил в области малых и больших скоростей резания; α_1 — коэффициент, определяющий крутизну уменьшения сил при возрастании скорости, в с/мм; V_0, $V_{3,0}$ — заданные скорости резания и продольной подачи.

Кинематическими возмущениями являются: $\Delta V_{3,\Sigma}(t) = \Delta V_{0,3}(t) + dZ_3/dt$, $\Delta V_{Z_2}(t) = dZ_2/dt$, $\Delta V_{1,\Sigma}(t) = dX_1^{(0)}(t)/dt + dZ_1(t)/dt$, $\Delta t_P(t) = X_1^{(0)}(t) + Z_1(t)$ — заданные периодические функции времени.

По мере сближения (зависящего от кинематических значений задних углов) задних граней инструмента с деталью быстро возрастают силы $F_{ЗД}^{(1)}$ и $F_{ЗД}^{(3)}$. Их можно считать зависящими только от скоростей по направлениям X_1 и X_3, так как $\varphi = \pi/2$ и $\varphi_1 \Rightarrow 0$. Поэтому

$$F_{ЗД}^{(3)} = F_{ЗД,0}^{(3)} \exp \alpha_2 [V_{0,3} + \Delta V_{3,\Sigma}(t) - dX_3/dt];\ F_{ЗД}^{(1)} = F_{ЗД,0}^{(1)} \exp \alpha_3 [\Delta V_{1,\Sigma}(t) - dX_1/dt], \quad (4)$$

где $F_{ЗД,0}^{(1)}$ и $F_{ЗД,0}^{(3)}$ — модули сил в области контакта задних граней при нулевой скорости упругих деформаций и кинематических возмущений; α_2 и α_3 — параметры, характеризующие крутизну увеличения сил в зависимости от скоростей, в с/мм. Таким образом, уравнение возмущенной динамической системы представляет систему (2)–(4).

Влияние возмущений на формообразующие движения. Вначале рассмотрим возмущения в направлении продольной подачи, которые определяются осевыми биениями шпинделя и вариациями скорости подачи. Известные исследования [23], а также экспериментальные изучения осевых биений шпинделя показывают, что они являются почти периодическими функциями относительно периода его вращения. Это определяется образованием прецессионных колебаний ротора-шпинделя за счет циркуляционных сил [24, 25]. Возмущения скорости в приводе подачи имеют двоякую природу. Во-первых, они обусловлены периодическими погрешностями в зацеплениях кинематической цепи редуктора и являются периодическими функциями перемещения суппорта. Во-вторых, они вызваны взаимодействиями суппорта с направляющими станка через узел трения. Период этих колебаний практически не зависит от скорости, он определяется характеристиками динамической связи в узле трения и инерционными свойствами системы суппорта [25]. Так как возмущения являются периодическими функциями времени, то их влияние на траектории деформаций удобно рассматривать в частотной области.

Рассмотрим пример. Параметры подсистемы инструмента:

$$m = \begin{bmatrix} 0{,}7\cdot10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}7\cdot10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}7\cdot10^{-3} \end{bmatrix},\ h = \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 & 0{,}05 \\ 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}1 \\ 0{,}05 & 0{,}1 & 0{,}6 \end{bmatrix},\ c = \begin{bmatrix} 800 & 300 & 400 \\ 300 & 1200 & 200 \\ 400 & 200 & 600 \end{bmatrix}.$$

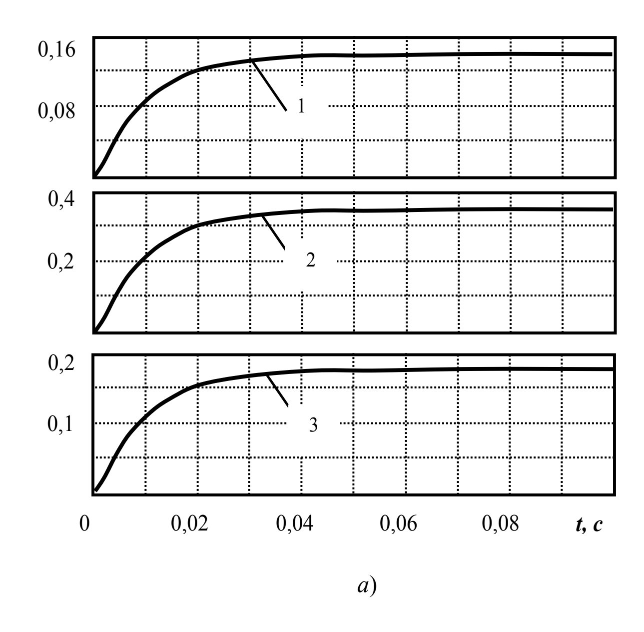
Параметры связи приведены в табл. 1. Угловые коэффициенты — $\chi_1 = 0{,}5$, $\chi_2 = 0{,}5$, $\chi_3 = 0{,}706$.

Таблица 1
Table 1

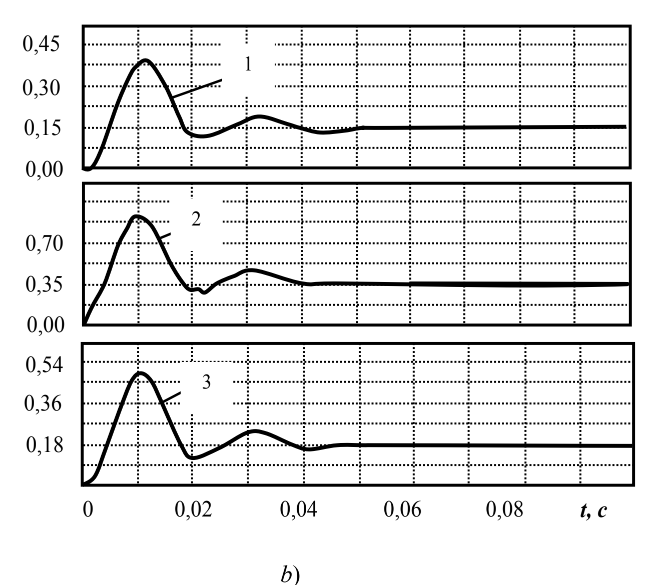
Параметры уравнений связи
Equation-of-constraint parameters

ρ_0, кг/мм^2	α_1, с/мм	α_2, с/мм	α_3, с/мм	V, мм/с	t_P, мм	$F_0^{(2)} = F_0^{(3)}$, кг
350	0,8	10,0	10,0	1000	2,5	0,5

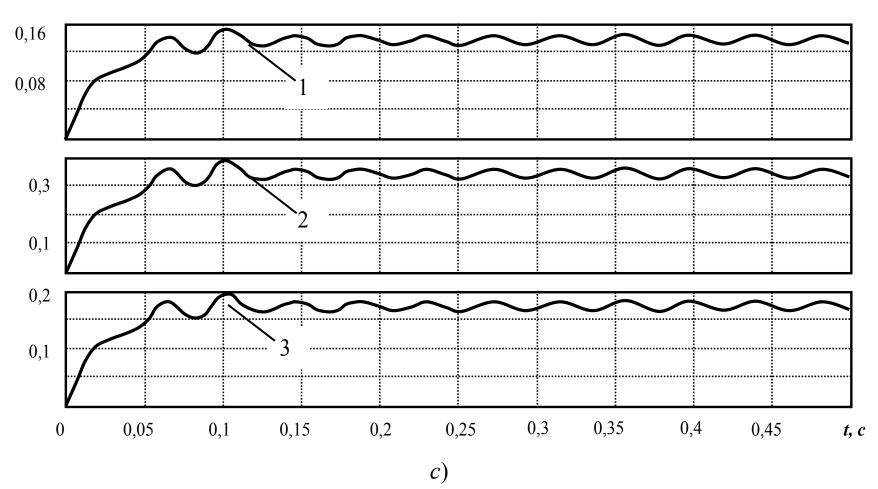
Вначале рассмотрим влияние на X возмущений скорости продольных перемещений (рис. 2).



a)



b)



c)

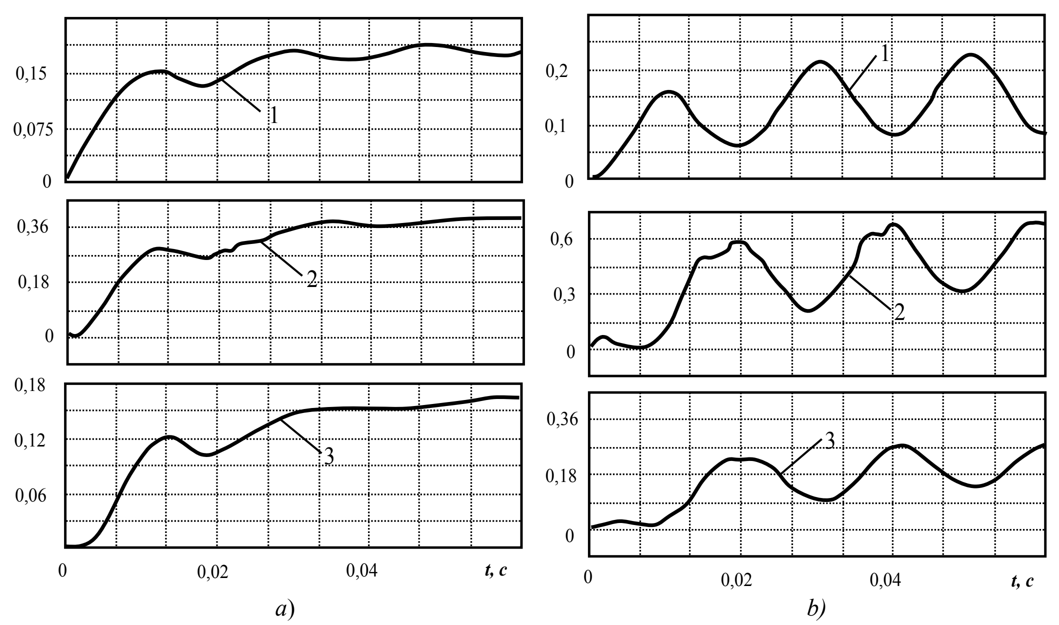
Рис. 2. Переходные процессы деформаций при врезании инструмента в деталь без учета сил, влияющих на задние грани инструмента

Fig. 2. Transient processes of deformations when the tool is cut into a workpiece without considering forces affecting the tool back

Возмущения определяются вариациями скорости продольных перемещений. Сверху вниз деформации соответственно приведены в направлениях X_1, X_2 и X_3.

В случае, показанном на рис. 2, *a*, возмущения отсутствуют. Здесь виден монотонный переходный процесс. Его затягивание обусловлено взаимным влиянием сил и деформаций. На рис. 2, *b* даны кривые при частоте Ω возмущений, совпадающей с частотой шпинделя $\Omega_0 = \Omega = 50\text{Гц}$. Для наглядности амплитуда колебательных скоростей подачи принята достаточно большой и равной самой скорости. Здесь необходимо отметить также существование переходного процесса при установлении стационарного состояния, которое в данном случае представляет точку в подвижной системе координат движений исполнительных элементов станка. Таким образом, несмотря на возмущения, притягивающим множеством в подвижной системе координат в этом случае является точка.

Следовательно, на формируемой поверхности в стационарном режиме никак не отображаются вариации скорости, если частота возмущений равна или кратна частоте шпинделя. На рис. 2, *c* частота колебаний скорости равна $\Omega = 25\text{Гц}$. В этом случае вариации скорости вызывают заметные периодические деформации. Притягивающим множеством здесь являются установившиеся периодические деформации, которые искажают топологию формируемой поверхности. Ситуация меняется, если учесть силы, формируемые в области контактов задних граней инструмента с деталью. Приведем пример изменения деформаций при частоте вариаций скорости, равной частоте шпинделя, но с учетом сил, действующих на задние грани (рис. 3).



a) *b)*

Рис. 3. Влияние сил, формируемых в области контакта задних граней инструмента, на траектории деформационных смещений: амплитуда вариаций скорости подачи равна 0,1 от скорости подачи (*a*); амплитуда вариаций скорости подачи равна 0,5 от скорости подачи (*b*)

Fig. 3. Effect of the forces formed in the contact area of the tool back on deformation displacements trajectory: amplitude of axis velocity variations is 0.1 of the axis velocity (a); amplitude of axis velocity variations is 0.5 of the axis velocity (b)

За счет сил, действующих на задние грани, во-первых, наблюдаются нелинейные искажения гармонических колебаний. Во-вторых, при больших амплитудах вариации скорости приводят к изменениям фазы колебательных смещений по различным направлениям. Наконец, в этом случае дополнительно образуется динамическое смещение точки равновесия, которое вызывает дополнительное отклонение диаметра.

Возмущения в направлении X_1 непосредственно изменяют площадь срезаемого слоя, следовательно, силы. Однако и здесь наблюдаются зависящие от амплитуды возмущений фазовые сдвиги между возмущениями и деформационными смещениями. При этом обнаруживаются нелинейные искажения гармонических колебаний и формирование динамической постоянной составляющей, изменяющей текущее значение диаметра детали.

Анализ результатов. Погрешности станка, приводящие к вариациям траекторий его исполнительных элементов, изменяют траектории формообразующих движений опосредованно, через преобразование их динамической системой резания. При этом за счет представления сил резания в координатах состояния процесс резания образует внутренний регулятор, влияющий на формообразующие движения, который, как правило, уменьшает влияние возмущений на формообразование.

Вначале проанализируем случай $\Delta t_P(t)=0$ и $\Delta V_{Z_2}(t)=0$. Тогда возмущения определяются только функцией $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$. Непосредственно $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$ не влияет на диаметр детали. Однако за счет упругих деформаций, зависящих от $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$, такое влияние может быть заметным. Деформации зависят от свойства оператора $S_P(t)=\int_{t-T}^{t}[V_{3,0}+\Delta V_3(t)-v_3(t)]dt$, который формирует величину подачи S_P. Обозначая $U(t)=[V_{3,0}+\Delta V_3(t)-v_3(t)]$ и переходя к изображениям по Фурье, получаем амплитудно-фазочастотные характеристики (АФЧХ) связи $U(t)$ и $S_P(t)$:

$$\frac{S_P(j\Omega)}{U(j\Omega)}=T\{\frac{\sin\Omega}{\Omega}+j\frac{\cos\Omega-1}{\Omega}\}, \qquad (5)$$

где $\Omega=T\omega$ — безразмерная частота в относительных единицах к $\Omega_0=(T)^{-1}$. Годограф (5) приведен на рис. 4. Он качественно зависит от отношения текущей частоты к циклической частоте шпинделя.

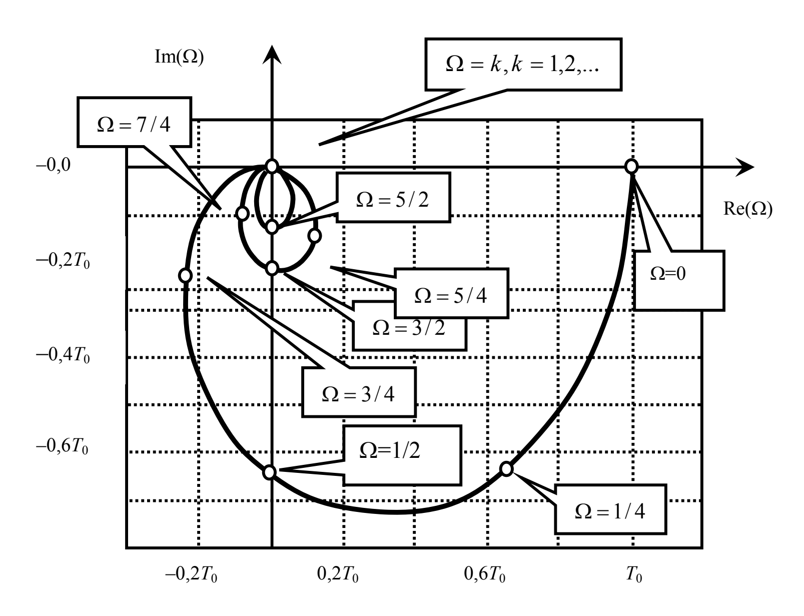


Рис. 4. АФЧХ преобразования вариаций суммарной скорости продольных перемещений в изменения подачи

Fig. 4. APFC (amplitude-phase frequency characteristics) transformations of total velocity variations of longitudinal displacements into feed changes

Отметим следующее.

1. При увеличении частоты вариаций скорости по отношению к частоте шпинделя Ω_0 наблюдается существенное затухание изменений подачи. Это связано с интегрированием скорости в окне T.

2. При уменьшении T (увеличении частоты вращения шпинделя) возрастает и затухание.

3. Имеется множество частот, при которых вариации скорости подачи не вызывают изменений подачи и, следовательно, сил резания.

Пример такого преобразования приведен на рис. 2, *b*. Причем затухание может существенно меняться даже при малых девиациях частоты изменения скорости. В общем случае при анализе преобразования $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$ в $X_1(t)$ наблюдается сложное перераспределение деформаций и сил, действующих на переднюю и задние поверхности инструмента. В тех случаях, когда возмущения или управления не регулярны, постоянно происходит динамическая перестройка системы (см. начальный этап траектории на рис. 2, *b*).

Необходимо учитывать, что годограф на рис. 4 справедлив для установившегося состояния. В нестационарном режиме на частотах $\Omega = k, k = 1,2,3...$ также наблюдаются вариации толщины срезаемого слоя, которые асимптотически стремятся к нулю в стационарном состоянии. Приведем пример изменения деформаций в направлении X_1 при изменении скорости продольных перемещений, вызванных, например, осевыми биениями шпинделя. В этом случае $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$ представляет периодический процесс со случайными изменениями амплитуды $A_V(t)$ и фазы $\vartheta(t)$. Его модель представляется в виде [26]

$$\Delta V_{3,\Sigma}(t) = A_V(t)\cos[\Omega_0 t + \vartheta(t)], \tag{6}$$

где $A_V(t) = A[1+\theta_A(t)]$; $\vartheta(t) = \vartheta_0[1+\theta_\vartheta(t)]$.

Здесь $|\theta_A(t)| \ll 1$ и $|\theta_\vartheta(t)| \ll 1$. Причем функции $\theta_A(t)$ и $\theta_\vartheta(t)$ представляются стационарным случайным процессом с нулевым математическим ожиданием. Подробный анализ двух скалярных нелинейных систем рассмотрен ранее [27, 28]. Здесь приведем пример влияния спектральных свойств деформационных смещений на возмущения, представленные случайным периодическим процессом (рис. 5).

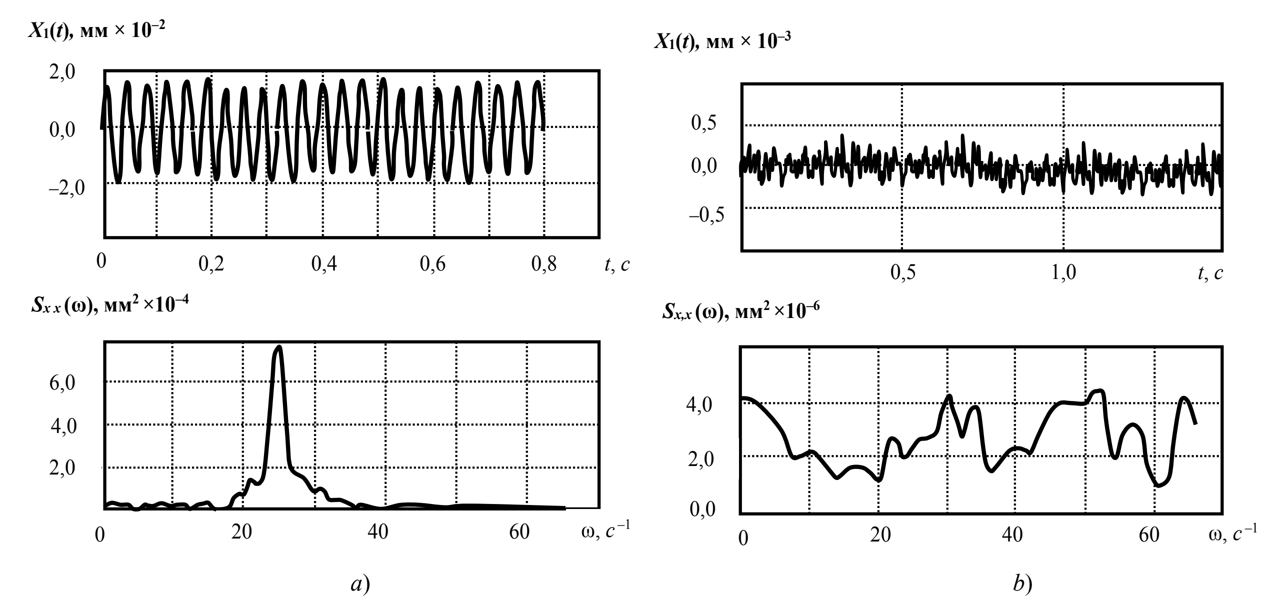


Рис. 5. Примеры реализаций временных последовательностей (верхние иллюстрации) и их спектры (нижние иллюстрации): частота $\Omega_0 = 25c^{-1}$ (*a*); частота $\Omega_0 = 50c^{-1}$ (*b*)

Fig. 5. Examples of time sequences implementation (upper illustrations) and their spectra (lower illustrations): frequency $\Omega_0 = 25c^{-1}$ (a); frequency $\Omega_0 = 50c^{-1}$ (b)

Как видно, на спектральные характеристики деформационных смещений инструмента в направлении оси вращения детали существенное влияние оказывает математическое ожидание частоты вибрационного воздействия. Анализ показывает, что при совпадении его частоты с частотой вращения шпинделя дисперсия упругих вариаций инструмента минимальна. Обнаружено также, что случайные колебания амплитуды практически не влияют на величину дисперсии, а девиация частоты, а также ее скорость существенно увеличивают дисперсию. Таким образом, например, нестационарные биения шпинделя, зависящие от его состояния, вызывают большую дисперсию деформационных смещений по сравнению со стационарными.

На преобразование вариаций скорости подачи принципиальное влияние оказывают силы, формируемые в области контактов задних граней инструмента с деталью. Здесь даже на частотах, равных или кратных частоте вращения шпинделя, формируются деформационные смещения инструмента относительно детали, изменяющие траектории формообразующих движений. При этом по мере увеличения $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$ наблюдается изменение пространственных траекторий движения вершины режущего инструмента. На пространственные траектории оказывают влияние и пара-

метры α_2 и α_3 в моделях (4), которые прежде всего зависят от задних углов инструмента. Приведем пример изменения траекторий в плоскости X_1 и X_2 по мере увеличения коэффициента $\alpha_2 = \alpha_3$ (рис. 6).

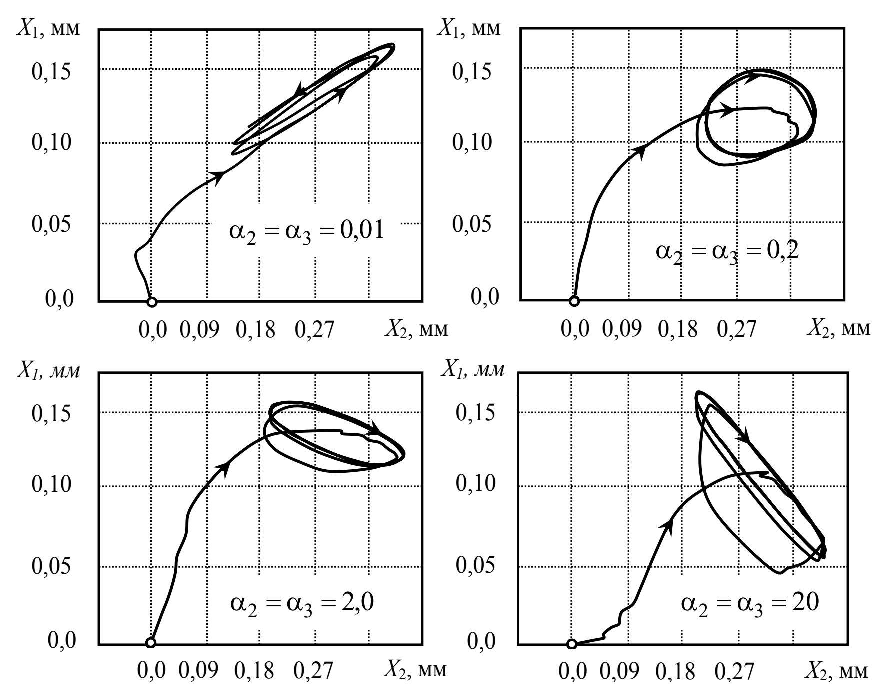


Рис. 6. Изменение траекторий деформационных смещений вершины инструмента при его врезании в заготовку при различных значениях $\alpha_2 = \alpha_3$. Частота вариаций скорости подачи равна $\Omega = 0{,}5\Omega_0$

Fig. 6. Trajectory changes of deformation displacements of the tool tip when it is cut into the workpiece at different $\alpha_2 = \alpha_3$ values. Frequency of axis velocity variations is $\Omega = 0{,}5\Omega_0$

На иллюстрации стрелками показано направление деформационных смещений инструмента. Обращают на себя внимание не только фазовые сдвиги между деформационными смещениями в направлениях X_1 и X_2, но и изменение направления смещения фазы. Скрупулезный анализ позволил выявить два механизма формирования смещения фазы. Первый обусловлен формированием циркуляционных сил за счет взаимодействий инструмента с деталью. На рассматриваемых частотах инерционные и диссипативные силы в подвеске инструмента пренебрежимо малы. Поэтому определим уравнение в вариациях относительно «медленно» смещающейся точки равновесия системы при учете со стороны инструмента только упругости. Вначале будем считать $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 \Rightarrow 0$. Тогда линеаризованное уравнение системы в момент t_i будет

$$c_{\Sigma} X(t_i) = \Phi, \tag{7}$$

где $c_{\Sigma} = \begin{bmatrix} c_{1,1} + \chi_1 \rho_{0,\Sigma} S_{P,\Sigma}^{(0)} & c_{2,1} & c_{3,1} + \chi_1 \rho_{0,\Sigma} t_{P,\Sigma}^{(0)} \\ c_{1,2} + \chi_2 \rho_{0,\Sigma} S_{P,\Sigma}^{(0)} & c_{2,2} & c_{3,2} + \chi_2 \rho_{0,\Sigma} t_{P,\Sigma}^{(0)} \\ c_{1,3} + \chi_3 \rho_{0,\Sigma} S_{P,\Sigma}^{(0)} & c_{2,3} & c_{3,3} + \chi_3 \rho_{0,\Sigma} t_{P,\Sigma}^{(0)} \end{bmatrix}$; $\rho_{0,\Sigma} = \rho_0(1+\mu)$; $S_{P,\Sigma}^{(0)} = S_P^{((0)} + \Delta S_P(t_i)$; $t_{P,\Sigma}^{(0)} = t_P^{((0)} + \Delta t_P(t_i)$;

$\Phi = \rho_{0,\Sigma} t_{P,\Sigma}^{(0)} [S_{P,\Sigma}^{(0)} + X_3(t_i - T)] \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$.

Матрица c_{Σ}, в отличие от c, не является симметричной. Кососимметричная ее составляющая, как известно, способствует образованию циркуляционных сил [29, 30], которые приводят к образованию сил, ортогональных к направлениям деформационных смещений. В результате возникают прецессионные колебания, приводящие к фазовым сдвигам между деформационными смещениями в различных направлениях. Таким образом, сама структура сил резания вызывает образование фазовых сдвигов. В тех же случаях, когда $\alpha_2 = \alpha_3 \neq 0$, по мере увеличения этих коэффициентов проявляется нелинейное диссипативное влияние сил, формируемых в области контакта задних граней инструмента с деталью. Они направлены против скорости и, во-первых, вызывают изменение фазы пространственных движений инструмента (см. рис. 6), во-вторых, влияют на размах деформационных смещений. При формировании топологии поверхности детали главную роль играют деформации в направлении X_1. Как видно, при увеличении $\alpha_2 = \alpha_3$ размах колебательных смещений по направлению X_1 вначале уменьшается, а затем возрастает. Таким обра-

зом, для уменьшения влияния кинематических возмущений скорости продольной подачи желательно уменьшать α_2 и α_3. Они зависят от задних углов инструмента. При этом необходимо учитывать, что уменьшение этих углов вызывает формирование дополнительных сил, действующих на задние грани. Эти силы несколько уменьшают вариации деформаций, но одновременно увеличивают мощность необратимых преобразований в области задней грани инструмента. Это способствует увеличению интенсивности изнашивания инструмента [31, 32]. В общем случае анализ показывает, что на закономерности преобразования кинематических возмущений в траектории формообразующих движений оказывает влияние вся структура динамической модели подсистемы инструмента и обрабатываемой детали, а также углы режущего инструмента. Необходимо учитывать, что угловые коэффициенты, например, проекции главной составляющей силы резания на ортогональные направления, определяемые угловыми коэффициентами $\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$, зависят от геометрии инструмента и условий трения при движении стружки по передней поверхности инструмента. Кроме этого, представленные зависимости показывают, что для установления стационарного состояния при заданной функции $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$ для всех $t = t_i, (t_i + T), ...(t_i + nT)$ на участках стационарности справедливо:

$$\int_{t_i - T}^{t_i} [V_{3,0} + \Delta V_3(\xi) - v_3(\xi)] d\xi = const, \qquad t \in (0, \infty),$$

то есть скорости упругих деформационных смещений инструмента должны подстраиваться к вариациям скорости подачи. Механизм этой подстройки обусловлен перераспределением сил и деформационных смещений.

Во всех случаях вариации скорости подачи вызывают дополнительные деформационные смещения, приводящие к изменениям геометрии формируемой поверхности. К таким же эффектам приводят возмущения $\Delta V_{Z_2}(t) = dZ_2 / dt$. Что касается возмущений $\Delta t_P(t) = X_1^{(0)}(t) + Z_1(t)$, то за счет реакции со стороны процесса резания практически всегда вариации формообразующих движений меньше кинематических возмущений. Причем некоторая стабилизация их вариаций зависит от приведенной податливости системы к направлению X_1 и коэффициента ρ_0 в (3), зависящего, прежде всего, от физико-механических характеристик обрабатываемого материала и технологической среды.

Заключение. Погрешности металлорежущего станка, зависящие от его исходной точности и состояния в ходе эксплуатации, приводят к погрешностям обработки опосредованно, через их преобразование динамической системой, учитывающей упругие деформации и динамическую связь, формируемую процессом резания. Предложенные математические модели позволили на основе всестороннего моделирования системы выявить влияние погрешности движения исполнительных элементов токарного станка на траектории формообразующих движений вершины инструмента относительно детали в точке контакта с ней инструмента. Показано, что на преобразование возмущений в траектории формообразующих движений оказывают влияние как технологические режимы обработки, так и параметры динамической системы резания, а также геометрия инструмента. Если обеспечивать согласованность внешнего (например, от системы ЧПУ) управления движением исполнительных элементов станка с динамическими свойствами процесса резания, которые определяют законы внутреннего управления, то возможна предельно достижимая точность обработки, зависящая от текущей точности станка, задаваемой возмущениями, не управляемыми внешними регуляторами. Для повышения точности обработки при заданных возмущениях необходимо:

— осуществить когерентное (синергетическое) согласование внешнего и внутреннего управления, например, на основе согласования частоты вращения шпинделя с зависящими от скорости подачи кинематическими возмущениями;

— выбрать рациональную динамическую структуру процесса резания, в том числе геометрию инструмента, параметры матриц жесткости подсистемы инструмента и детали и пр.

Возмущения приводят к образованию дополнительных сил, действующих на переднюю и задние поверхности инструмента, что повышает мощность необратимых преобразований подводимой энергии в зоне резания и вызывает, как правило, увеличение интенсивности изнашивания инструмента. Таким образом, состояние процесса резания, оцениваемое интенсивностью изнашивания инструмента, зависит от точности станка, оцениваемой в данном случае возмущениями.

Библиографический список

1. Решетов, Д. Н. Точность металлорежущих станков / Д. Н. Решетов, В. Т. Портман. — Москва : Машиностроение, 1986. — 336 с.

2. Кадыров, Р. Р. Определение состава основных проверок геометрической точности металлорежущего станка / Р. Р. Кадыров, Р. Г. Кудояров // СТИН. — 2016. — № 8. — С. 2–7.

3. Zakovorotny, V. L. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium / V. L. Zakovorotny, A. D. Lukyanov // International Journal of Mechanical Engineering and Automation. — 2014. — Vol. 1, № 5. — P. 271–285.

4. Zakovorotny, V. L. System synthesis of Machine tool manufacturing process control based on synergetic conception // V. L. Zakovorotny, A. D. Lukyanov // Procedia Engineering. — 2016. — Vol. 150. — P. 370–375.

5. Заковоротный, В. Л. Синергетическая концепция при построении систем управления точностью изготовления деталей сложной геометрической формы / В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек, Д.-Т. Фам // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 10 (61). — С. 1785–1797.

6. Заковоротный, В. Л. Свойства формообразующих движений при сверлении глубоких отверстий малого диаметра / В. Л. Заковоротный, Е. Ю. Панов, П. Н. Потапенко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2001. — Т. 1, № 2. — С. 81–93.

7. Заковоротный, В. Л. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. — 2014. — № 3 (178). — С. 33–41. — (Технические науки).

8. Заковоротный, В. Л. Система оптимального управления процессом глубокого сверления отверстий малого диаметра / В. Л. Заковоротный, Т. Санкар, Е. В. Бордачев // СТИН. — 1994. — № 12. — С. 22–25.

9. Тлустый, И. Автоколебания в металлорежущих станках / И. Тлустый. — Москва : Машгиз, 1956. —395 с.

10. Tobias, S.-A. Machine Tool Vibrations / S.-A. Tobias. — London : Blackie, 1965. — 350 p.

11. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. — Москва : Машиностроение, 1967. — 359 с.

12. Zakovorotny, V. L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools / V. L. Zakovorotny // WSEAS. Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. — 2015. —Vol. 10. — P. 102–116.

13. Заковоротный, В. Л. Влияние изгибных деформаций инструмента на самоорганизацию и бифуркации динамической системы резания металлов / В. Л. Заковоротный, Д.-Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22, № 3. — С. 40–52.

14. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of cutting / V. L. Zakovorotny [et al.] // Journal of Sound and Vibration. — 2016. — Т. 368. — С. 174–190.

15. Заковоротный, В. Л. Использование синергетической концепции для изучения устойчивости формообразующих траекторий попутного фрезерования / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 4. — С. 32–40.

16. Заковоротный, В. Л. Условия параметрического самовозбуждения динамической системы фрезерования концевыми фрезами / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 6. — С. 10–16.

17. Заковоротный, В. Л. Притягивающие множества при фрезеровании концевыми фрезами / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 8. — С. 27–33.

18. Заковоротный, В. Л. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания / В. Л. Заковоротный, Т.-Х. Фам // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2013. — Т. 13, № 5–6 (74). — С. 97–103.

19. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (скоростная связь) / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11. — № 2 (53). — С. 137–146.

20. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (позиционная связь) / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 3 (54). — С. 301–311.

21. Хакен, Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии / Г. Хакен. — Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. — 320 с.

22. Синергетика и проблемы теории управления / под ред. А. А. Колесникова. — Москва : Физматлит, 2004. — 504 с.

23. Пуш, А. В. Шпиндельные узлы. Качество и надежность / А. В. Пуш. — Москва : Машиностроение, 1992. — 288 с.

24. Заковоротный, В. Л. Динамика транспортных трибосистем / В. Л. Заковоротный, В. В. Шаповалов // Сборка в машиностроении, приборостроении. — 2005. — № 12. — С. 19–29.

25. Заковоротный, В. Л. Введение в динамику трибосистем / В. Л. Заковоротный, В. П. Блохин, М. И. Алексейчик. — Ростов-на-Дону : ИнфоСервис, 2004. — 680 с.

26. Ахманов, С. А. Введение в статистическую радиофизику и оптику / С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. С. Чиркин. — Москва : Наука, 1981. — С. 124–128.

27. A dual criterion of stochastic linearization method for Multi-degree of freedom systems subjected to random excitation / N.-D. Anh [et al/] // Acta Mechanica. — 2012. — Vol. 223, № 12. — P. 2667–2684.

28. Anh, N.-D. Response analysis of Van Der Pol oscillator subjected to harmonic and random excitations / N.-D. Anh, V. L. Zakovorotny, D.-N. Hao // Probabilistic Engineering Mechanics. — 2014. — Vol. 37. — P. 51–59.

29. Меркин, Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения / Д. Р. Меркин. — Москва : Наука, 1971. — 312 с.

30. Лахаданов, В. М. О влиянии структуры сил на устойчивость движения / В. М. Лахаданов // Прикладная математика и механика. — 1974. — Т. 38. — С. 246–253.

31. Заковоротный, В. Л. Информационное обеспечение системы динамической диагностики износа режущего инструмента на примере токарной обработки / В. Л. Заковоротный, Е. В. Бордачев // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1995. — № 3. — С. 95–103.

32. Заковоротный, В. Л. Построение информационной модели динамической системы металлорежущего станка для диагностики процесса обработки / В. Л. Заковоротный, И. В. Ладник // Проблемы машиностроения и надежности машин. —1991. — № 4. — С. 75–79.

References

1. Reshetov, D.N., Portman, V.T. Tochnost' metallorezhushchikh stankov. [Accuracy of cutting machines.] Moscow: Mashinostroenie, 1986, 336 p. (in Russian).

2. Kadyrov, R.R., Kudoyarov, R.G. Opredelenie sostava osnovnykh proverok geometricheskoy tochnosti metallorezhushchego stanka. [Determination of configuration of the basic checks of geometrical accuracy of metal cutting machine.] STIN, 2016, no. 8, pp. 2–7(in Russian).

3. Zakovorotny, V. L., Lukyanov, A.D. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium. International Journal of Mechanical Engineering and Automation, 2014, vol. 1, no. 5, pp. 271–285.

4. Zakovorotny, V. L., Lukyanov, A.D. System synthesis of Machine tool manufacturing process control based on synergetic conception. Procedia Engineering, 2016, vol. 150, pp. 370–375.

5. Zakovorotny, V.L., Flek, M.F., Pham Dinh Tung. Sinergeticheskaya kontseptsiya pri postroenii sistem upravleniya tochnost'yu izgotovleniya detaley slozhnoy geometricheskoy formy. [Synergetic concept in construction of accuracy control systems for manufacturing parts of complex geometric forms.] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 10 (61), pp. 1785–1797 (in Russian).

6. Zakovorotny, V.L., Panov, E.Y., Potapenko, P.N. Svoystva formoobrazuyushchikh dvizheniy pri sverlenii glubokikh otverstiy malogo diametra. [Properties of forming movements when drilling deep pinholes.] Vestnik of DSTU, 2001, vol. 1, no. 2, pp. 81–93 (in Russian).

7. Zakovorotny, V.L., Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Upravlenie protsessom sverleniya glubokikh otverstiy spiral'nymi sverlami na osnove sinergeticheskogo podkhoda. [Process control drilling deep holes twist drills based on the synergetic approach.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2014, no. 3 (178), pp. 33–41 (in Russian).

8. Zakovorotny, V.L., Sankar, T., Borodachev, E.V. Sistema optimal'nogo upravleniya protsessom glubokogo sverleniya otverstiy malogo diametra. [The optimal control system of deep drilling of pinholes.] STIN, 1994, no. 12, pp. 22 (in Russian).

9. Tlusty, I. Avtokolebaniya v metallorezhushchikh stankakh. [Self-excitation vibrations in cutting machines.] Moscow: Mashgiz, 1956, 395 p. (in Russian).

10. Tobias, S.-A. Machine Tool Vibrations. London: Blackie, 1965, 350 p.

11. Kudinov, V.A. Dinamika stankov. [Machine dynamics.] Moscow: Mashinostroenie, 1967, 359 p. (in Russian).

12. Zakovorotny, V. L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. WSEAS. Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, 2015, vol. 10, pp. 102–116.

13. Zakovorotny, V.L., Pham D.-T., Bykador, V.S. Vliyanie izgibnykh deformatsiy instrumenta na samoorganizatsiyu i bifurkatsii dinamicheskoy sistemy rezaniya metallov. [Influence of a flexural deformation of a tool on self-organization and bifurcations of dynamical metal cutting system.] Izvestia VUZ. Applied Nonlinear Dynamics, 2014, vol. 22, no. 3, pp. 40–52 (in Russian).

14. Zakovorotny, V.L., et al. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of cutting. Journal of Sound and Vibration, 2016, vol. 368, pp. 174–190.

15. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Ispol'zovanie sinergeticheskoy kontseptsii dlya izucheniya ustoychivosti formoobrazuyushchikh traektoriy poputnogo frezerovaniya. [Use of synergetic concept for studying stability of forming trajectories of climb cutting.] STIN, 2016, no. 4, pp. 32–40 (in Russian).

16. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Usloviya parametricheskogo samovozbuzhdeniya dinamicheskoy sistemy frezerovaniya kontsevymi frezami. [Conditions for parametric self-excitation of dynamic end milling system.] STIN, 2016, no. 6, pp. 10–16 (in Russian).

17. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Prityagivayushchie mnozhestva pri frezerovanii kontsevymi frezami. [Attracting sets under end milling.] STIN, 2016, no. 8, pp. 27–33 (in Russian).

18. Zakovorotny, V.L., Pham D.T. Parametricheskoe samovozbuzhdenie dinamicheskoy sistemy rezaniya. [Parametric self-excitation of cutting dynamic system.] Vestnik of DSTU, 2013, vol. 13, no. 5/6 (74), pp. 97–103 (in Russian).

19. Zakovorotny, V. L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemoy protsessom tocheniya, v zadachakh dinamiki protsessa rezaniya (skorostnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (velocity coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 1, no. 2 (53), pp. 137–146 (in Russian).

20. Zakovorotny, V. L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemoy protsessom tocheniya (pozitsionnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (positional coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 3 (54), pp. 301–311 (in Russian).

21. Haken, H. Tayny prirody. Sinergetika: uchenie o vzaimodeystvii. [Nature’s secrets. Synergetics: interaction theory.] Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Science, 2003, 320 p. (in Russian).

22. Kolesnikov, A.A., ed. Sinergetika i problemy teorii upravleniya. [Synergetics and control theory problems.] Moscow: Fizmatlit, 2004, 504 p. (in Russian).

23. Push, A.V. Shpindel'nye uzly. Kachestvo i nadezhnost'. [Spindle blocks. Quality and reliability.] Moscow: Mashinostroenie, 1992, 288 p. (in Russian).

24. Zakovorotny, V.L., Shapovalov, V.V. Dinamika transportnykh tribosistem. [Dynamics of transportation tribosystems.] Assembling in Mechanical Engineering and Instrument-Making, 2005, no. 12, pp. 19–29 (in Russian).

25. Zakovorotny, V.L., Blokhin, V.P., Alekseychik, M.I. Vvedenie v dinamiku tribosistem. [Introduction to tribosystem dynamics.] Rostov-on-Don: InfoServis, 2004, 680 p. (in Russian).

26. Akhmanov, S.A., Dyakov, Y.E., Chirkin, A.S. Vvedenie v statisticheskuyu radiofiziku i optiku. [Introduction to statistical Radiophysics and optics.] Moscow: Nauka, 1981, pp. 124–128 (in Russian).

27. Anh, N.-D., et al. A dual criterion of stochastic linearization method for Multi-degree of freedom systems subjected to random excitation. Acta Mechanica, 2012, vol. 223, no. 12, pp. 2667–2684.

28. Anh, N.-D., Zakovorotny, V.L., Hao, D.-N. Response analysis of Van Der Pol oscillator subjected to harmonic and random excitations. Probabilistic Engineering Mechanics, 2014, vol. 37, pp. 51–59.

29. Merkin, D.R. Vvedenie v teoriyu ustoychivosti dvizheniya. [Introduction to theory of motion stability.] Moscow: Nauka, 1971, 312 p. (in Russian).

30. Lakhadanov, V.M. O vliyanii struktury sil na ustoychivost' dvizheniya. [On effect of structure of forces on motion stability.] Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1974, vol. 38, pp. 246–253 (in Russian).

31. Zakovorotny, V.L., Bordachev, E.V. Informatsionnoe obespechenie sistemy dinamicheskoy diagnostiki iznosa rezhushchego instrumenta na primere tokarnoy obrabotki. [Information support of the dynamic diagnostic system for cutting tool wear by the example of lathing.] Journal of Machinery Manufacture and reliability, 1995, no. 3, pp. 95–103 (in Russian).

32. Zakovorotny, V.L., Ladnik, I.V. Postroenie informatsionnoy modeli dinamicheskoy sistemy metallorezhushchego stanka dlya diagnostiki protsessa obrabotki. [Building of data model of the machine tool dynamic system for treatment process diagnostics.] Journal of Machinery Manufacture and reliability, 1991, no. 4, pp. 75–81 (in Russian).

Поступила в редакцию 20.12.2016
Сдана в редакцию 20.12.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 20.12.2016
Submitted 20.12.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторах:

Заковоротный Вилор Лаврентьевич, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2187-9897, vzakovorotny@dstu.edu.ru

Гвинджилия Валерия Енвериевна, магистрант Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-1066-4604, sinedden@yandex.ru

Authors:

Zakovorotny, Vilor L., professor of of the Production Automation Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Dr.Sci. (Eng.), professor, ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2187-9897 , vzakovorotny@dstu.edu.ru

Gvindjiliya, Valery E., Master's Degree student, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-1066-4604, sinedden@yandex.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9.048.6:628.477:621.717:631.354.2 10.23947/1992-5980-2017-17-1-47-54

Экспериментальные исследования виброволновых процессов в технологии утилизации сборочных единиц*

А. П. Бабичев[1], В. Н. Веснин[2]**

[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Experimental research of vibrowave processes in recycling technology of assembly units ***

A. P. Babichev[1], V. N. Vesnin[2]**

[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Целью данной работы являлись экспериментальные исследования виброволновых процессов в технологии утилизации сборочных единиц (СЕ) сельскохозяйственной техники. Для опытов использовался редуктор со списанного в утиль зерноуборочного комбайна СК-4.

Материалы и методы. В данном исследовании был рассмотрен комплекс деталей редуктора различных размеров и конфигураций, различных материалов, различной степени масляно-эксплуатационных загрязнений. После того, как был проведен внешний осмотр данных образцов, было произведено их взвешивание. Вся информация по деталям была занесена в соответствующие таблицы. После окончания взвешивания и осмотра, авторы приступили к следующему этапу — вибрационной моечно-очистной операции. Для нее использовались различные компоненты очистки поверхностей деталей редуктора. Они отличались как по составу, так и по внешнему виду. Были выбраны и применены следующие компоненты: ПТ15х15, фарфоровые (*d*=6–8 мм) и стальные (*d*=5–7мм) шары. Опыты проводились в лаборатории кафедры «Технология машиностроения» ДГТУ. В данной лаборатории установлены вибрационные моечно-очистные камеры УВГ40 (объем камеры — 40 л) и УВГ4х10 (4 камеры по 10 л каждая). Были задействованы обе камеры, так как очищались как мелкогабаритные, так и крупногабаритные образцы. Очистка проводилась в 3 этапа, что, по мнению авторов, наиболее оптимально для очистки деталей изношенного редуктора. Каждый период равнялся 90 минутам работы камеры с образцами и абразивным компонентом очистки. В рабочую среду добавлялся 2% раствор кальцинированной соды. Он помогал размягчать масляно-эксплуатационные загрязнения для их скорейшего удаления с поверхностей деталей редуктора. После каждого этапа проводилось изъятие образцов из камер очистки, их промывка и сушка. Далее образцы взвешивали и сравнивали с исходным весом каждой детали, изучали степень очистки как внешних, так и внутренних поверхностей деталей.

Результаты исследования. После окончания трех периодов вибрационной моечно-очистной операции всех деталей разобранного редуктора был произведен сравнительный анализ по степени очистки поверхностей каждым из компонентов. Вы-

Introduction. The work objective is the field research of vibrowave processes in the utilization technology of assembly units (AU) of the agricultural machinery. The reducer from SK-4 discarded combine harvester is used for testing.

Materials and Methods. A reducer component complex of different sizes and configurations, various materials, varying oil-consumption pollution is considered. After the exterior check of these test pieces, their weighing was performed. The parts information was registered in the related tables. After weighing and checking, the following stage – vibration washing and clearing operation – was carried out. Various components of cleaning the reducer parts surfaces were used for that. They differed both in composition, and in appearance. The following components: PT15x15, porcelain (mm d=6-8.) and steel (d=5-7mm.) full-spheres, were selected and applied. These experiments were performed in the laboratory of the Engineering Technology Department of Don State Technical University. UVG40 vibratory cleaning washers (chamber volume is 40 l) and UVG4x10 (4 chambers per 10 l each) are installed in this laboratory. Both chambers were activated as not only small-sized pieces, but also large-size ones were involved. Cleaning was conducted in 3 steps. The authors consider this quantity optimum for cleaning the rundown reducer parts. Each period was equal to 90 minutes of the chamber operation with the pieces and an abrasive cleaning component. 2% soda ash solution was added to the operation environment. It helped to soften the oil-consumption pollution for its fastest removal from the reducer parts surfaces. After every step, pieces were removed from the cleaning chambers, washed and dried. Further on, each piece was weighed and compared with the basic weight; its degree of the purification of both external and internal part surfaces was studied.

Research Results. On completing the cleaning operation, a comparative analysis on the cleaning degree of the surface of each component was carried out. The most effective component was selected.

* Работа выполнена по договору инициативной НИР
** E-mail: vibrotech@mail.ru, vesnin.1991@mail.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

бран наиболее эффективный компонент.
Обсуждения и заключения. В рамках проведенных исследований были выбраны наиболее эффективные компоненты очистки поверхностей редуктора.

Discussion and Conclusions. Within the framework of the study, the most effective components of cleaning the reducer surfaces are selected.

Ключевые слова: утилизация, редуктор, зерноуборочный комбайн, сборочная единица, абразивные гранулы, очистка, дефектация, компоненты, рабочая среда, жизненный цикл.

Keywords: recycling, reduction gear, combine harvester, subunit, abrasive granules, cleaning, fault detection, components, operating environment, life cycle.

Введение. В мировой практике в производстве, на транспорте, в быту используется большое количество изделий машиностроения, их количество неуклонно растет и будет возрастать в дальнейшем. Огромный арсенал машин и изделий различного назначения непрерывно меняется и обновляется, заменяя вышедшие из строя или устаревшие изделия. Объем последних также непрерывно возрастает и их эффективное использование (утилизация) требует обстоятельных и всесторонних технологических исследований. Большую долю в этом огромном и многоликом арсенале составляют комбайны, тракторы, сельхозтехника и другие изделия массового и серийного производства.

С течением времени каждое изделие по различным причинам прекращает свой жизненный цикл (физический или моральный износ, аварийные ситуации и т. д.). В частности, в 2012 году доля отработавших свой срок комбайнов и тракторов составила 70–80%. В настоящее время в промышленно развитых странах ведутся интенсивные исследования и реализация их результатов в технологии утилизации и рациональном использовании комплектующих материалов.

Отмечается в частности, что по завершении жизненного цикла изделия до 70% (а иногда до 90%) его элементов (деталей, узлов) не выработали свой ресурс и могут использоваться в аналогичных или других типах изделий. Рациональное их использование несомненно является актуальной задачей в решении широкого спектра хозяйственных задач в части сбережения материалов и трудозатрат, энергосбережения и экологии.

В настоящей работе представлены результаты экспериментальных исследований утилизации агрегата зерноуборочного комбайна (редуктора), включающего комплекс деталей различных размеров и конфигураций, из различных материалов. Для исследований был выбран редуктор зерноуборочного комбайна СК-4, изъятый из эксплуатации в 1994 году и хранившийся на складе под открытым небом.

Экспериментальная часть. В качестве первой операции был произведен внешний осмотр состояния СЕ. При этом отмечено наличие на поверхности масляно-грязевых эксплуатационных загрязнений, остатков застаревшей краски и грунта. После осмотра была произведена операция разборки. В процессе разборки отмечены затруднения с разъединением резьбовых соединений. Для разборки резьбовых соединений использовано виброволновое воздействие, обеспечивающие качество и производительность выполнения операции разборки. В результате разборки был получен комплект входящих в СЕ деталей (рис. 1).

Затем был произведен осмотр и качественная оценка состояния поверхности комплектующих деталей СЕ. Отмечены различные загрязнения — масляно-грязевые, застаревшая краска, коррозия.



Рис. 1. Общий вид редуктора в сборе
Fig. 1. General form of the gear case assembly

В число комплектующих деталей входит: корпус червячного редуктора, зубчатое колесо, входной вал со шпоночными пазами, кольцо (4 шт.), контргайка, крышка корпуса червячного механизма, прокладка крышки червяч-

ного механизма, крышка червячного вала со сквозным отверстием, глухая крышка червячного вала, шкив, вал червячного редуктора, подшипники скольжения, звездочка, шпонки (3 шт.), болт с пружинными шайбами (16 шт.), червяк.

Следующий этап состоял в выполнении моечно-очистных операций. После разборки все детали были взвешены, показания занесены в таблицу 1. Вибрационная моечно-очистная операция обработки деталей осуществлена на станке модели УВГ 40 (рис. 3) и УВГ-4х10. В качестве технологической жидкости (ТЖ) применялся 2% раствор кальцинированной соды. Обработка проводилась при комнатной температуре. В качестве рабочей среды использованы абразивные гранулы ПТ 15х15, стальные (d=5–7 мм) и фарфоровые (d=6–8 мм) шары.

Режимы обработки: амплитуда колебаний A=2,5 мм; частота f=33 Гц; t_{max}=60 мин. Контролируемыми параметрами являлись: степень очищенности поверхностного слоя деталей от загрязнений; изменение веса обрабатываемых деталей; время обработки, в течение которого достигалась полная очищенность поверхности деталей от имеющихся загрязнений.

Результаты обработки оценивались сравнением с соответствующим изменением веса образцов. Взвешивание осуществлялось на технических весах общего назначения МК6.2–А20. Общий вес СЕ составил 17,5 кг.

Первая вибрационная моечно-очистная операция заключалась в следующем: все крупногабаритные детали редуктора СК-4 были поочередно помещены в 40-литровую рабочую камеру с абразивными гранулами ПТ 15х15. В качестве ТЖ применялся 2% раствор кальцинированной соды; продолжительность обработки составила 90 минут. Малогабаритные детали были помещены в 10-литровую рабочую камеру с аналогичной рабочей средой и режимами обработки. Через каждые 30 минут осуществлялся контроль результатов обработки (состояния поверхности).

После окончания первой вибрационной моечно-очистной операции все детали были извлечены, промыты под струей воды и высушены. Далее детали взвешивались и было произведено сравнение полученных результатов с исходными весом. Результаты внесены в таблицу 1.

Таблица 1
Table 1

Результаты сравнения веса деталей после первой вибрационной моечно-очистной операции с исходными
Results of parts weight comparison after the first vibratory washing-and-cleaning operation with basic data

Наименование изделия (детали)	Исходный вес, *кг*	Вес после обработки, *кг*	Изменение веса, *кг*
Корпус	5,630	5,620	0,010
Корпус червячного механизма	4,280	4,252	0,028
Колесо зубчатое	1,330	1,330	0
Шкив	1,566	1,566	0
Колесо зубчатое червячного типа	2,081	2,066	0,015
Червяк	1,606	1,606	0
Вал входной	1,216	1,212	0,004
Крышка корпуса червячного механизма	0,434	0,392	0,042
Крышка червячного вала со сквозным отверстием	0,210	0,207	0,003
Глухая крышка червячного вала	0,441	0,423	0,018
Болт	0,008	0,007	0,001
Шпонка (самая крупная)	0,017	0,017	0
Шайба	0,010	0,010	0
Контргайка	0,050	0,050	0

Анализ результатов и внешний вид поверхности показал, что абразивные гранулы ПТ 15х15 не производят эффективной очистки, так как не были удалены остатки старой краски с масляными пятнами.

Затем была произведена вторая вибрационная моечно-вибрационная операция. Рабочая среда ПТ 15х15 заменена в обеих камерах на стальные шарики диаметром 5 мм. ТЖ и режимы обработки сохранились прежними. Для очистки взяты те же самые детали, так как после первой операции их внешний вид и состояние не претерпели заметных изменений.

После выполнения 2-ой моечно-очистной операции в течение 90 минут, были произведены измерения и осмотр. Результаты изменения веса занесены в таблицу 2.

Таблица 2
Table 2

Результаты сравнения веса деталей после второй вибрационной моечно-очистной операции с первой операцией
Results of parts weight comparison after the second vibratory washing-and-cleaning operation with the first one

Наименование изделия (детали)	Исходный вес *(кг)*	Вес после обработки *(кг)*	Изменение веса *(кг)*
Корпус	5,630	5,604	0,016
Корпус червячного механизма	4,252	4,246	0,006
Колесо зубчатое	1,330	1,329	0,001
Шкив	1,566	1,554	0,012
Колесо зубчатое червячного типа	2,066	2,064	0,002
Червяк	1,606	1,605	0,001
Вал входной	1,212	1,212	0
Крышка корпуса червячного механизма	0,392	0,390	0,002
Крышка червячного вала со сквозным отверстием	0,207	0,206	0,001
Глухая крышка червячного вала	0,423	0,422	0,001
Болт	0,007	0,007	0
Шпонка (самая крупная)	0,017	0,017	0
Шайба	0,010	0,010	0
Контргайка	0,050	0,050	0

Сравнивая данные таблиц 1 и 2 был сделан вывод, что после второй операции изменения веса стали более заметны, а внешний вид всех деталей приобрел более очищенный, светлый вид (рис. 2).



Рис. 2. Внешний вид поверхности деталей после второй моечно-очистной операции
Fig. 2. Appearance of the parts surface after the second washing-and-cleaning operation

В третьей вибрационной моечно-очистной операции стальные шарики были заменены на фарфоровые, диаметром 8 мм (рис. 3). Исходное состояние поверхности детали принято по результатам 2-ой моечно-очистной операции, продолжительность обработки — 90 минут.



Рис. 3. Вид рабочей среды (фарфоровых шаров)
Fig. 3. Appearance of operating environment (porcelain full-spheres)

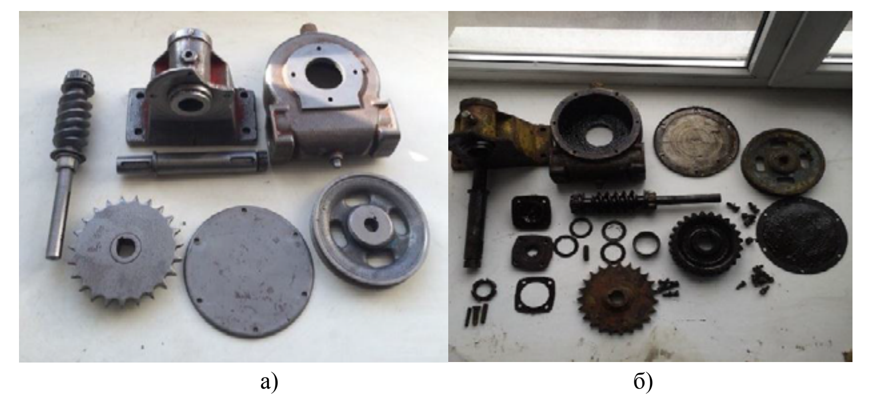
Результаты обработки представлены в таблице 3.

Таблица 3
Table 3

Результаты сравнения веса деталей после третьей вибрационной моечно-очистной операции со второй операцией
Results of parts weight comparison after the third vibratory washing-and-cleaning operation with the second one

Наименование изделия (детали)	Исходный вес, *кг*	Вес после обработки, *кг*	Изменение веса, *кг*
1	2	3	4
Корпус	5,630	5,582	0,038
Корпус червячного механизма	4,252	4,210	0,042
Колесо зубчатое	1,330	1,318	0,012
Шкив	1,566	1,543	0,023
Колесо зубчатое червячного типа	2,066	2,060	0,006
Червяк	1,606	1,582	0,024
Вал входной	1,212	1,212	0
Крышка корпуса червячного механизма	0,392	0,379	0,013
Крышка червячного вала со сквозным отверстием	0,207	0,197	0,010
Глухая крышка червячного вала	0,423	0,410	0,013
Болт	0,007	0,006	0,001
Шпонка (самая крупная)	0,017	0,017	0
Шайба	0,010	0,010	0
Контргайка	0,050	0,049	0,001

Внешний вид деталей после третьей операции очистки оказался удовлетворительным (рис. 4). Остатки лакокрасочных покрытий и масляно-грязевые загрязнения были удалены. Поверхность детали приобрела светлый «металлический» цвет.



а) б)

Рис. 4. Внешний вид деталей: а) после очистки; б) до обработки
Fig. 4. Appearance of parts: a) after cleaning; b) before treatment

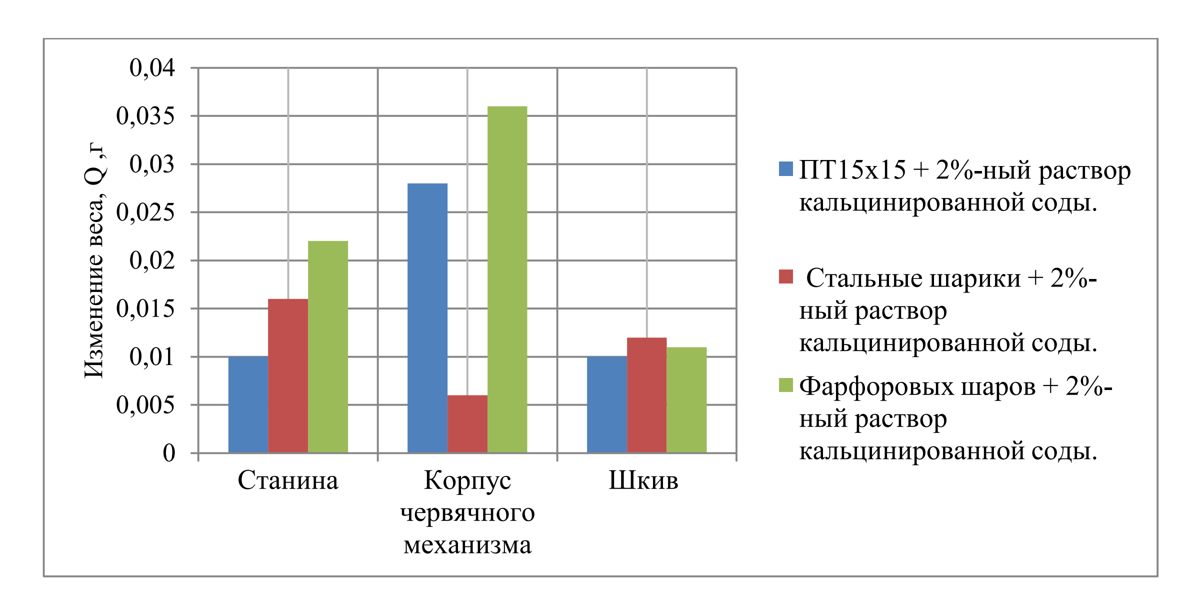


Рис. 5. Зависимость изменения веса деталей от вида обрабатывающей среды и состава ТЖ
Fig. 5. Dependence of the parts weight change on the operating environment type and composition of process liquid

Таблица 5
Table 5

Анализ результатов обработки и дефектации деталей
Analysis of parts machining and fault detection results

Наименование изделия	Состояние деталей после обработки и дефектации		
	Годные для дальнейшего применения	Не годные	Требуется восстановление
Станина	✓		
Корпус червячного механизма	✓		
Колесо зубчатое	✓		
Шкив	✓		
Колесо зубчатое червячного типа	✓		
Червяк	✓		
Вал входной	✓		
Крышка корпуса червячного механизма	✓		
Крышка червячного вала со сквозным отверстием	✓		
Глухая крышка червячного вала	✓		
Болт (16шт)	✓		
Шпонка (самая крупная) (3шт)	✓ (2 шт.)	✓ (1 шт.)	
Шайба			
Контргайка			

Выводы. Произведен анализ результатов обработки деталей редуктора и определена возможность дальнейшего использования комплектующих деталей. При оценке размерного анализа и внешнего вида деталей установлена возможность дальнейшего использования большей части деталей в условиях как ремонта, так и при изготовлении новых изделий.

Библиографический список

1. Бабичев, А. П. Основы вибрационных технологий / А. П. Бабичев, И. А. Бабичев. — Ростов-на-Дону : изд. центр ДГТУ, 1999. — 624 с.

2. Бабичев, А. П. Применение вибрационных технологий на операциях отделочно-зачистной обработки деталей / А. П. Бабичев, П. Д. Мотренко, Л. К. Гиллеспи. — Ростов-на-Дону : изд. центр ДГТУ, 2010. — 287 с.

3. Бабичев, А. П. Вибрационные технологии в условиях ремонта изделий машиностроения / А. П. Бабичев, Д. Эссола, Н. С. Коваль // Механика ударно-волновых процессов : сб. трудов междунар. науч.-техн. конф. — Ростов-на-Дону, 2012. — С. 204–211.

4. Эссола, Д. Применение колебаний (вибраций) в процессах разборки неподвижных раздельных соединений в условиях ремонта и утилизации изделий машиностроения / А. П. Бабичев, Д. Эссола, Е. Н. Коваленко, Н. С. Коваль // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2012. — № 1 (62). — С. 50–55.

5. Бабичев, А. П. Совершенствование и сравнительная оценка способов разборки прессовых соединений при ремонте и утилизации изделий машиностроения / А. П. Бабичев, Д. Эссола // Известия Юго-Западного гос. ун-та. — 2014. — № 1 (52). — С. 122–126.

6. Tamarkin, M.A., Tishchenko, E.E., Fedorov, V.P. Theoretical bases of the surface layer formation in the finishing and hardening treatment of details by spd- in flexible granular environment/ В сборнике: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering Сер. "International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems 2015, MEACS 2015" 2016. С. 012169.

7. Tamarkin, M.A., Tishchenko, E.E., Vyalikov, I.L. Increased efficiency of vibroabrasive machining in the presence of ultrasound/ Russian Engineering Research.- 2015.- vol. 35, no. 10, pp. 740-744 (in Russian).

8. Tamarkin, M.A., Glazman, B.S., Korol'kov, Y.V., Popov Y.V. Reducing abrasive wear in centrifugal-rotary machining/ Russian Engineering Research. -2014. - vol. 34, no, 1, pp.60-64 (in Russian).

9. Бабичев, А. П. Комплексные экспериментальные исследования технологии утилизации сборочной единицы зерноуборочного комбайна (на примере червячного редуктора) / А. П. Бабичев, Д. Эссола, Г. К. Вейсса // Перспективные направления развития финишных методов обработки деталей, виброволновые технологии : сб. трудов междунар. симп. технологов-машиностроителей. — Ростов-на-Дону, 2016. — С. 334–340.

10. Бабичев, А. П. Технологические и организационно-экономические аспекты утилизации изделий сельхозмашиностроения [Электронный ресурс] // А. П. Бабичев, Б. С. Глазман, Г. К. Вейсса, Т. В. Лавренова / Динамика технических систем «ДТС-2015» : сб. трудов XII междунар. науч.-техн. конф. — Ростов-на-Дону, 2015. — 1 электрон. опт. диск (CD).

References

1. Babichev, A.P., Babichev, I.A. Osnovy vibratsionnykh tekhnologiy. [Vibration technology backgrounds.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 1999, 624 p. (in Russian).

2. Babichev, A.P., Motrenko, P.D., Gillespie, L.K. Primenenie vibratsionnykh tekhnologiy na operatsiyakh otdelochno-zachistnoy obrabotki detaley. [Application of vibration technologies for finishing and clearing part operations.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2010, 287 p. (in Russian).

3. Babichev, A.P., Essola, D., Koval, N.S. Vibratsionnye tekhnologii v usloviyakh remonta izdeliy mashinostroeniya. [Vibration technologies under engineering product recondition.] Mekhanika udarno-volnovykh protsessov: sb. trudov mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. [Mechanics of shock-wave processes: Proc. Int. Sci.-Tech. Conf.] Rostov-on-Don, 2012, pp. 204–211 (in Russian).

4. Essola, D., Babichev, A.P., Kovalenko, E.N., Koval, N.S. Primenenie kolebaniy (vibratsiy) v protsessakh razborki nepodvizhnykh razdel'nykh soedineniy v usloviyakh remonta i utilizatsii izdeliy mashinostroeniya. [Application of vibrowave impact (vibrations) in disassembling fixed demountable joints under restoration and reclamation of engineering products.] Vestnik of DSTU, 2012, no. 1 (62), iss. 1, pp. 50–55 (in Russian).

5. Babichev, A.P., Essola, D. Sovershenstvovanie i sravnitel'naya otsenka sposobov razborki pressovykh soedineniy pri remonte i utilizatsii izdeliy mashinostroeniya. [Modernization and comparative estimation of methods of disassembling pressed joints (connections) in the process of repairing or during utilization(recycling) of machine building engineering products.] Proceedings of Southwest State University, 2014, no. 1 (52), pp. 122–126 (in Russian).

6. Tamarkin, M.A., Tishchenko, E.E., Fedorov, V.P. Theoretical bases of the surface layer formation in the finishing and hardening treatment of details by spd- in flexible granular environment. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, “International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems, MEACS 2015”, 2016, pp. 012169.

7. Tamarkin, M.A., Tishchenko, E.E., Vyalikov, I.L. Increased efficiency of vibroabrasive machining in the presence of ultrasound. Russian Engineering Research, 2015, vol. 35, no. 10, pp. 740-744.

8. Tamarkin, M.A., Glazman, B.S., Korolkov, Y.V., Popov Y.V. Reducing abrasive wear in centrifugal-rotary machining. Russian Engineering Research, 2014, vol. 34, no, 1, pp.60-64.

9. Babichev, A.P., Essola, D., Weissa, G.K. Kompleksnye eksperimental'nye issledovaniya tekhnologii utilizatsii sborochnoy edinitsy zernouborochnogo kombayna (na primere chervyachnogo reduktora). [Complex experimental studies on the technology of utilization of combine harvester assembly unit (case of worm gearbox).] Perspektivnye napravleniya razviti-

ya finishnykh metodov obrabotki de-taley, vibrovolnovye tekhnologii: sb. trudov mezhdunar. simp. tekhnologov-mashinostroiteley. [Prospective lines of development of finishing methods of part processing techniques, vibro-wave technologies: Proc. Int. Symposium of engineers-machine builders.] Rostov-on-Don, 2016, pp. 334–340 (in Russian).

10. Babichev, A.P., Glazman, B.S., Weissa, G.K, Lavrenova, T.V. Tekhnologicheskie i organizatsionno-ekonomicheskie aspekty utilizatsii izdeliy sel'khozmashinostroeniya. [Technological and organizational-economic aspects of the utilization of agricultural machinery products.] Dinamika tekhnicheskikh sistem «DTS-2015»: sb. trudov KhII mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. [Dynamics of "DTS-2015"technical systems: Proc. 12th Int. Sci.-Tech. Conf.] 1 electronic optical disc (CD). Rostov-on-Don, 2015 (in Russian).

Поступила в редакцию 09.12.2016
Сдана в редакцию 09.12.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 09.12.2016
Submitted 09.12.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторах:

Бабичев Анатолий Прокофьевич, профессор кафедры «Технология машиностроения» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), директор НИИ «Вибротехнология», доктор технических наук, профессор, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-1693-4831 , vibrotech@mail.ru

Веснин Владимир Николаевич, аспирант Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2061-204X, vesnin.1991@mail.ru

Authors:

Babichev, Anatoliy P., professor of the Engineering Technology Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Dr.Sci. (Eng.), professor, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-1693-4831 , vibrotech@mail.ru

Vesnin, Vladimir N., graduate student, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), , ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2061-204X, vesnin.1991@mail.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 535.854 10.23947/1992-5980-2017-17-1-55-66

Перспективное устройство для измерения линейной и угловых составляющих малых перемещений поверхностей объектов контроля*

И. П. Мирошниченко[1]**

[1] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Advanced device for measuring linear and angular components of small displacements of monitor object surfaces***

I. P. Miroshnichenko[1]**

[1] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Статья посвящена измерениям линейных и угловых составляющих малых перемещений поверхностей объектов контроля. Для выполнения таких измерений разработано высокоточное бесконтактное устройство, основанное на современных лазерных технологиях и методах оптической интерферометрии, а именно двухходового лазерного интерферометра с совмещенными ветвями. Представлено расчетно-экспериментальное обоснование данного устройства. Таким образом, качество и состояние материалов и изделий могут контролироваться с помощью акустических неразрушающих методов.

Материалы и методы. Предложены новые программное обеспечение и математические модели, которые описывают оптические поля интерференционных картин, создаваемые рассматриваемым интерферометром. При численном моделировании распределений интенсивности в интерференционных картинах использованы различные виды светоделителей и различные случаи поляризации.

Результаты исследования. Разработаны новые математические модели и программное обеспечение для численного моделирования полей интенсивности оптического излучения в интерференционных картинах, учитывающие как линейную, так и угловые составляющие малого перемещения поверхности объекта контроля. Разработан и научно обоснован новый интерференционный метод измерений малых линейных и угловых перемещений, позволяющий объединить в одном измерительном средстве возможности измерителя как малых линейных, так и угловых перемещений поверхностей объектов контроля. Предложены новые оптические интерференционные способы и средства для бесконтактных измерений малых линейных и угловых перемещений поверхностей объектов контроля, реализующие возможности метода и расширяющие функциональность известных измерителей малых перемещений.

Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть использованы для высокоточных измерений малых линейных и угловых перемещений поверхностей объектов контроля. Сферы применения: экспериментальные исследования, оценка и диагностика состояния образцов конструк-

Introduction. Measuring the linear and angular components of small displacements of the monitor object surfaces is considered. A high-precision non-contact device based on the advanced laser technologies and methods of optical interferometry, namely a double-pass laser interferometer with integrated branches, is developed to perform these measurements. The calculated and experimental validation of the device is offered. Thus, the quality and condition of the materials and products can be controlled by means of the acoustic non-destructive methods.

Materials and Methods. New software and mathematical models describing optical fields of the interference patterns generated by the interferometer under consideration are offered. Various types of beam splitters and cases of polarization are used under the numerical simulation of the intensity distributions in the interference patterns.

Research Results. New mathematical models and software for the numerical simulation of the optical radiation intensity fields in the interference patterns considering both linear and angular components of small displacement of the surface of the test object are developed. A new interference technique of measuring small linear and angular displacements is developed and theoretically grounded. It allows combining the meter measuring capabilities for both small linear and angular displacements of the monitor object surfaces in a single tool. New optical interference methods and means for the noncontact measurements of small linear and angular movements of the monitor object surfaces that implement the method capabilities and extend the functionality of the known indicators of small displacements are offered.

Discussion and Conclusions. The obtained results can be used for the high-precision measurements of small linear and angular displacements of surfaces of the objects under control. Areas of application are the following: experimental research; assessment and diagnostics of the structural materials samples; investiga-

*Работа выполнена в рамках гранта РФФИ № 16-08-00740.

**E-mail: ipmir@rambler.ru

*** The research is done within the frame of RFFI grant no. 16-08-00740.

ционных материалов; исследования быстропротекающих волновых процессов в слоистых конструкциях сложной формы, выполненных из анизотропных композиционных материалов. Методы, разработанные в рамках данного исследования, применимы в таких отраслях, как машиностроение, судостроение, авиастроение, приборостроение, энергетика и т. д.

tions of fast wave processes in the layered structures of complex shape made of the anisotropic composite materials. The methods developed in this study are applicable in such industries as mechanical engineering, shipbuilding, aircraft engineering, instrument making, power engineering, and etc.

Ключевые слова: лазерный интерферометр, измерения малых перемещений, линейные перемещения, угловые перемещения, объект контроля, диагностика состояния.

Keywords: laser interferometer, measuring small displacements, linear displacements, angular displacements, object under control, condition diagnosis.

Введение. В настоящее время актуальной научной и прикладной задачей является существенное повышение точности, качества и информативности результатов измерений малых перемещений поверхностей объектов контроля. С этой целью разрабатываются и внедряются высокоточные бесконтактные средства измерений, основанные на современных лазерных технологиях и методах оптической интерферометрии. В этом случае при контроле качества и диагностике состояния материалов и силовых элементов изделий необходимая информация регистрируется акустическими неразрушающими методами [1–7].

Научно-исследовательская и производственная деятельность требуют адекватной диагностики состояния конструкционных материалов и изделий на различных этапах их жизненного цикла и экспериментальных исследований, а также отслеживания процессов дефектообразования в новых конструкционных материалах. При этом одним из наиболее перспективных приборов является двухходовой лазерный интерферометр с совмещенными ветвями, адаптированный для решения измерительных задач [8–11]. В частности, целесообразной и эффективной представляется модификация, предполагающая расширение функциональных возможностей интерферометра за счет обеспечения одновременного измерения линейных и угловых составляющих малых перемещений поверхностей объектов контроля.

Цель исследования. Целью данного исследования являются разработка и расчетно-экспериментальное обоснование оптического интерференционного устройства для бесконтактного измерения линейных и угловых составляющих малых перемещений поверхностей объектов контроля при диагностике состояния материалов и изделий акустическими методами неразрушающего контроля на основе двухходового лазерного интерферометра с совмещенными ветвями.

Численное моделирование и анализ его результатов. Разработаны новые математические модели, описывающие оптические поля интерференционных картин, создаваемые рассматриваемым интерферометром. Предложено новое оригинальное программное обеспечение, реализующее данные математические модели, защищенное свидетельствами о государственной регистрации программ для ЭВМ [12–14].

Проведено численное моделирование распределений интенсивности в интерференционных картинах, создаваемых рассматриваемым лазерным интерферометром, с применением данных математических моделей и программного обеспечения. При этом использованы различные виды светоделителей и различные случаи поляризации.

Некоторые из полученных результатов представлены в виде рисунков. Так, график на рис. 1 отражает распределение интенсивности $I(\Theta)$ в горизонтальном сечении интерференционной картины вдоль координаты Θ в области наблюдения интерференционной картины.

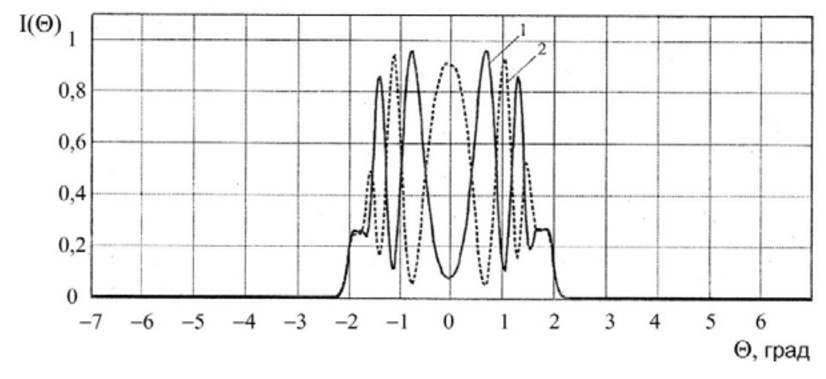


Рис. 1. Распределение интенсивности в горизонтальном сечении интерференционной картины (светоделитель — амплитудная синусоидальная решетка, параллельная поляризация)

Fig. 1. Intensity distribution in horizontal section of interference pattern (beam splitter - amplitude sinusoidal grating, parallel polarization)

На графике показан случай параллельной поляризации, когда в рассматриваемом интерферометре в качестве светоделителя использовалась амплитудная синусоидальная решетка.

В случае, представленном на рис. 2, светоделитель — амплитудная синусоидальная решетка при перпендикулярной поляризации.

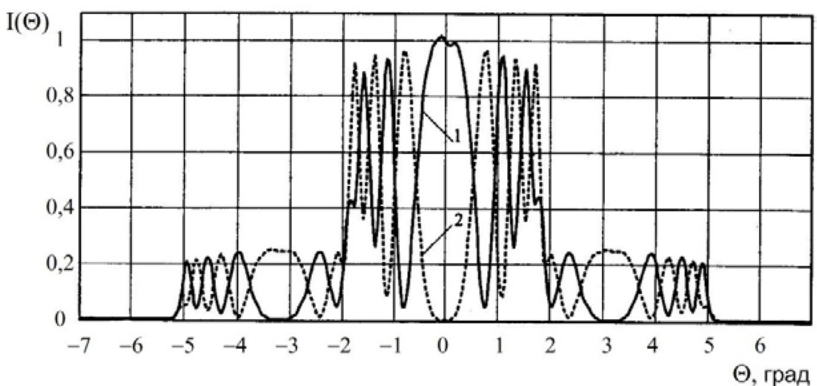


Рис. 2. Распределение интенсивности в горизонтальном сечении интерференционной картины (светоделитель — амплитудная синусоидальная решетка, перпендикулярная поляризация)

Fig. 2. Intensity distribution in horizontal section of interference pattern (beam splitter - amplitude sinusoidal grating, perpendicular polarization)

На рис. 3 светоделитель — это фазовая синусоидальная решетка для случая перпендикулярной поляризации.

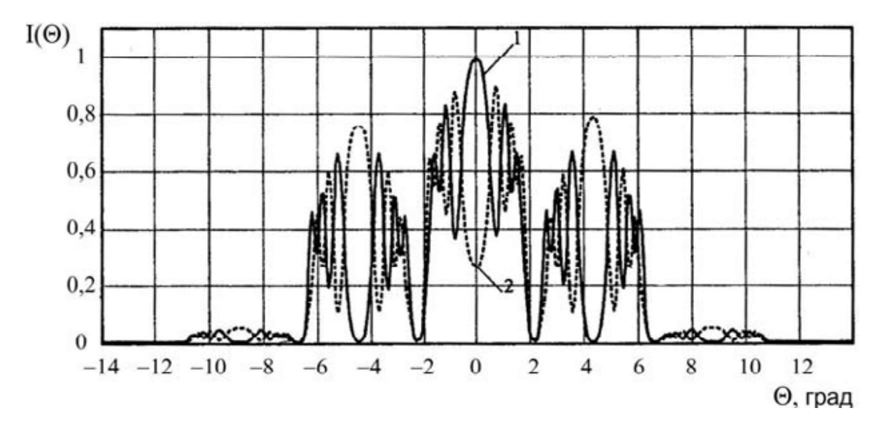


Рис. 3. Распределение интенсивности в горизонтальном сечении интерференционной картины (светоделитель — фазовая синусоидальная решетка, перпендикулярная поляризация)

Fig. 3. Intensity distribution in horizontal section of interference pattern (beam splitter - phase sinusoidal grating, perpendicular polarization)

Наконец, на рис. 4 светоделитель — фазовая зонная пластинка для случая перпендикулярной поляризации.

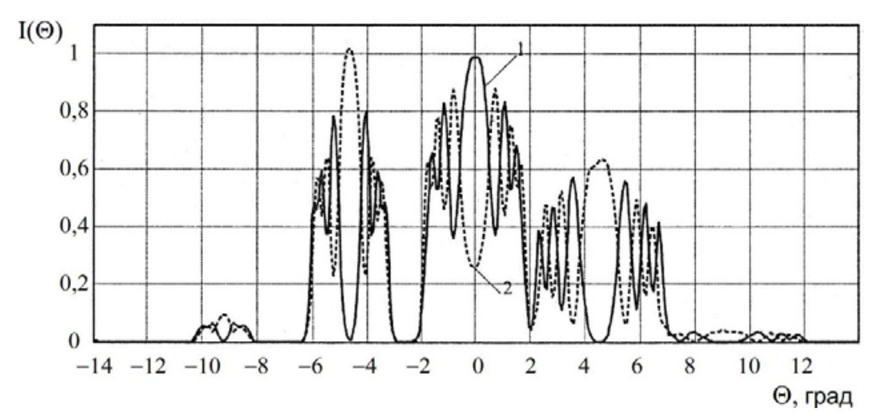


Рис. 4. Распределение интенсивности в горизонтальном сечении интерференционной картины (светоделитель — фазовая зонная пластинка, перпендикулярная поляризация)

Fig. 4. Intensity distribution in horizontal section of interference pattern (beam splitter - phase zone plate, perpendicular polarization)

На рис. 1–4 использованы следующие обозначения: 1 — зависимость получена при линейном перемещении $\Delta h = 0$ и угловом перемещении $\Delta\alpha = 0^0$; 2 — зависимость получена при $\Delta h = \lambda/4$ и $\Delta\alpha = 0^0$ (где λ — длина волны оптического излучения источника).

Анализ результатов численного моделирования, полученных для различных типов светоделителей, позволяет утверждать следующее. Если сравнивать параллельную и перпендикулярную поляризацию, то в последнем случае, когда вектор напряженности электрического поля находится в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, возможно более полно исследовать влияние дифракционных свойств светоделителей на параметры формируемой интерференционной картины.

Анализ результатов также показал, что при использовании в качестве светоделителей амплитудных решеток образуются дифракционные максимумы –1 и +1 порядков (см. рис. 2), а при использовании фазовых решеток кроме них присутствуют еще максимумы высших порядков (см. рис. 3–4).

Применение фазовых решеток при решении измерительных задач достаточно перспективно, так как позволяет получить в максимумах –1, 0 и +1 порядков примерно одинаковые амплитуды изменения интенсивности. При этом амплитуда интенсивности в максимумах –1 и +1 порядков выше, чем в соответствующих максимумах, образующихся при использовании амплитудной решетки.

Результаты моделирования показали, что разработанные математические модели и программное обеспечение позволяют исследовать влияние вида светоделителя и других параметров рассматриваемого интерферометра на формируемые интерференционные картины, что обеспечивает численное определение параметров средства измерений, оптимальных для заданной измерительной схемы и конкретной измерительной задачи.

Метод измерения линейных и угловых составляющих малых перемещений и его расчетно-теоретическое обоснование. Результаты описанного выше численного моделирования позволили разработать метод измерений линейных и угловых составляющих малых перемещений поверхностей объектов контроля. Новый подход заключается в анализе распределений интенсивности в максимумах –1 и +1 порядков интерференционной картины.

Из результатов моделирования следует, что в случае выполнения условия компарирования интенсивность I^{-1} и I^{+1} соответственно в максимумах –1 и +1 порядков интерференционной картины изменяется одинаково. В противном случае характер изменения интенсивности в максимумах указанных порядков различен.

Измерение интенсивностей I^{-1} и I^{+1} в максимумах –1 и +1 порядков интерференционной картины позволяет вместо уравнения с двумя неизвестными получить систему уравнений относительно Δh и $\Delta\alpha$ (соответственно линейной и угловой составляющих малого перемещения поверхности объекта контроля):

$$\begin{cases} I^{-1} = f_1(\Delta h, \Delta\alpha) \\ I^{+1} = f_2(\Delta h, \Delta\alpha) \end{cases}, \qquad (1)$$

где $f_1(\Delta h, \Delta\alpha)$, $f_2(\Delta h, \Delta\alpha)$ — известные зависимости соответственно для максимумов -1 и +1 порядка, связывающие интенсивности соответственно с линейной Δh и угловой $\Delta\alpha$ составляющими малого перемещения поверхности объекта контроля.

Значения Δh и $\Delta\alpha$, удовлетворяющие системе (1), и будут соответствовать действительному перемещению объекта.

При проведении численного моделирования были получены зависимости интенсивности от h в диапазоне от $h = 0{,}0052$ м до $h + 0{,}5\lambda$ м для значений $\alpha = 0{,}07^0 + \Delta\alpha$ в максимумах –1 и +1 порядков.

Отмеченные зависимости для значений $\Delta\alpha = 0^\circ$, $\Delta\alpha = 0{,}003^\circ$, $\Delta\alpha = 0{,}006^\circ$ показаны на рис. 5, *a* (в максимуме –1 порядка) и 5, *b* (в максимуме +1 порядка).

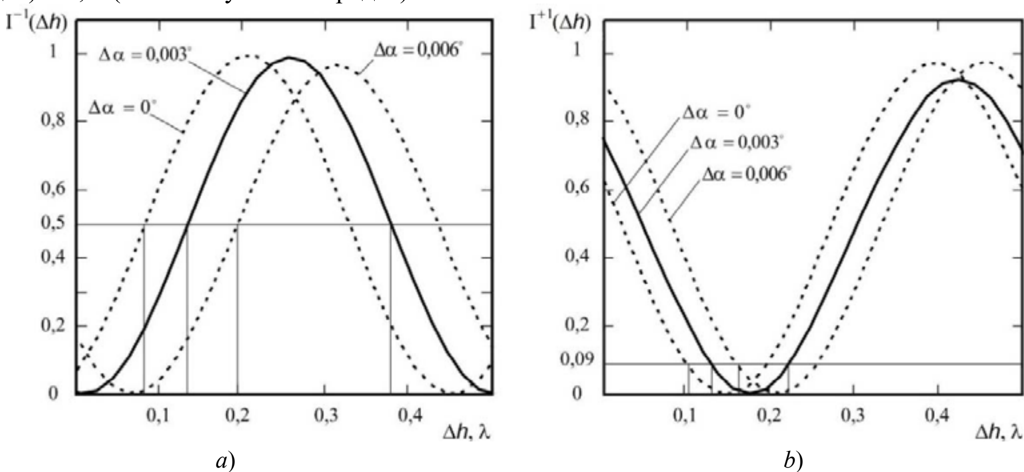


Рис. 5. Результаты численного моделирования

Fig.5. Numerical simulation results

Для пояснения сущности разработанного метода допустим, что в результате измерения получены значения интенсивности $I^{-1} = 0{,}5$ и $I^{+1} = 0{,}09$.

Из данных рис. 5, *а* следует, что $I^{-1} = 0{,}5$ соответствует множество пар Δα и Δ*h*, например: $\Delta\,\alpha = 0^\circ$, $\Delta\,h = 0{,}08\lambda$; $\Delta\,\alpha = 0{,}003^\circ$, $\Delta\,h = 0{,}14\lambda$; $\Delta\,\alpha = 0{,}006^\circ$, $\Delta\,h = 0{,}2\lambda$ и т. д. Аналогично и в отношении $I^{+1} = 0{,}09$.

Однако эти множества имеют только одну общую точку, которая и является решением системы уравнений (1), а именно точка $\Delta\,\alpha = 0{,}003^\circ$, $\Delta\,h = 0{,}14\lambda$ (рис. 6).

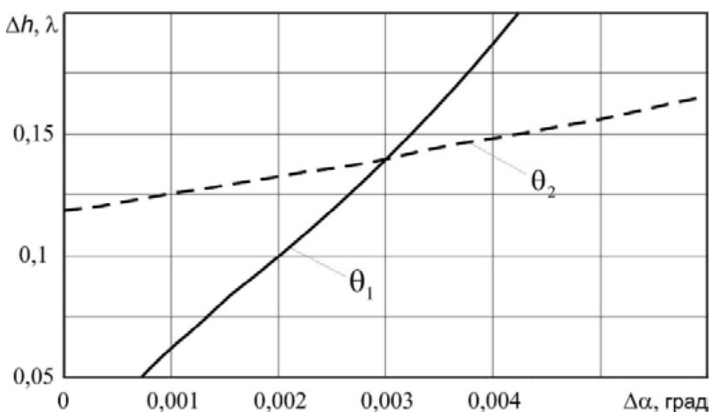


Рис. 6. Пример решения задачи

Fig.6. Problem solving example

Для построения зависимостей на этом рисунке регистрировались значения интенсивностей $I^{-1} = 0{,}5$, $I^{+1} = 0{,}09$ в направлениях Θ_1 и Θ_2 соответственно для максимумов –1 и +1 порядков, в которых были измерены интенсивности I^{-1} и I^{+1}.

Эти же зависимости можно получить графическим способом из результатов, часть которых представлена на рис. 6.

По результатам численного исследования данного метода измерений была разработана методика его реализации при решении практических задач.

Экспериментальное исследование и анализ его результатов. При проведении исследования использована экспериментальная установка (рис. 7), позволяющая обеспечить раздельное и одновременное воспроизведение заданных линейной и угловой составляющих малых перемещений.

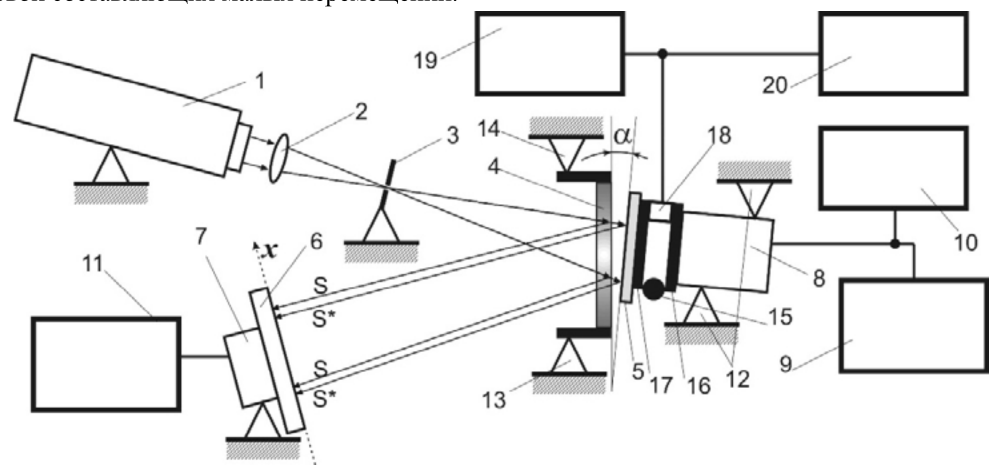


Рис. 7. Схема экспериментальной установки

Fig.7. Experimental plant diagram

Данная установка состоит из следующих элементов: 1 — оптически связанные и последовательно размещенные источники когерентного оптического излучения (*He-Ne* лазер, длина волны $\lambda \approx 0{,}63$ мкм); 2 — фокусирующая линза; 3 — диафрагма пространственного фильтра; 4 — светоделитель, жестко закрепленный в устройстве 13; 5 — отражатель; 6 — экран; 7 — цифровое фотоприемное устройство; 11 — устройство регистрации и обработки (ПЭВМ).

Для создания моделируемых линейной и угловой составляющих малых перемещений отражатель 5 установлен на пьезоэлементе 8 с помощью пластинок 16 и 17, которые с одного края соединены шарниром 15, а с другого — жестко связаны с пьезоэлементом 18. Регуляторы механизма 12 крепления пьезоэлемента 8 служат для юстировки элементов установки. Пьезоэлементы 8 и 18 электрически соединены с источниками напряжения 9 и 19 и цифровыми вольтметрами 10 и 20 соответственно.

Принцип действия установки заключался в следующем.

Излучение лазера 1 после прохождения фокусирующей линзы 2 и диафрагмы пространственного фильтра 3 преобразовывалось в расходящийся пучок. Светоделитель 4 осуществлял деление расходящегося пучка по амплитуде. Одна часть отражалась от его поверхности (направление *S*–*S*), а другая — от поверхности отражателя 5 (направление *S**–*S**). При этом в результате дифракции на синусоидальной решетке (светоделителе) кроме максимума 0 порядка формировались максимумы –1 и +1 порядков.

Регуляторами устройства крепления 12 добивались пространственного совмещения объектного пучка (направление *S**–*S**) с опорным (направление *S*–*S*) в плоскости экрана 6, на котором формировалась интерференционная картина в виде максимумов –1, 0 и +1 порядков. Интенсивность регистрировалась фотоприемным устройством 7, а результаты измерений передавались для обработки в ПЭВМ 11.

На рис. 8 представлено изображение типовой интерференционной картины, где обозначения «–1», «0», «+1» соответствуют максимумам интерференционной картины –1, 0 и +1 порядков, взаимное положение которых зависит от периода дифракционной решетки и от расстояния между светоделителем 4 и экраном 6.

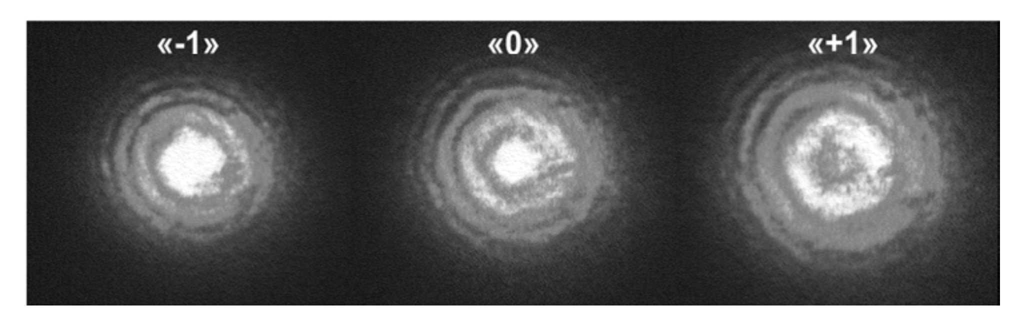


Рис. 8. Изображение типовой интерференционной картины

Fig. 8. Picture of basic interference pattern

Для моделирования линейной составляющей малых перемещений изменяли напряжение стабилизированного источника 9 на пьезоэлементе 8, который смещал отражатель 5.

Для моделирования угловой составляющей малых перемещений изменяли напряжение стабилизированного источника 19 на пьезоэлементе 18, в результате отражатель 5 поворачивался относительно шарнира 15.

Для одновременного моделирования линейной и угловой составляющих малых перемещений одновременно изменяли напряжение на пьезоэлементах 8 и 18.

Контроль величины напряжения на пьезоэлементах 8 и 18 осуществлялся цифровыми универсальными вольтметрами 10 и 20 соответственно.

Методика проведения эксперимента заключалась в пошаговом задании линейной составляющей Δh малого перемещения отражателя 5 при фиксированном значении угловой составляющей $\Delta\alpha$.

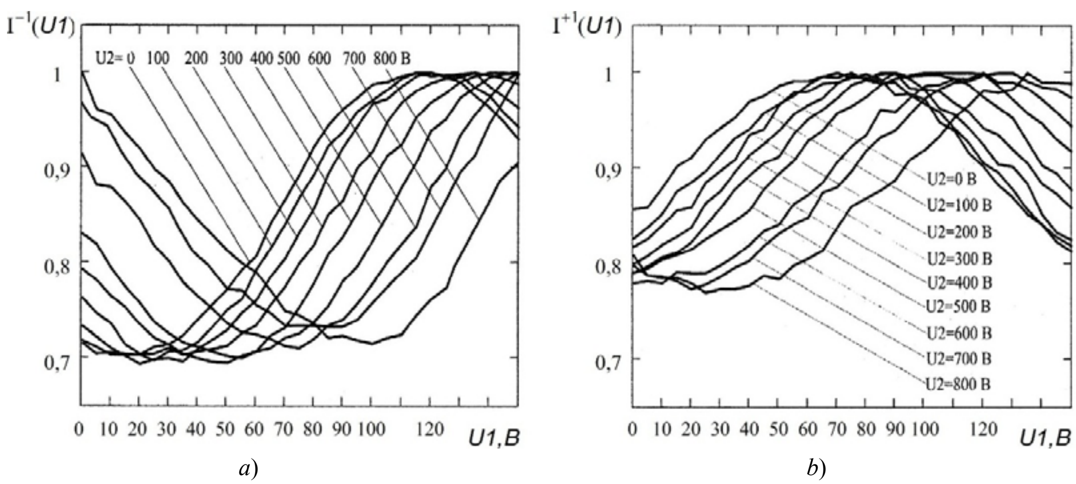
Регистрация сигнала фотоприемника 7 осуществлялась на каждом шаге. При этом цифровые изображения интерференционной картины в максимумах – 1, 0 и +1 порядков передавались в устройство 11 в виде отдельных файлов стандартных графических форматов для обработки.

Разработанная методика проведения эксперимента обеспечила также экспериментальное моделирование рассмотренного выше примера численного решения системы уравнений (1).

При проведении численного моделирования основные параметры математической модели измерителя были приведены в соответствие с параметрами экспериментальной установки, что позволило сопоставить результаты численного моделирования и экспериментального исследования и подтвердить техническую реализуемость разработанного метода измерения малых перемещений.

Измерялись (рис. 9) зависимости интенсивности I^{-1} и I^{+1} от линейной составляющей Δh малого перемещения отражателя (представлена напряжением *U*1 на пьезопреобразователе 8) и для различных значений его угловой составляющей $\Delta\alpha$ малого перемещения отражателя (представлена напряжением *U*2 на пьезопреобразователе 18). Указанные величины регистрировались в направлениях Θ_1 и Θ_2 в максимумах –1 и +1 порядков (рис. 9, *a* и 9, *b* соответ-

ственно).

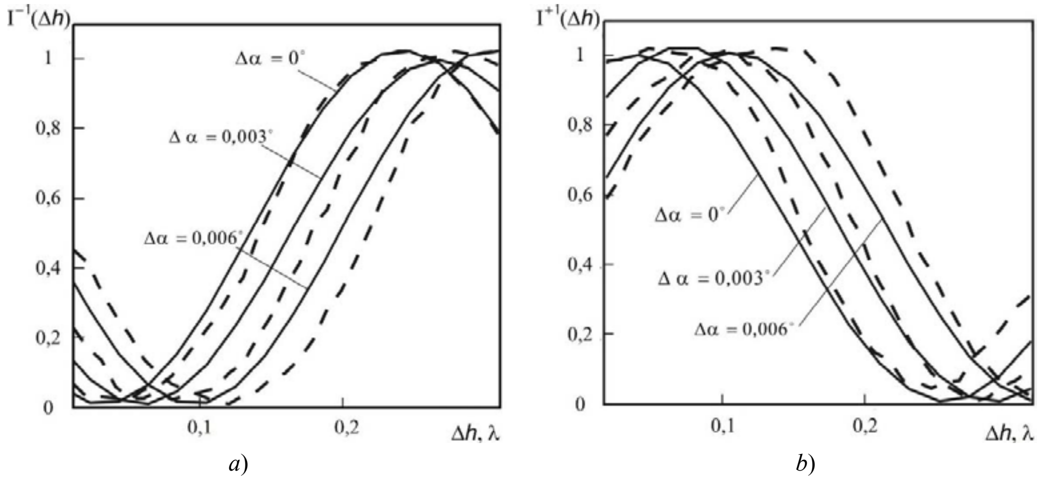


a) *b*)

Рис. 9. Результаты экспериментального моделирования

Fig. 9. Experimental simulation results

На рис. 10 представлены зависимости интенсивностей I^{-1} и I^{+1}, полученные при сравнении результатов численного моделирования и экспериментального исследования соответственно в максимумах –1 (рис. 10, *a*) и +1 (рис. 10, *b*) порядков (сплошной линией показаны результаты численного моделирования, пунктиром — результаты экспериментального исследования).



a) *b*)

Рис. 10. Сравнение результатов численного моделирования и экспериментального исследования

Fig. 10. Comparison of numerical simulation and experimental research results

Анализ зависимостей, приведенных на рис. 10, наглядно подтверждает техническую реализуемость разработанного метода измерения малых перемещений.

Способ измерения линейной и угловой составляющих малых перемещений поверхностей объектов контроля. Результаты численного моделирование и экспериментального исследования позволили разработать новый способ бесконтактного измерения линейной и угловой составляющих малых перемещений поверхностей объектов контроля. В данном случае в качестве светоделителя используют синусоидальную дифракционную решетку. На экран проецируют максимумы –1 и +1 порядков интерференционной картины. Фотоприемники разделяют на две группы и размещают в областях максимумов –1 и +1 порядков интерференционной картины. Значения составляющих малого перемещения определяют на основании двух значений интенсивности, измеренных группами фотоприемников по известным для каждого максимума зависимостям, связывающим ее с линейным и угловым перемещением. При этом в качестве результата принимают значение линейной и угловой составляющих перемещения, одновременно удовлетворяющее значениям измеренной интенсивности в максимумах –1 и +1 порядков.

Существенным отличием разработанного способа от известных аналогов является обеспечение одновременной бесконтактной регистрации линейной и угловой составляющих малых перемещений поверхности объекта контроля при помощи одного оптического измерителя перемещений, что позволяет существенно расширить его функциональные возможности и повысить качество результатов измерений.

Описанное техническое решение защищено патентом на изобретение [15].

Способ и устройство для измерения линейной и угловых составляющих малых перемещений поверхностей объектов контроля. Описанный выше способ не позволяет одновременно измерять линейную и все угловые составляющие малого перемещения поверхности объекта контроля. Он может быть применим к измерению линейной и только одной угловой составляющих малого перемещения при условии, что влиянием другой угловой составляющей можно пренебречь. Данное обстоятельство в значительной степени ограничивает функциональные возможности этого метода и область его применения.

На практике при проведении испытаний реальных объектов контроля перемещения их поверхностей, как правило, имеют линейную и угловые составляющие. Невозможность одновременной регистрации линейной и угловых составляющих значительно снижает информативность результатов измерений, требует установки дополнительных устройств для регистрации угловой составляющей перемещений, усложняя конструкцию измерительного устройства.

Линейную и все угловые составляющие малого перемещения поверхности объекта контроля можно определить на основании значений интенсивности, измеренных группами фотоприемных устройств в максимумах –1, 0 и +1 порядков, по известным для каждого максимума зависимостям интенсивности от линейной и угловых составляющих малых перемещений поверхности объекта контроля. При этом за результат измерения принимают то значение линейной и угловых составляющих перемещения, которое одновременно удовлетворяет измеренным значениям интенсивности в максимумах –1, 0 и +1 порядков интерференционной картины.

Схема одного из возможных вариантов устройства, реализующего предлагаемый способ, представлена на рис. 11.

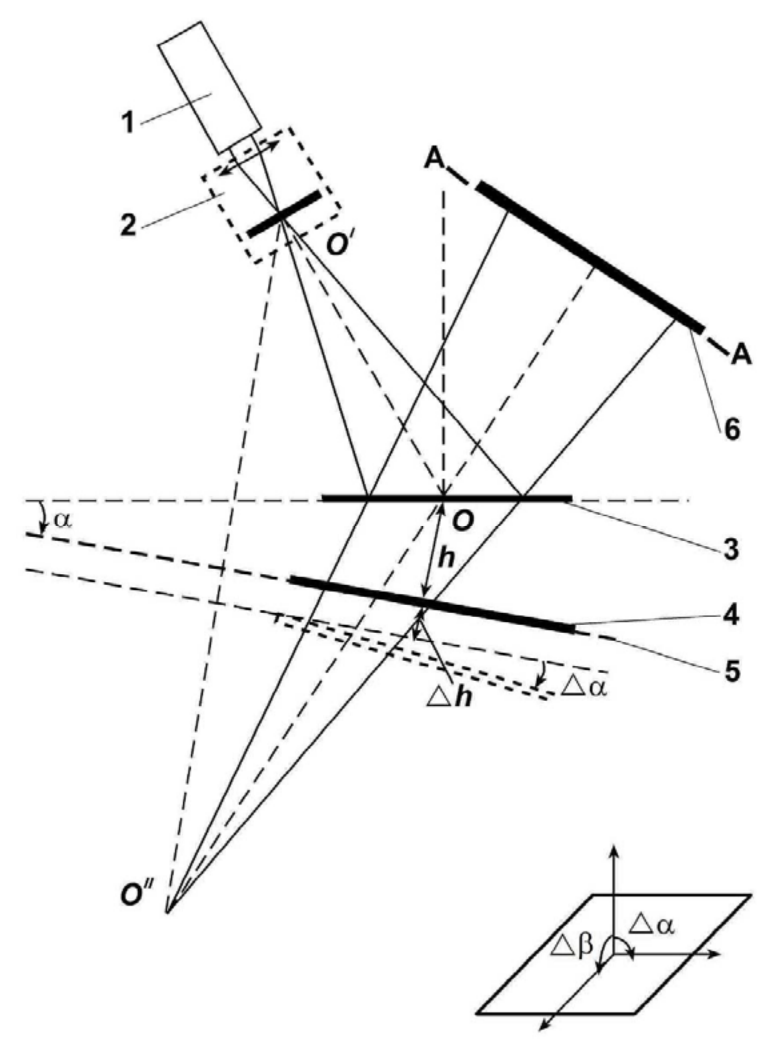


Рис. 11. Схема устройства для измерения линейной и угловых составляющих малых перемещений поверхностей объектов контроля

Fig. 11. Diagram of device for measuring linear and angular components of small displacements of monitor object surfaces

Данное устройство состоит из следующих элементов: 1 — источник когерентного оптического излучения (лазер); 2 — оптическая система, преобразующая излучение источника 1 в расходящийся пучок; 3 — светоделитель, выполненный в виде фазовой решетки; 4 — отражатель, жестко закрепленный на поверхности 5 объекта контроля; 6 — экран, в плоскости которого установлены с возможностью регулировки положения фотоприемные устройства 7

(например, фотодиоды и т. п., рис. 12), разделенные на три группы (8, 9, 10), каждая из которых размещена в соответствующих областях максимумов: –1 порядка (11), 0 порядка (12) и +1 порядка (13) интерференционной картины 14.

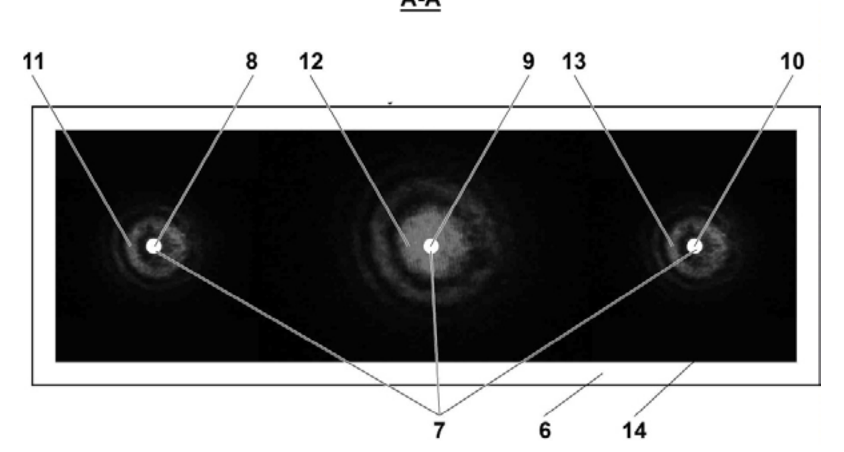


Рис. 12. Внешний вид интерференционной картины в области экрана

Fig. 12. Outer appearance of interference pattern on-screen

Фотоприемные устройства 7 электрически соединены с системой регистрации, обработки и отображения результатов измерений.

Отражатель 4 удален от внутренней поверхности светоделителя 3 на расстояние h. Отражатель 4 и светоделитель 3 расположены друг к другу под углом α.

Возможным может быть также вариант, при котором отражатель 4 отсутствует, а его функции выполняет сама отражающая поверхность 5 объекта контроля.

Максимумы –1 порядка 11, 0 порядка 12 и +1 порядка 13 интерференционной картины 14 проецируются на экран 6.

Данное устройство работает следующим образом.

В процессе проведения испытаний при возникновении линейной Δh и (или) угловых $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ составляющих перемещения поверхности 5 объекта контроля происходит изменение интенсивности оптического поля в максимумах –1 порядка 11, 0 порядка 12 и +1 порядка 13 интерференционной картины 14, в том числе и в соответствующих их областях по месту установки выделенных групп 8, 9 и 10 фотоприемных устройств 7.

Фотоприемные устройства 7 регистрируют интенсивность оптического поля. При этом результатами измерений являются значения интенсивностей, полученные от каждой из групп 8, 9 и 10 фотоприемных устройств 7.

Система регистрации, обработки и отображения результатов измерений обеспечивает регистрацию значений интенсивности от каждой из групп 8, 9 и 10 фотоприемных устройств 7 и производит их обработку.

Возможным вариантом обработки является, например, решение системы уравнений вида:

$$\begin{cases} I^{-1} = f_1(\Delta h, \Delta\alpha, \Delta\beta) \\ I^{0} = f_2(\Delta h, \Delta\alpha, \Delta\beta) \\ I^{+1} = f_3(\Delta h, \Delta\alpha, \Delta\beta) \end{cases}, \qquad (2)$$

где $f_1(\Delta h, \Delta\alpha, \Delta\beta)$, $f_2(\Delta h, \Delta\alpha, \Delta\beta)$, $f_3(\Delta h, \Delta\alpha, \Delta\beta)$ — известные зависимости соответственно для максимумов –1 порядка 11, 0 порядка 12 и +1 порядка 13, связывающие интенсивности соответственно с линейной Δh и угловыми $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ составляющими перемещения поверхности 5 объекта контроля; I^{-1}, I^{0} и I^{+1} — значения интенсивности, измеренные каждой из групп 8, 9 и 10 фотоприемных устройств 7, установленных в соответствующих областях максимумов –1 порядка 11, 0 порядка 12 и +1 порядка 13 интерференционной картины 14.

Результатом обработки являются значения линейной Δh и значения угловых $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ составляющих перемещения поверхности 5 объекта контроля, одновременно удовлетворяющие значениям интенсивности I^{-1}, I^{0} и I^{+1}.

Описанное техническое решение также защищено патентом Российской Федерации на изобретение [16].

Выводы. Разработаны математические модели и программное обеспечение для численного моделирования полей интенсивности оптического излучения в интерференционных картинах, создаваемых оптическим измерителем малых перемещений на основе двухходового лазерного интерферометра с совмещенными ветвями. Представленные новые модели и ПО учитывают как линейную, так и угловые составляющие малого перемещения поверхности объекта контроля.

Разработан и научно обоснован новый интерференционный метод, сочетающий в одном средстве возможности измерения малых линейных и угловых перемещений поверхностей объектов контроля. Данный метод позволяет расширить область применения лазерных интерферометров для создания на их основе перспективных средств диагностики технического состояния материалов и изделий.

Предложены новые оптические интерференционные способы и средства для бесконтактных измерений малых линейных и угловых перемещений поверхностей объектов контроля, реализующие возможности метода и расширяющие функциональные возможности известных измерителей малых перемещений.

Полученные результаты могут быть использованы для высокоточных измерений малых линейных и угловых перемещений поверхностей объектов контроля при проведении экспериментальных исследований, оценке и диагностике состояния образцов конструкционных материалов, фрагментов перспективных изделий и изделий в целом, исследовании быстропротекающих волновых процессов в слоистых конструкциях сложной формы, выполненных из анизотропных композиционных материалов, при исследовании процессов дефектообразования в ленточных высокотемпературных сверхпроводниках и т. п. Разработанный метод применим в таких отраслях, как машиностроение, судостроение, авиастроение, приборостроение, энергетика и т.д.

Библиографический список

1. Мирошниченко, И. П. Результаты экспериментальных исследований интерференционного измерителя малых перемещений / И. П. Мирошниченко, А. Г. Серкин // Измерительная техника. — 2006. — № 5. — С. 22–25.

2. Экспериментальная установка для исследования процессов дефектообразования в ленточных высокотемпературных сверхпроводниках / И. П. Мирошниченко [и др.] // Металлург. — 2006. — № 7. — С. 77–78.

3. Мирошниченко, И. П. Методы измерения смещений поверхности объектов контроля лазерными интерферометрами / И. П. Мирошниченко, В. Е. Алехин, В. П. Сизов // Дефектоскопия. — 2007. — № 2. — С. 53–61.

4. Мирошниченко, И. П. Особенности использования интерференционных измерителей малых перемещений при решении задач диагностики технического состояния конструкций / И. П. Мирошниченко, А. Г. Серкин // Дефектоскопия. — 2007. — № 4. — С. 31–38.

5. Экспериментальное исследование особенностей метода подсвечивания поверхности объекта контроля для измерения смещений лазерными интерферометрами / В. Е. Алехин [и др.] // Дефектоскопия. — 2007. — № 9. — С. 37–43.

6. Мирошниченко, И. П. Экспериментальное обоснование интерференционного метода измерения перемещений на основе подсвечивания поверхности объекта контроля / И. П. Мирошниченко, В. Е. Алехин, А. Г. Серкин // Измерительная техника. — 2008. — № 10. — С. 26–30.

7. Мирошниченко, И. П. Усовершенствованная экспериментальная установка для исследования процессов дефектообразования в образцах конструкционных материалов / И. П. Мирошниченко, А. Г. Серкин // Металлург. — 2010. — № 3. — С. 68–69.

8. Novel Test Means and Techniques Based on Optical Interferometry and Acoustic Emission to Study Displacements of Object Surfaces and Damage of High-Temperature Superconductive Tapes and Related Composites / I. P. Miroshnichenko [et al.] // Piezoelectrics and Related Materials: Investigations and Applications. — New York : Nova Science Publishers, 2012. — P. 238–282.

9. Novel Optical Means for Measurement of Displacements of Surfaces of the Control Objects at Diagnostics of Materials and Goods / I.P. Miroshnichenko [et al.] // Physics and Mechanics of New Materials and their Applications. — New York : Nova Science Publishers, 2013. — P. 145–154.

10. Miroshnichenko, I. P. Novel Optic Devices for Measurement of Displacements Based on Method of Control Object Highlighting by Using Laser Interferometer / I. P. Miroshnichenko, I. A. Parinov, S.-H. Chang // Advanced Materials — Studies and Applications. — New York : Nova Science Publisher, 2015. — P. 437–452.

11. Mathematical Models, Program Software, Technical and Technological Solutions for Measurement of Displacements of the Control Object Surfaces by Laser Interferometer / I.P. Miroshnichenko [et al.] // Advanced Materials Manufacturing, Physics, Mechanics and Applications. Springer Proceedings in Physics. — Cham ; Heidelberg ; New York ; Dordrecht ; London : Springer International Publishing, 2016. — Vol. 175. — P. 341–356.

12. Мирошниченко, И. П. Численное исследование метода измерений малых линейных и угловых перемещений лазерными интерферометрами / И. П. Мирошниченко, А. Г. Серкин, В. П. Сизов // Измерительная техника. — 2007. — № 1. — С. 9–13.

13. Мирошниченко, И. П. Унифицированный метод измерения малых линейных и угловых перемещений поверхностей объектов контроля / И. П. Мирошниченко, А. Г. Серкин // Дефектоскопия. — 2008. — № 5. — С. 23–27.

14. Мирошниченко, И. П. Использование точечного источника излучения для расширения функциональных возможностей измерителя перемещений / И. П. Мирошниченко, А. Г. Серкин, В. П. Сизов // Оптический журнал. — 2008. — Т. 75, № 7. — С. 41–47.

15. Способ измерения линейных и угловых перемещений : патент 2388994 Рос. Федерация : G01B 11/00, G01B 9/02 / И. П. Мирошниченко, А. Г. Серкин, В. П. Сизов. — № 2008141364/28 ; заявл. 20.10.08 ; опубл. 10.05.10, Бюл. № 13. — 8 с.

16. Способ измерения линейной и угловых составляющих малых перемещений поверхностей объектов контроля : патент 2606245 Рос. Федерация : G01B 11/24 / И. П. Мирошниченко, И. А. Паринов, В. П. Сизов. — № 2015140197/28 ; заявл. 21.09.15 ; опубл. 10.01.17, Бюл. № 1. — 11 с.

References

1. Miroshnichenko, I.P., Serkin, A.G. Rezul'taty eksperimental'nykh issledovaniy interferentsionnogo izmeritelya malykh peremeshcheniy. [Results of experimental studies on interferometers for small displacements.] Measurement Technique, 2006, no. 5, pp. 22–25 (in Russian).

2. Miroshnichenko, I.P., et al. Eksperimental'naya ustanovka dlya issledovaniya protsessov defektoobrazovaniya v lentochnykh vysokotemperaturnykh sverkh-provodnikakh. [Experimental plant for research of defect formation in band high temperature superconductors.] Metallurgist, 2006, no. 7, 77–78 (in Russian).

3. Miroshnichenko, I.P., Alekhin, V.E., Sizov, V.P. Metody izmereniya smeshcheniy poverkhnosti ob"ektov kontrolya lazernymi interferometrami. [Use of Laser Interferometers for Measuring Displacements of the Surfaces of Tested Objects.] Russian Journal of Nondestructive Testing, 2007, no. 2, pp. 53–61 (in Russian).

4. Miroshnichenko, I.P., Serkin, A.G. Osobennosti ispol'zovaniya interferentsionnykh izmeriteley malykh peremeshcheniy pri reshenii zadach diagnostiki tekhnicheskogo sostoyaniya konstruktsiy. [Using Interferometers for the Measurement of Small Displacements during Solution of the Problems of the State of Structures.] Russian Journal of Nondestructive Testing, 2007, no. 4, pp. 31–38 (in Russian).

5. Alekhin, V.E., et al. Eksperimental'noe issledovanie osobennostey metoda podsvechivaniya poverkhnosti ob"ekta kontrolya dlya izmereniya smeshcheniy lazernymi interferometrami. [Experimental Study of the Features of the Method for Illuminating the Surface of a Tested Object for Measuring Displacements with Laser Interferometers.] Russian Journal of Nondestructive Testing, 2007, no. 9, pp. 37–43 (in Russian).

6. Miroshnichenko, I.P., Alekhin, V.E., Serkin, A.G. Eksperimental'noe obosnovanie interferentsionnogo metoda izmereniya peremeshcheniy na osnove podsvechivaniya poverkhnosti ob"ekta kontrolya. [Experimental study on interference method of measuring displacements on the basis of monitor object surface lightening.] Measurement Technique, 2008, no. 10, pp. 26–30 (in Russian).

7. Miroshnichenko, I.P., Serkin, A.G. Usovershenstvovannaya eksperimental'naya ustanovka dlya issledovaniya protsessov defektoobrazovaniya v obraztsakh konstruktsionnykh materialov. [Improved experimental plant for investigation of defect formation processes in samples of constructional materials.] Metallurgist, 2010, no. 3, pp. 68–69 (in Russian).

8. Miroshnichenko, I.P., et al. Novel Test Means and Techniques Based on Optical Interferometry and Acoustic Emission to Study Displacements of Object Surfaces and Damage of High-Temperature Superconductive Tapes and Related Composites. Piezoelectrics and Related Materials: Investigations and Applications. New York: Nova Science Publishers, 2012, pp. 238–282.

9. Miroshnichenko, I.P., et al. Novel Optical Means for Measurement of Displacements of Surfaces of the Control Objects at Diagnostics of Materials and Goods. Physics and Mechanics of New Materials and their Applications. New York: Nova Science Publishers, 2013, pp. 145–154.

10. Miroshnichenko, I. P., Parinov, I. A., Chang , S.-H. Novel Optic Devices for Measurement of Displacements Based on Method of Control Object Highlighting by Using Laser Interferometer. Advanced Materials — Studies and Applications. New York: Nova Science Publisher, 2015, pp. 437–452.

11. Miroshnichenko, I.P., et al. Mathematical Models, Program Software, Technical and Technological Solutions for Measurement of Displacements of the Control Object Surfaces by Laser Interferometer. Advanced Materials Manufacturing, Physics, Mechanics and Applications. Springer Proceedings in Physics. Cham; Heidelberg; New York; Dordrecht; London: Springer International Publishing, 2016, vol. 175, pp. 341–356.

12. Miroshnichenko, I.P., Serkin, A.G., Sizov, V.P. Chislennoe issledovanie metoda izmereniy malykh lineynykh i uglovykh peremeshcheniy lazernymi interferometrami. [Numerical study on method of measuring small linear and angular displacements by laser interferometers.] Measurement Technique, 2007, no. 1, pp. 9–13 (in Russian).

13. Miroshnichenko, I.P. Unifitsirovannyy metod izmereniya malykh lineynykh i uglovykh peremeshcheniy poverkhnostey ob"ektov kontrolya. [A Unified Method for Measuring Small Linear and Angular Displacements of the Surfaces of Tested Objects.] Russian Journal of Nondestructive Testing, 2008, no. 5, pp. 23–27 (in Russian).

14. Miroshnichenko, I.P., Serkin, A.G., Sizov, V.P. Ispol'zovanie tochechnogo istochnika izlucheniya dlya rasshireniya funktsional'nykh vozmozhnostey izmeritelya peremeshcheniy. [Using the point-light source to extend the functionality of the displacement controller.] Journal of Optical Technology, 2008, vol. 75, no. 7, pp. 41–47.

15. Miroshnichenko, I.P., Serkin, A.G., Sizov, V.P. Sposob izmereniya lineynykh i uglovykh peremeshcheniy: patent 2388994 Ros. Federatsiya: G01B 11/00, G01B 9/02. [A method for measuring linear and angular displacements.] Patent RF, no. 2388994, 2010 (in Russian).

16. Miroshnichenko, I.P., Parinov, I.A., Sizov, V.P. Sposob izmereniya lineynoy i uglovykh sostavlyayushchikh malykh peremeshcheniy poverkhnostey ob"ektov kontrolya: patent 2606245 Ros. Federatsiya : G01B 11/24. [A method for measuring linear and angular components of small displacements of monitor object of surfaces.] Patent RF, no. 2606245, 2017 (in Russian).

Поступила в редакцию 01.09.2016
Сдана в редакцию 01.09.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Об авторе:

Мирошниченко Игорь Павлович, заведующий кафедрой «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина,1) , кандидат технических наук, доцент, Scopus Author ID: 16203765300, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9450-2500, ipmir@rambler.ru

Received 01.09.2016
Submitted 01.09.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Author:

Miroshnichenko, Igor P., head of the Machine Design Principles Department, Don State Technical University (Gagarin sq., 1, Rostov-on-Don, RF), Cand. Sci. (Eng.), associate professor, Scopus Author ID: 16203765300, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9450-2500, ipmir@rambler.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 678.549 10.23947/1992-5980-2017-17-1-67-74

Влияние содержания древесного дисперсного наполнителя на долговечность композиционных материалов*

И. Р. Антибас[1], А. Г. Дьяченко[2]**
[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Effect of wood particulate filler content on durability of composite materials***

I. R. Antypas[1], A. G. Dyachenko[2]**
[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Использование биокомпозитных материалов является необходимой составляющей комплекса мер по защите окружающей среды. В соответствии с классификацией полимеров нефтехимического происхождения, биополимеры можно разделить на термические и пластические термического упрочнения. Первые могут быть изменены для проведения повторного нагрева, вторые — нет, по причине затвердевания карбоната кальция. Термические биопластмассы были разработаны, в основном, для упаковочной промышленности и могут быть предложены в качестве связующего агента в биокомпозитных материалах.
Материалы исследования. При проведении настоящего исследования древесные волокна опилок были выбраны в качестве добавки для получения армированных пластмасс на основе полиэстерового волокна. Целью исследования являлось определение оптимального соотношения объёма и размеров опилок. В ходе экспериментов были проведены испытания различных смесей древесных опилок при варьировании сочетания их размеров, объёма и прилагаемых к ним нагрузок.
Результаты исследования. Полученные результаты продемонстрировали увеличение деформации композитного материала при увеличении доли древесных опилок любых объемов, исследованных в тесте на давление, а также уменьшение прочности и относительного удлинения при увеличении доли опилок средних и малых объёмов. Прочность и удлинение композитного материала возрастает с увеличением доли опилок с объемом, превышающим 120 мм^3. Напряжения увеличиваются тогда, когда размер древесных опилок равен 20 мм^3 и соотношение смешивания равно 25%, при этом упругость материала понижается.
Обсуждение и заключения. В опытах на изгиб изделия наблюдалось снижение прочности и увеличение относительного удлинения при смешивании образца с древесными опилками объёмом 5 мм^3, возрастание прочности и удлинения при увеличении их объёма до 25 мм^3, а затем уменьшение прочности и относительного удлинения при увеличении объёма до 120 мм^3.

Introduction. Usage of the biocomposites is a vital component of the environment protection policy. According to the classification of the petrochemical polymers, biopolymers can be divided into thermal and plastic heat-strengthening ones. The former can be modified for reheating, and the latter cannot – due to the calcium carbonate solidification. Thermal bioplastics are developed mainly for the packaging industry, and they can be used as a binder in the biocomposite materials.
Materials and Methods. Sawdust wood fibers are selected as an additive to produce reinforced rubber plastics (polyester fiber) for this study. The work objective is to determine the optimum ratio of the sawdust volume and size. In the course of the experiments, various sawdust mixtures are tested through varying the combination of their size, volume and applied loads.
Research Results. The obtained results show a growth of the composite material deformation when increasing the proportion of sawdust of any volumes studied under the pressure testing, as well as a decrease in strength and tensile strain when increasing the proportion of sawdust of medium and low volumes. The strength and elongation of the composite grows with increasing the sawdust fraction volume for more than 120 mm^3. Stresses increase when the size of wood sawdust is 20 mm^3 and mixing ratio is 25%, therewith the material elasticity decreases.
Discussion and Conclusions. In bending tests, the reduction in strength and increase in tension strain when mixing a sample with sawdust of 5 mm^3, gain in strength and elongation at increasing their volume up to 25 mm^3, and then the reduction of strength and tension strain at increasing their volume to 120 mm^3 are observed.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: imad.antypas@mail.ru, Dyachenko_aleshka@bk.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

Ключевые слова: древесные волокна, полиэстер, производство композитных материалов, натуральные волокна.

Keywords: wood fibers, polyester fiber, production of composite materials, natural fibers.

Введение. Целлюлозное волокно является доступным материалом в большинстве стран мира, оно обладает относительно низкой стоимостью, а также свойствами, напрямую зависящими от его пористости и прочности, — стойкостью к разрушению и пластическому деформированию при контактных нагрузках, антивозгораемостью, лёгкостью, теплоизоляционностью, звукопоглощаемостью и электроизоляционностью. Известно, что материалы, изготовленные на основе целлюлозного волокна, не относятся к высокопрочным и используются в тех композитных материалах, к которым таких требований не предъявляется.

Производство биокомпозитных материалов является важной составляющей комплекса мер по защите окружающей среды. Как и в случае с классификацией полимеров нефтехимического происхождения, биополимеры можно разделить на термические и пластические термического упрочнения. Первые могут быть изменены для проведения повторного нагрева, вторые — нет, так как карбонат кальция затвердевает и не может быть изменён при повторном нагреве. Термические биопластмассы были разработаны в первую очередь для упаковочной промышленности. Они не имеют классификаций, аналогичных приведенным выше, и могут использоваться в качестве связующего агента в биокомпозитных материалах. Термоупрочнённые пластмассы являются весьма подходящими для этих целей, но технология их производства требует доработки. Это связано с тем, что они частично полимеризуются и карбонат кальция затвердевает сразу после его ввода в композитный материал [1].

В научной литературе описаны эксперименты с биоматериалами, применяемыми для изготовления транспортных средств [2, 3]. Например, авторами [4, 5] использовались различные типы смол с волокнами ананаса для производства композитных материалов на основе натуральных веществ. Было установлено, что прочность на разрыв и устойчивость к изгибу в направлении наибольшего волокна связана со свойствами древесных волокон, даже при низком соотношении объемов смешивания (до 30%).

С увеличением доли волокон свойства материала могут быть улучшены, и использование таких композитных материалов всё чаще применяется при вторичном строительстве, в автомобилестроении и т. д. Существует технология производства композитных материалов на основе натуральных веществ с добавлением полиэфиров и джутовых волокон. Эти материалы предназначены для изготовления элементов транспортных средств с целью увеличения адгезии и улучшения их свойств [6, 7].

Применение пластмасс, армированных натуральными волокнами, нашло применение в элементах конструкций автомобильной промышленности (рис. 1.). При производстве пластмасс используются материалы, армированные волокнами джута для изготовления, например, внутренних панелей дверей, которые имеют хорошие технические характеристики, поскольку полученный композитный материал имеет структуру, аналогичную волокну коры дерева. Авторы [8] использовали волокна льна с полипропиленом для изготовления некоторых нижних частей автомобиля.



Рис. 1. Детали автомобилей, изготовленные с использованием волоконих натуральных армированных материалов

Fig.1. Car parts manufactured using fibers from natural reinforced materials

Композитный материал из волокон льна с полипропиленом после его переработки и рециркуляции может использоваться повторно в деталях, изготовленных методом литья под давлением. Затраты при этом значительно снижаются и полученные изделия отвечают требованиям безопасности. В дополнение к эстетическим формам, полученное вещество устойчиво к царапинам и не требует отделки и заключительных операций. Красивый дизайн и доступность различных цветовых оттенков способствуют широкому распространению данных материалов для изготовления внутренних деталей автомобиля, которые требуют элегантного вида [9].

Тем не менее, натуральные волокна не могут быть использованы в естественном виде, так как должны быть отделены от пектиновой смолы, соединяющей сердцевину стволовой древесины. Кроме того, волокна должны быть

отделены друг от друга для того, чтобы увеличить адгезию в композитных материалах. Существует несколько способов по разделению натуральных волокон, которые могут быть применены для изготовления тканей или других вещей.

Цель исследования. Целью настоящего исследования является создание новых материалов для повышения долговечности деталей машин современной сельскохозяйственной техники, уменьшения веса этих деталей и предотвращения уплотнения почвы; проектирование корпусных деталей, имеющих оригинальную геометрическую форму; определение соотношения волокон древесных опилок для производства композитного материала.

Материалы и методы. Подготовка древесных опилок осуществлялась авторами следующим образом: для отсортировки опилок использовалась вибрационная установка с набором сит с известными размерами их отверстий, которые применялись также для определения размеров древесных опилок. Были выбраны опилки различного объёма (3 варианта), которые добавлялись в смесь в определенной концентрации (Таблица 1).

Таблица 1

Table 1

Поддерживаемые размеры и соотношения в экспериментах

Maintained sizes and ratios in the experiments

Процент опилок в смеси				Объём опилок, мм^3
25%	10%	5%	2%	5
25%	10%	5%	2%	25
25%	10%	5%	2%	120

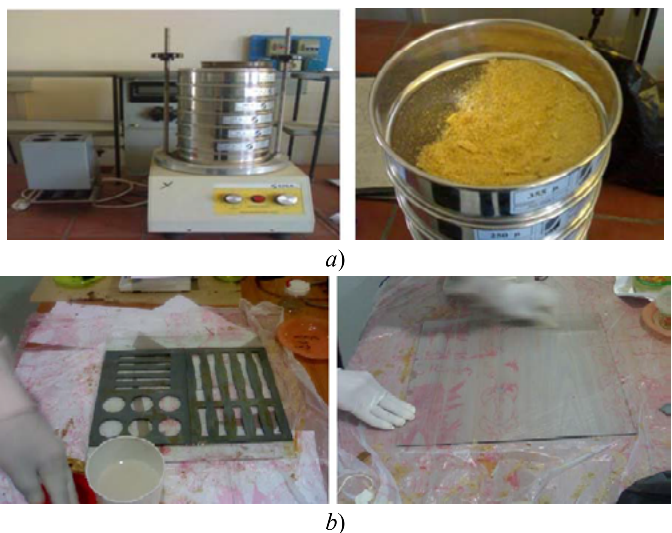
Композитные материалы (полиэфирные смолы и древесные опилки) состояли из следующих основных материалов:

1. Резина (полиэстер);
2. Упрочняющая добавка;
3. Ускоряющая добавка (кобальт);
4. Гранулированные древесные опилки.

После того, как металлические пресс-формы и другие элементы оборудования были подвергнуты полировке и обезжириванию, они были помещены под стеклянный лист для того, чтобы обеспечить чистоту эксперимента (рис. 2). После обезжиривания стекло было покрыто воскообразным веществом для того, чтобы облегчить удаление образцов из-под него и создать отсутствие адгезии на плате так, чтобы не привести к разрыву обработанных образцов.

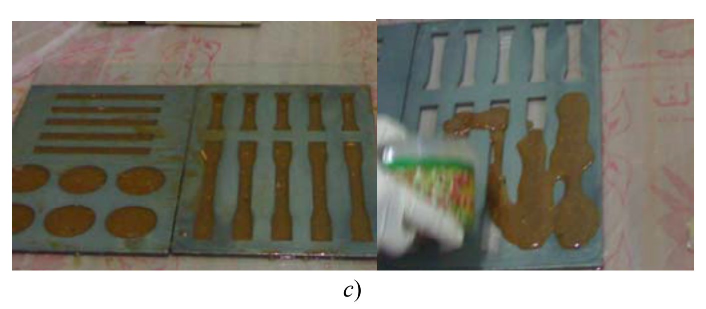
Для проведения опытов были подготовлены четыре различные смеси для каждого объёма древесных опилок при различных соотношениях их смешивания [10].

Смесь 1: 200 г смолы сложного полиэфира, 1 г кобальта и 4 г полиэфирных смол. Смесь хорошо перемешивали до получения однородной состояния, затем добавляли 2% (т. е. 4 г) опилок объёма 25 мм^3, затем снова перемешивали, выливали в форму и оставляли шаблон в течение 24 часов, пока она не примет соответствующую форму.



a)

b)



c)

Рис. 2. *a*) определение объёмов древесных опилок с помощью сита;
b) обработка металлической формы и стекла;
c) выливание смеси в пресс-форму

Fig.2. *a)* determining volumes of wood sawdust with a sieve;
b) treating metal mold and glass; *c)* pouring mixture into press mold

Смесь 2: 200 г смолы сложного полиэфира, 1 г кобальта и 4 г полиэфирных смол, 5% (10 г) опилок объёма 25 мм^3.

Смесь 3: 200 г смолы сложного полиэфира, 1 г кобальта и 4 г полиэфирных смол, 10% (20 г) опилок объёма 25 мм^3.

Смесь 4: 200 г смолы сложного полиэфира, 1 г кобальта и 4 г полиэфирных смол, 25% (50 г) древесных опилок объёма 25 мм^3.

Технологический процесс получения смесей 2–4 соответствовал процессу получения смеси 1.

Проведение опытов. Образцы подвергали трем видам нагрузок (давлению, сдвигу и изгибу) для определения влияния объёмов частиц и пропорции смешивания на прочность полученных композитных материалов.

При нагрузках на давление обработка проб и испытания проводились в соответствии с условиями *ASTM*. Испытаниям подвергался образец со следующими размерами: толщина 3,5 мм, ширина 13 мм, расстояние между зажимами 40 мм (рис. 3).

Испытания на изгиб проводили в соответствии с системой *ASTM: D* 790–95*a*. Параметры образца: длина 125 мм; диаметр шарика 8 мм; толщина 3,5 мм.

Испытания на сдвиг и срез были проведены в соответствии с требованиями *ASTM: D*732–93. Диаметры исследуемых образцов составляли 50 мм, диаметр головки 11 мм, степень нагрева 23 C°, скорость 1,25 мм/мин, толщина образца 3,5 мм. На рис. 3, *c* продемонстрировано, каким образом приложена нагрузка, а на рис. 3, *d* показаны протестированные образцы [11–13].

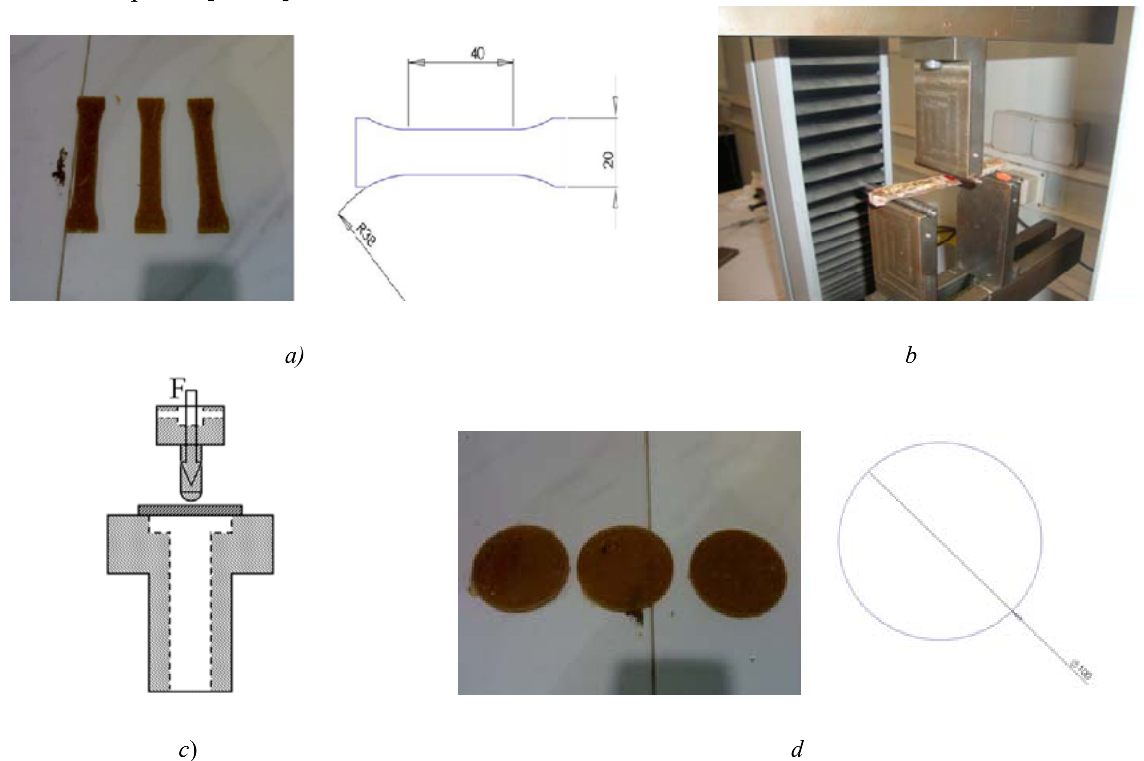


Рис. 3. *a*) образцы датчиков давления, используемых в экспериментах;
b) экспериментальная установка, испытывающая образцы на изгиб; *c*) приложение нагрузки; *d*) образцы полученных срезов

Fig. 3. *a)* samples of pressure sensors used in experiments;
b) pilot unit for bending tests; *c)* load application; *d)* samples of obtained slices

Результаты и обсуждение:

1. Испытания образцов на давление:

График зависимости давления от объёмов древесных опилок при различных соотношениях смешивания изображен на рис. 4. Прочность материала при возрастании давления увеличивалась с ростом доли смешивания. Полученные кривые можно разделить на две зоны:

Зона I: Сопротивление композитного материала возрастает с увеличением объёма опилок, увеличивается взаимосвязь волокон и снижается возможность образования начальных трещин, которые возникают при нажатии.

Зона II: В результате увеличения объема опилок образуются бесконтактные точки, что, в свою очередь, приводит к ускорению разрушения материала под давлением.

По результатам испытаний образцов на давление оптимальным оказался объём опилок, равный 20 мм^3, при доле наполнителя в смеси 25%, что иллюстрирует рис. 4, *a*. График зависимости напряжений от объёма древесных опилок при различных соотношениях смесей изображен на рис. 4. При этом в зоне I деформация материала увеличивается с увеличением размеров древесных опилок, в этой же зоне увеличивается его упругость. В зоне II при увеличении объёма древесных опилок формируются бесконтактные точки, вызывающие потерю упругости под давлением (рис. 4, *b*).

Следует обратить внимание на увеличение отклика материала на нагрузки с ростом доли смешивания при объёме древесных опилок, равном 20 мм^3, что даёт самую высокую величину деформации в случае давления.

2. Испытания образцов на сдвиг:

Результаты испытаний, приведённые на рис. 4, показывают четкое рассогласование с результатами опытов на давление. Появляются три зоны точек разрушения в случае, когда объём опилок составляет 20 мм^3.

Зона I: сопротивление материала уменьшается с увеличением объёма и соотношения древесных опилок в смеси. Когда же их объём мал, это приводит к облегчению проникновения в материал.

Зона II: сопротивляемость проникновению увеличивается в результате увеличения объёма опилок.

Зона III: сопротивление сдвигу увеличивается с увеличением объёма древесных опилок (рис. 4, *c*).

Во всех экспериментах отмечается незначительность роли добавления опилок при маленьких пропорциях смешивания.

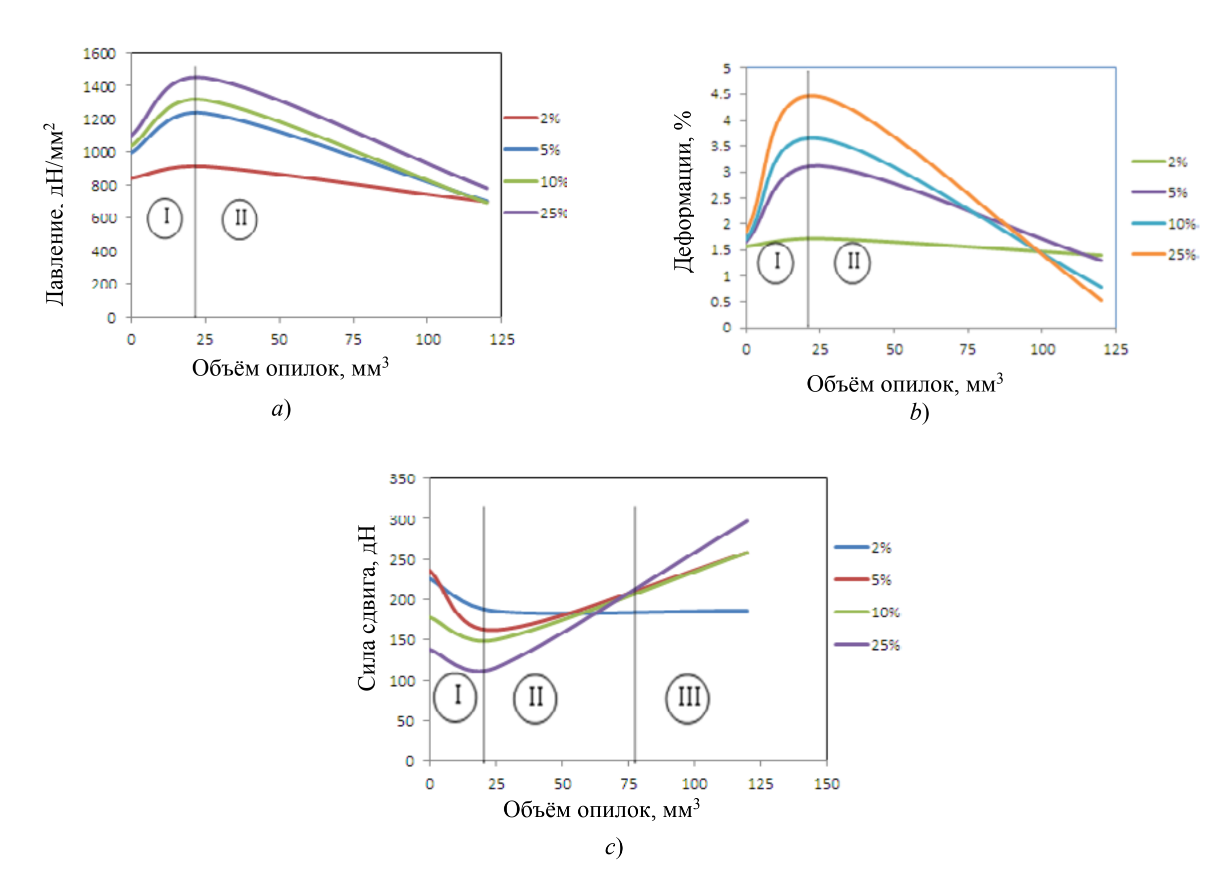


Рис. 4. Соотношение между размером опилок и:
a) величиной напряжения от давления; *b*) величиной деформации; *c*) силой сдвига при различных соотношениях смешивания
Fig. 4. Relationship between sawdust size and:
a) pressure stress value; b) strain magnitude;c) shear force at various mixing ratios

На рис. 5 отмечены три зоны:

Зона I: отмечена негативная роль увеличения доли древесных опилок в отношении относительного удлинения. Это увеличение приводит к снижению относительного удлинения, которое происходит из-за небольшого объёма древесных опилок и образования пустот, способствующих проникновению в материал.

Зона II: увеличение объёма опилок придаёт упругость материалу и приводит к увеличению удлинения.

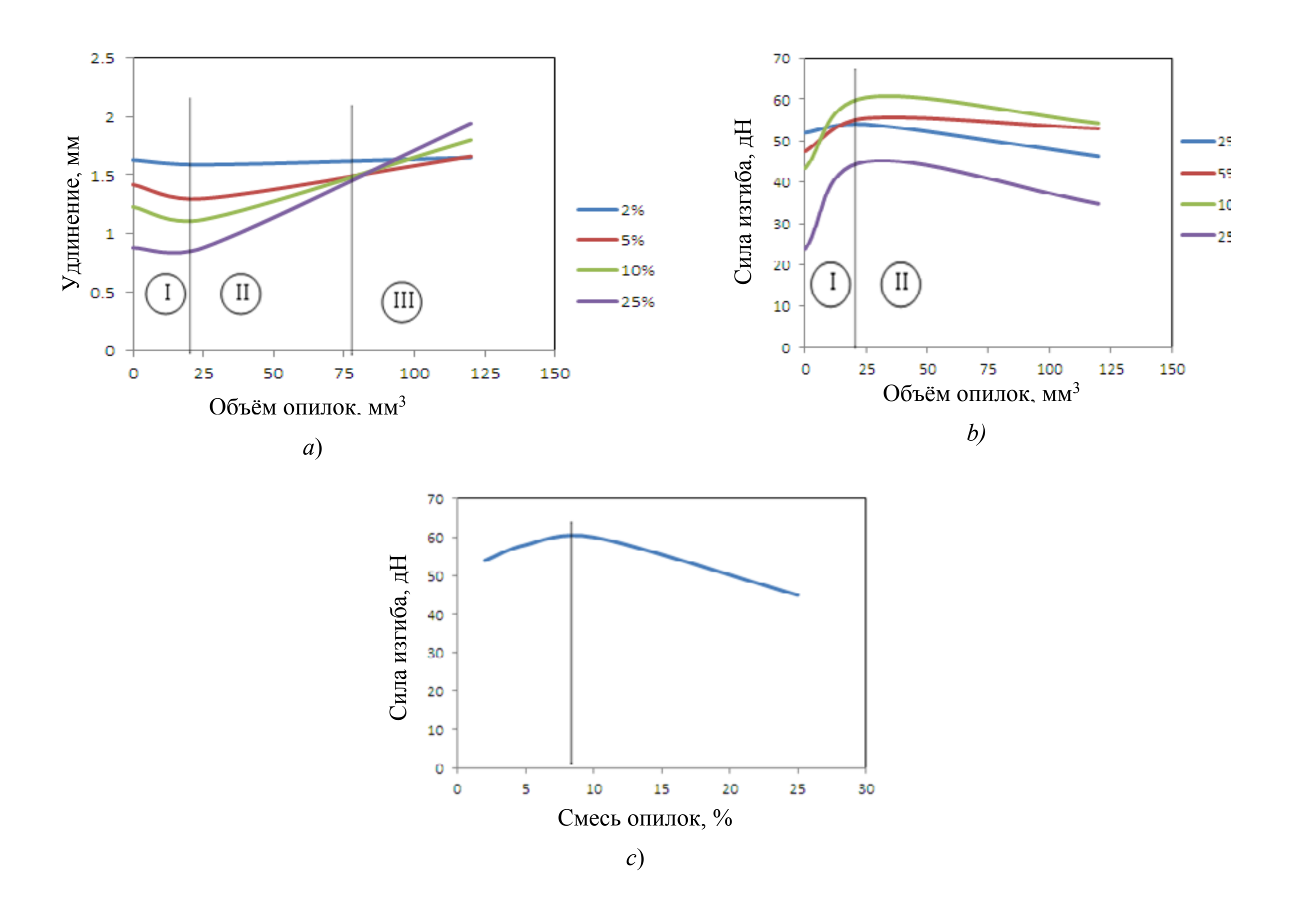


Рис. 5. Соотношение между объёмом опилок и: *а*) величиной удлинения;
b) силой изгиба при различных коэффициентах смешивания; *с*) силой изгиба при объёме опилок 20 мм^3

Fig. 5. Relationship between sawdust volume and: a) elongation value;
b) bending force at various mixing coefficients; c) bending force at sawdust volume of 20 mm^3

На рис. 5 изображены кривые, которые иллюстрируют зависимость между величиной удлинения, силой изгиба и объёмом древесных опилок. При низком проценте смешивания (2% и 5%) влияние объёма опилок более существенно, чем при объёме 20 мм^3, при котором происходит увеличение упругости материала.

Зона III: добавление большей доли древесных опилок приводит к повышению упругости материала при увеличении объёма и пропорции смешивания древесных опилок. Не отмечено влияние объёма древесных опилок при низких соотношениях их смешивания с полиэфирными смолами (рис. 5, *а*).

3. Испытания образцов на изгиб:

На рис. 5, *b* продемонстрированы нагрузки, которые приводят к разрушению материала при изгибе в зависимости от соотношения смешивания компонентов материала с добавками из древесных опилок. При исследовании материала на изгиб наиболее важным фактором является соотношение смешивания, при котором происходит вначале его увеличение, а затем уменьшение. Авторами была получена кривая зависимости силы изгиба от процента древесного наполнителя в смеси. При этом объём опилок составлял 20 мм^3, что соответствовало максимальному значению силы сопротивления к разрушению (рис. 5, *с*). Сила изгиба достигла своего максимума при 9% смешивании.

Выводы. Использование композитных экологически чистых материалов в настоящее время весьма ограничено, особенно в области сельскохозяйственной техники. Однако исследования показали, что использование волокон древесных опилок в качестве связующего наполнителя очень перспективно. Проведенные эксперименты помогли выяснить, что при нагрузке под давлением напряжения в материале увеличиваются, когда размер древесных опилок ра-

вен 20 мм^3, а их доля в смеси составляет 25%. При этом упругость материала понижается. При приложении поперечной нагрузки величина силы минимальна при тех же условиях. В этом случае упругость материала также понижается. Когда на материал действует изгибная нагрузка, наибольшее сопротивление достигается при доле опилок в смеси, равном 9%, размере опилок 20 мм^3. Упругость в значительной степени зависит от темпов смешивания и объёма древесных опилок. При низком процентном соотношении смешивания (2% и 5%), влияние, оказываемое добавлением опилок, начинает сказываться при объемах опилок, больших 20 мм^3. При больших соотношениях смешивания, упругость уменьшается с увеличением объёма древесных опилок. Таким образом, авторами сделан вывод о том, что объём древесных опилок, равный 20 мм^3, является оптимальным для получения композиционного материала с заданными свойствами.

Библиографический список

1. Hermann, A. P. Construction materials based upon biologically renewable resource — from components to finished parts / A. P. Hermann, G. Nickel, R. Riedel // Polymer Degradation and Stability — 1998 — no. 59 — P. 251–261.

2. Nickel J. Activities in biocomposites / J.Nickel ,U.Riedel // Materials Today — 2003 — vol. 6, no. 4 — P. 44–48.

3. Netravali A. N. Composites get greener /A. N. Netravali, S. Chabba // Materials Today — 2003 — vol. 66, no. 4 — P. 537–545.

4- Richardson M. Nonwoven hemp reinforced composites / M. Richardson, Z. Zhang //Reinforced Plastics — 2001 — Vol. 45, no. 4 — P. 40–44.

5. Marsh G. Next step for automotive materials / G. Marsh // Materials Today — 2003 — vol. 6, no. 4 — P.36–43.

6- Luo S. Green composites made from pineapple fibers and poly (hydroxybutyrate-co-valerate) resin / S. Luo, A.N. Netravali // Proc. of ICCE-5 (Fifth International Conference On Composites Engineering), Las Vegas, USA. — 1998 — P. 661–667.

7. Luo, S. Mechanical and thermal properties of environment friendly green composites made from pineapple leaf fibers and poly (hydroxybutyrate-co-valerate) resin / S. Luo, A.N. Netravali // Polymer Composites — 1999 — no. 20 — P. 367–378.

8. Thames S. F. Effect of preparation and processing on mechanical properties and water absorption of soy protein-based biocomposites /S.F. Thames, L. Zhou // Proc. Of ICCE-5 (Fifth International Conference On Composites Engineering), Las Vegas, USA. — 1998 — P. 887–897.

9. Thames S. F. Combining soybean protein with other renewable agrochemicals to produce environmentally friendly, formaldehyde-free wood adhesives / S. F. Thames, Richard Cook, L.A. Edgar Jr, S. deBlasio // Proc. of ICCE-6 (Sixth International Conference On Composites Engineering), Florida, USA — 1999 — P. 135–146.

10. Kharmanda G. Reliability-Based Design Optimization Strategy for Soil Tillage Equipment Considering Soil Parameter Uncertainty / G. Kharmanda, I. Antypas // Vestnik of DSTU — 2016 T. 16. No. 2 (85). P. 136–147.

11. Антибас, И. Р. Влияние параметров плодов на их повреждения при транспортировке / И. Р. Антибас, С. А. Партко // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : сб. статей 9-й междунар. науч.-практ. конф. — Ростов-на-Дону, 2016. — С. 79–82.

12. Антибас, И. Р. Влияние формы гофрированного картона на амортизирующие свойства упаковки / И. Р. Антибас, С. А. Партко, А. Н. Сиротенко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2016. — Т. 16, № 1 (84). — С. 36–42.

13. Антибас, И. Р. Влияние формы гофрированного картона на амортизирующие свойства упаковки / И. Р. Антибас, А. Н. Сиротенко // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : сб. материалов 7-й междунар. науч.-практ. конф. — Ростов-на-Дону, 2014. — С. 200–202.

References

1. Hermann, A. P., Nickel, G., Riedel, R. Construction materials based upon biologically renewable resource – from components to finished parts. Polymer Degradation and Stability, 1998, no. 59, pp. 251-262.

2. Nickel, J., Riedel, U. Activities in biocomposites. Materials Today, 2003, vol. 6, no. 4, pp. 44-48.

3. Netravali, A. N., Chabba, S. Composites get greener. Materials Today, 2003, vol. 66, no. 4, pp. 537-545.

4. Richardson, M., Zhang, Z. Nonwoven hemp reinforced composites. Reinforced Plastics, 2001, vol. 45, no. 4, pp. 40-44.

5. Marsh, G. Next step for automotive materials. Materials Today, 2003, vol. 6, no. 4, pp. 36-43.

6. Luo, S., Netravali, A.N. Green composites made from pineapple fibers and poly (hydroxybutyrate-co-valerate) resin. Proc. of ICCE-5 (Fifth International Conference On Composites Engineering), Las Vegas, USA, 1998, pp. 661-667.

7. Luo, S., Netravali, A.N. Mechanical and thermal properties of environment friendly green composites made from pineapple leaf fibers and poly (hydroxybutyrate-co-valerate) resin. Polymer Composites, 1999, no. 20, pp. 367-378.

8. Thames, S. F., Zhou, L. Effect of preparation and processing on mechanical properties and water absorption of soy protein-based biocomposites. Proc. of ICCE-5 (Fifth International Conference On Composites Engineering), Las Vegas, USA, 1998, pp. 887-897.

9. Thames, S. F., Cook, R., Edgar, L.A, Jr., de Blasio, S. Combining soybean protein with other renewable agrochemicals to produce environmentally friendly, formaldehyde-free wood adhesives. Proc. of ICCE-6 (Sixth International Conference On Composites Engineering), Florida, USA, 1999, pp. 135-146.

10. Kharmanda, G., Antypas, I. Reliability-Based Design Optimization Strategy for Soil Tillage Equipment Considering Soil Parameter Uncertainty. Vestnik of DSTU, 2016, vol. 16, no. 2 (85), pp. 136-147.

11. Antypas, I.R., Partko, S.A. Vliyanie parametrov plodov na ikh povrezhdeniya pri transportirovke. [Effect of fruit parameters on their damage in transit.] Sostoyanie i perspektivy razvitiya sel'skokhozyaystvennogo mashinostroeniya: sb. statey 9-y mezhdunar. nauch.-prakt. konf. [State and prospects of agricultural machinery development: Proc. 9th Int. Sci.-Pract. Conf.] Rostov-on-Don, 2016, pp. 79–82 (in Russian).

12. Antypas, I.R., Partko, S.A., Sirotenko, A.N. Vliyanie formy gofrirovannogo kartona na amortiziruyushchie svoystva upakovki. [Effect of corrugated cardboard shape on the packing damping properties.] Vestnik of DSTU, 2016, vol. 16, no. 1 (84), pp. 36–42 (in Russian).

13. Antypas, I.R., Sirotenko, A.N. Vliyanie formy gofrirovannogo kartona na amortiziruyushchie svoystva upakovki. [Effect of corrugated cardboard shape on the packing damping properties.] Sostoyanie i perspektivy razvitiya sel'skokhozyaystvennogo mashinostroeniya: sb. statey 7-y mezhdunar. nauch.-prakt. konf. [State and prospects of agricultural machinery development: Proc. 7th Int. Sci.-Pract. Conf.] Rostov-on-Don, 2014, pp. 200–202 (in Russian).

Поступила в редакцию 17.10.2016
Сдана в редакцию 25.10.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 17.10.2016
Submitted 25.10.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторах:

Антибас Имад Ризакалла, доцент кафедры «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: http://orcid.org/ 0000-0002-8141-9529, imad.antypas@mail.ru

Дьяченко Алексей Геннадьевич, доцент кафедры «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1) ,кандидат технических наук, ORCID: http://orcid.org/ 0000-0001-9934-4193, Dyachenko_aleshka@bk.ru

Authors:

Antypas, Imad Rizakalla, associate professor of the Machine Design Principles Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Cand. Sci. (Eng.), ORCID: http://orcid.org/ 0000-0002-8141-9529, imad.antypas@mail.ru

Dyachenko, Alexey G., associate professor of the Machine Design Principles Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Cand. Sci. (Eng.), ORCID: http://orcid.org/ 0000-0001-9934-4193, Dyachenko_aleshka@bk.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 681.51:621.95.01 10.23947/1992-5980-2017-17-1-75-84

Об одном частном случае синтеза системы управления процессом обработки металлов точением*

В. П. Лапшин[1], Т. С. Бабенко[2], В. В. Христофорова[3]**
[1,2,3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

On a special case of synthesis of metal turning process control system ***

V. P. Lapshin[1], T. S. Babenko[2], V. V. Khristoforova[3]**
[1,2,3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Одним из широко распространенных методов точной обработки металлов точением, при условии достаточно сложной формы обрабатываемой заготовки, является метод многократных повторов точения. Сутью этого метода является срезание очень тонкого слоя обрабатываемого материала. При этом, за счет последующих проходов режущего инструмента вдоль изделия, достигается требуемая глубина обработки. Существенным недостатком такого способа точения деталей сложной формы является низкая эффективность, обусловленная большим временем обработки.
Материалы и методы. Повышение эффективности возможно за счет внедрения новых современных методов управления процессами обработки. В качестве таких методов могут быть использованы современные подходы к анализу и синтезу систем управления сложными технологическими процессами, основанные на раскрытии синергетической концепции управления. Особенностью этого подхода является выявление и учет внутренних обратных связей, стабилизирующих процесс обработки. На основании проведенного анализа синтезируется управление, которое представляет собой новые нелинейные отрицательные обратные связи, задачей которых является обеспечение требуемого уровня качества и эффективности технологического процесса при условии асимптотической устойчивости требуемых аттракторов.
Результаты исследования. Для моделирования системы и учета влияния параметров двигателей, разработана принципиально новая математическая модель, учитывающая нелинейные процессы изменения сил. Проведен анализ динамики системы управления обработкой металлов точением с оценкой качества технологического процесса. В работе применен синергетический подход для построения оптимальной системы управления технологическим процессом с учетом взаимосвязанности приводов, обеспечивающих вращение заготовки и подачу. Проведен анализ динамики синтезированной системы со сравнительной оценкой прироста качества.
Обсуждения и заключения. Синтезированный синергетический закон управления существенно изменил свойства системы управления технологическим процессом обработки металлов точением. Сравнительный анализ полученных зависимо-

Introduction. One of the widely accepted methods of the precision metal turning provided a fairly complex shape of the workpiece is the method of multiple repetitions of turning. The principle of this method is cutting an extra thin layer of the work material. At that, the required operating depth is obtained through the successive passes of the cutting tool along the workpiece. An essential fault of this method of complex parts processing is low efficiency due to the long processing time.
Materials and Methods. The improvement of efficiency is possible through the introduction of new modern methods of the treatment process control. Modern approaches to the analysis and synthesis of the control systems of complex operating procedures based on the development of the synergetic concept of management could be used as such methods. A special feature of this approach is the identification and control of the inherent feedbacks stabilizing the treatment process. On the basis of the analysis conducted, the control that is a new nonlinear degenerative feedback is synthesized. Its task is to assure adequate quality and efficiency of the processing under the asymptotic stability of the required attractors.
Research Results. A fundamentally new mathematical model considering non-linear processes of the force changes is developed to simulate the system and allowance for the effect of the engine parameters. The analysis of the dynamics of the metal turning control system with the evaluation of the process quality is carried out. A synergistic approach to the construction of the optimal production control system considering the interconnectivity of the actuators providing the workpiece rotation and supply is used. The analysis of the synthesized system dynamics with the comparative evaluation of the quality growth is conducted.
Discussion and Conclusions. The synthesized synergetic control law changes fundamentally the properties of the metal turning control system. A comparative analysis of the obtained dependences allows observing a substantial increase in the processing

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: i090206.lapshin@yandex.ru, Tanya-babenko_2017@mail.ru, Nikaapp@rambler.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

стей позволил констатировать существенное повышение точности обработки. При этом синтезированное управление системой асимптотически приближает отклонение припуска к значению, которое задавалось как одна из констант по каналу управления скоростью подачи.

accuracy. At that, a synthesized system control asymptotically approaches the deviation of the allowance to the value specified as one of the constants on the control channel of the feed velocity.

Ключевые слова: процесс резания, система управления, синергетический синтез, подача, жесткость заготовки.

Keywords: cutting process, control system, synergetic synthesis, feed, workpiece stiffness.

Введение. При решении задач синтеза систем управления процессами обработки материалов в машиностроении часто возникают особые задачи, требующие новых подходов к формированию управляющих воздействий. Одним из таких случаев является вариант обработки маложесткой детали точением. Особенностью такого рода обработки является переменная вдоль линии подачи жесткость изделия, которая может привести к переменному, изменяющемуся вместе с жесткостью, качеству поверхности получаемого изделия. Для нивелирования такого качества в современных станочных системах применяются многократные проходы инструмента при точении. Предлагаемый подход позволит повысить производительность крупносерийного производства.

Анализ динамики нелинейных процессов, протекающих в системе, включающей в себя заготовку и обрабатывающий инструмент, проведен авторами несколько ранее и не включен в представляемую статью. Ознакомиться с этим анализом можно в опубликованной ранее работе [1]. Отметим, что анализ протекающих, как в зоне резания, так во всей системе процессов, производился на основе методов и форм нелинейного анализа процессов обработки металлов, применяемых в научной школе профессора В. Л. Заковоротного [3–6].

После проведенного анализа стала актуальной задача синтеза системы управления со сложным, нелинейным характером процессов, проходящих в зоне резанья. Одним из современных подходов к синтезу подобных систем управления является метод синергетического синтеза или аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР), предложенный А. А. Колесниковым [7, 8]. Надо отметить, что синтез систем управления процессами обработки деталей на металлорежущих станках осуществлялся и ранее. В работах [9,10] описано решение подобных задач, но в такой постановке они не рассматривались. Вместе с тем, решение данной частной задачи можно обобщить и применить в других случаях синтеза законов управления.

Синтез системы управления процессом обработки.

Рассмотрим процесс точения для случая, когда по мере увеличения подачи будет увеличиваться жесткость заготовки, учитываемая в силовой реакции со стороны процесса резания (рис. 1).

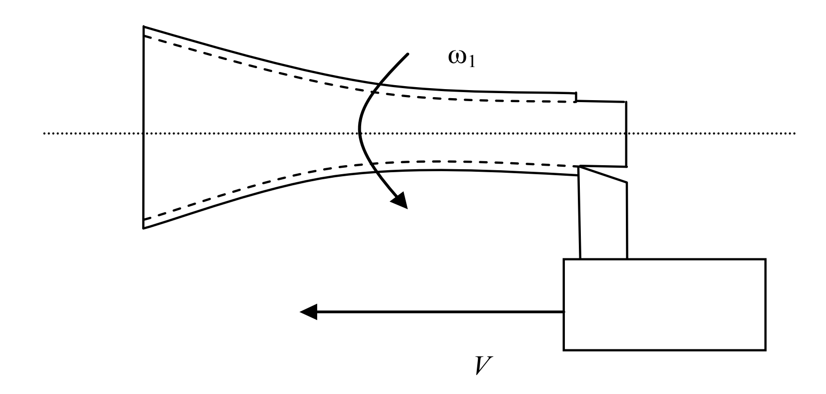


Рис.1. Схема процесса обработки

Fig.1. Treatment process chart

На рис. 1 ω_1 — угловая скорость вращения обрабатываемой детали, обеспечиваемая приводом вращения. Скорость подачи V связана с угловой скоростью вращения ротора двигателя подачи ω_2 некоторым суммарным коэффициентом передачи редуктора и винтовой пары станка.

Для дальнейших рассуждений используем полученное ранее выражение, описывающее формирование силовых реакций со стороны процесса, которое в [1] представлено как:

$$F(\omega_1,\omega_2)=\frac{[350+150(1-e^{-0.1K_r\int_0^t\omega_2dt})]K_r\omega_2}{[1.6+0.25(1-e^{-0.1K_r\int_0^t\omega_2dt})]\omega_1}\,, \tag{1}$$

где K_r — коэффициент передачи редуктора и винтовой пары станка, ω_1 — угловая скорость вращения обрабатываемой заготовки.

Исходя из вышеизложенного, общая модель, отражающая связанную динамику системы управления, примет следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{U_1}{Ce^{(1)}}&=T_{эм}{}^{(1)}T_э{}^{(1)}\frac{d^2\omega_1}{dt^2}+T_{эм}{}^{(1)}\frac{d\omega_1}{dt}+\omega_1+T_{KL}{}^{(1)}\frac{dF(\omega_1,\omega_2)}{dt}+T_{KR}{}^{(1)}F(\omega_1,\omega_2)\\ \frac{U_2}{Ce^{(2)}}&=T_{эм}{}^{(2)}T_э{}^{(2)}\frac{d^2\omega_1}{dt^2}+T_{эм}{}^{(2)}\frac{d\omega_2}{dt}+\omega_2+T_{KL}{}^{(2)}\frac{dF(\omega_1,\omega_2)}{dt}+T_{KR}{}^{(2)}F(\omega_1,\omega_2)\end{aligned} \tag{2}$$

где $T_э{}^{(1)}=\dfrac{L_1}{R_1}$ — электрическая постоянная двигателя обеспечивающего вращение заготовки; $T_э{}^{(2)}=\dfrac{L_2}{R_2}$ — электрическая постоянная двигателя обеспечивающего подачу; $T_{эм}{}^{(1)}=\dfrac{R_1J_1}{c_m{}^{(1)}c_e{}^{(1)}}$ — электромеханическая постоянная двигателя обеспечивающего вращение фрезы; $T_{эм}{}^{(2)}=\dfrac{R_2J_2}{c_m{}^{(2)}c_e{}^{(2)}}$ — электромеханическая постоянная двигателя, обеспечивающего подачу; $T_{KL}{}^{(1)}=\dfrac{K_1L_1}{c_m{}^{(1)}c_e{}^{(1)}}$ — постоянная двигателя, обеспечивающего вращение детали, связывающая частоту вращения двигателя со скоростью изменения силовой реакции в зоне резанья; $T_{KL}{}^{(2)}=\dfrac{K_2L_2}{c_m{}^{(2)}c_e{}^{(2)}}$ — постоянная двигателя, обеспечивающего подачу, связывающая частоту вращения ротора со скоростью изменения силовой реакции в зоне резанья; $T_{KR}{}^{(2)}=\dfrac{K_2R_2}{c_m{}^{(2)}c_e{}^{(2)}}$ — временная постоянная двигателя, обеспечивающая связь частоты вращения двигателя подачи с силовой реакцией в зоне резанья (в нашем случае K_2=K_r); $T_{KR}{}^{(1)}=\dfrac{K_1R_1}{c_m{}^{(1)}c_e{}^{(1)}}$ — временная постоянная двигателя, обеспечивающая связь частоты вращения двигателя вращения детали с силовой реакцией в зоне резанья.

Результаты эксперимента с учетом параметров, определенных ранее, представлены в виде временных зависимостей на рис. 2.

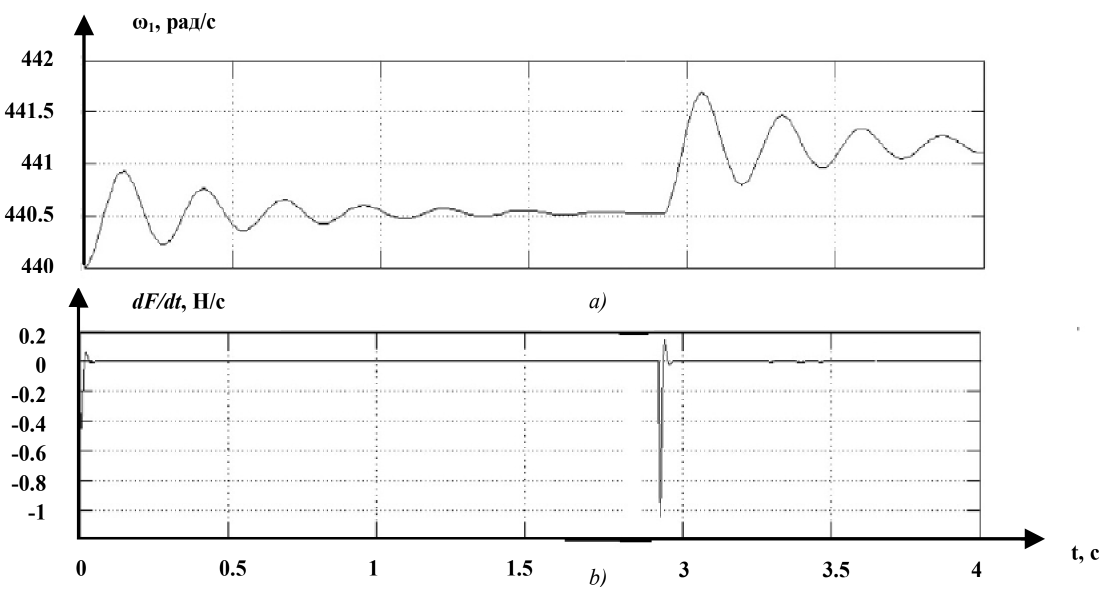


Рис.2. Результаты моделирования: *a)* скорость вращения шпинделя, *b)* производная от сил реакции

Fig. 2 Simulation results: a) spindle speed, b) reaction force derivative

Приведенные на рис. 2 временные характеристики являются: временной зависимостью скорости вращения детали (a) и характеристикой, отражающей изменение производной от сил реакции во времени (b). Как видно из приведенных на рис. 1 зависимостей, при достижении времени эксперимента близкого к 3-м секундам, блок для остановки процесса точения на величине подачи в 50 мм, срабатывает и отключает подачу. Сама силовая реакция на резанье, при условии принятых параметров системы резанья, достаточно невелика. Это обусловлено большими значениями скорости вращения и малыми значениями подачи. Так как изменения скорости вращения детали невелики, а скорость подачи слабо зависит от силы резанья, то и производная от силы реакции почти всегда равна нулю.

Для проверки верности принятой модели рассмотрим изменение жесткости заготовки (рис. 3).

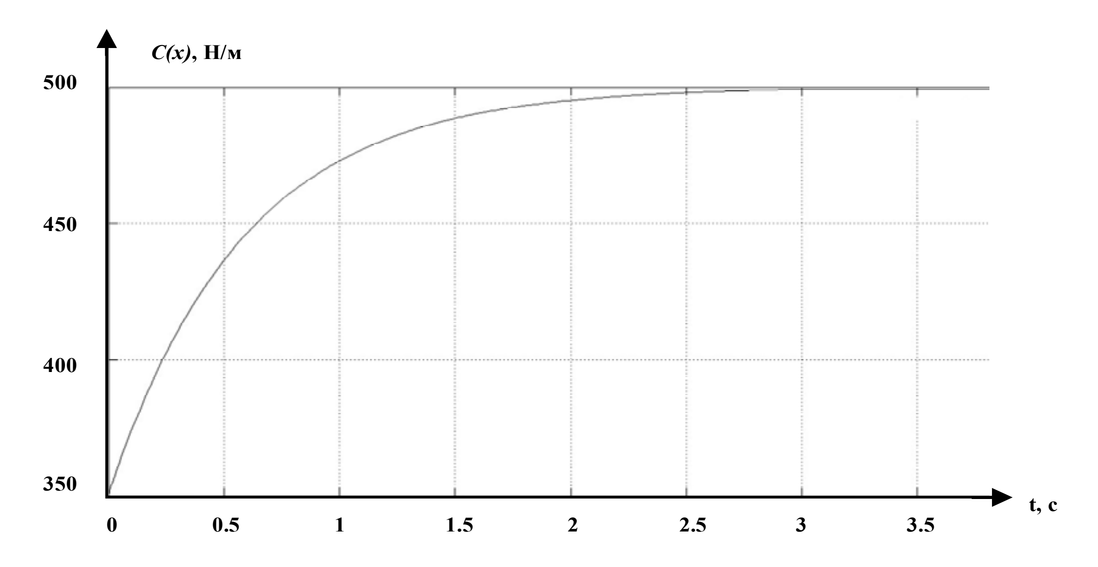


Рис.3. Изменение жесткости заготовки во времени

Fig.3. Variation of workpiece stiffness in time

Как видно из рис. 2, результаты моделирования в Matlab Simulink полностью повторяют наши предположения. Как уже говорилось ранее, изменение жесткости заготовки вдоль подачи приведет к неравномерному припуску обработки детали. Для оценки этой неравномерности выведем отношение силовой реакции к жесткости заготовки на отдельный рисунок (рис. 4).

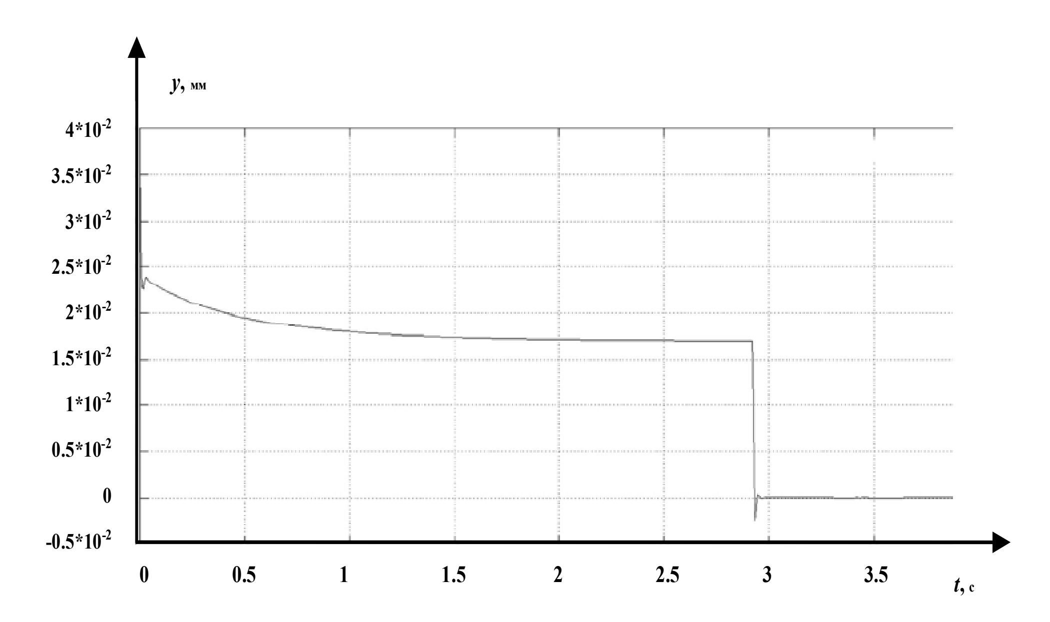


Рис.4. Изменения припуска по направлению движения подачи

Fig.4. Changes of allowance in the direction of feed movement

Как видно из рис. 4, величина *y* изменяется по мере подачи от значения в $2{,}6 \cdot 10^{-5}$ до $1{,}7 \cdot 10^{-5}$. Для некоторых деталей такая точность, вернее ее отсутствие, допустима. Поэтому задача обеспечения равномерного отклонения в вертикальном направлении детали по мере подачи является актуальной как с научной, так и практической точки зрения.

Перед тем, как приступить к синтезу системы управления оговорим задачи такого синтеза. Для обеспечения равномерного припуска при обработке детали нужно таким образом организовать изменение координат состояния процесса резанья (ω_1, ω_2), чтобы силовая реакция (2), возникающая в зоне резанья, изменялась вместе с изменением жесткости заготовки вдоль подачи. Так как изменения жесткости заготовки не являются функцией от координат состояния привода, обеспечивающего вращение детали, то справедливо было бы разделить движение, синтезировав управление только для привода, обеспечивающего подачу. Однако, полученные в предыдущем подразделе исследования, говорят о существенном влиянии изменений силовой реакции на скорость вращения фрезы. Действительно, моделирование, проведенное ранее (рис. 2), показало, что даже незначительные изменения силовой реакции, приводят к высокой колебательной реакции со стороны привода, обеспечивающего резанье, а целью управления будет как раз изменение этой реакции. С точки зрения последовательности событий, происходящих при резанье, будет выполняться следующая последовательность — изменения скорости подачи изменят силовую реакцию в зоне резанья, а эти изменения приведут к изменениям скорости вращения, которые в свою очередь приведут к новым изменениям силовой реакции и т.д. Приведенные рассуждения позволяют сделать вывод, что разделить движения в системе нельзя и, как следствие, нельзя синтезировать управление только для привода, обеспечивающего подачу. Для решения проблемы, озвученной выше, можно синтезировать управление для привода, обеспечивающего подачу и привода, обеспечивающего резанье одновременно. Задачи, решаемые ими при этом, могут быть различны. Привод, обеспечивающий вращение, должен решать задачу стабилизации скорости, а привод подачи будет, при условии стабильности скорости вращения, обеспечивать требуемые для равномерности обработки заготовки изменения силы резанья.

Для дальнейшего синтеза системы управления методом АКАР преобразуем исходную систему уравнений (см. систему (2)) в нормальную форму, для этого проведем следующие замены:

$$\begin{aligned} x_1 &= \omega_1 \\ x_2 &= d\omega_1 / dt \\ x_3 &= \omega_2 \\ x_4 &= d\omega_2 / dt \end{aligned} \qquad (3)$$

Учитывая систему (3), преобразуем (2) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \frac{1}{T_{эм}{}^{(1)} T_э{}^{(1)}} [\frac{U_1}{Ce^{(1)}} - T_{эм}{}^{(1)} x_2 - x_1 - T_{KL}{}^{(1)} \frac{dF(x_1, x_3)}{dt} - T_{KR}{}^{(1)} F(x_1, x_3)] \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_4 \\ \frac{dx_4}{dt} &= \frac{1}{T_{эм}{}^{(2)} T_э{}^{(2)}} [\frac{U_2}{Ce^{(2)}} - T_{эм}{}^{(2)} x_4 - x_3 - T_{KL}{}^{(2)} \frac{dF(x_1, x_3)}{dt} - T_{KR}{}^{(2)} F(x_1, x_3)] \end{aligned} \qquad (4)$$

Отметим, что при верной записи дифференциальных уравнений в нормальной форме, в правой части системы не должны присутствовать производные по времени. На это нарушение пошли сознательно, так как подстановка раскрытых зависимостей $\frac{dF(x_1, x_3)}{dt}$ и $F(x_1, x_3)$ привела бы к чрезвычайному усложнению выражения (4). Поэтому представим $F(x_1, x_3)$ в виде следующего выражения:

$$F(x_1, x_3) = \frac{[350 + 150(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})]K_p x_3}{[1.6 + 0.25(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})]x_1} \qquad (5)$$

а $\frac{dF(x_1, x_3)}{dt}$ как:

$$\frac{dF(x_1,x_3)}{dt}=\frac{15(K_rx_3)^2e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt}}{[1.6+0.25(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})]x_1}-\frac{[8.75+3.75(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})](K_rx_3)^2e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt}}{[1.6+0.25(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})]x_1}+$$
$$+\frac{K_rx_4[350+150(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})]}{[1.6+0.25(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})]x_1}-\frac{K_rx_3x_2[350+150(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})]}{[1.6+0.25(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})](x_1)^2} \quad (6)$$

Таким образом, математическая модель системы в координатах состояния x_1,x_2,x_3,x_4 будет представлена системой (4) с учетом (5) и (6).

Для синтеза управления методом АКАР введем Агрегированные макропеременные, которые выберем из соображений, связанных с желаемыми режимами движения нашей системы, то есть с обеспечением стабилизации скорости вращения фрезы и равномерности обработки заготовки. Макропеременные обозначаются как $\psi(x_1,x_2,...,x_n)$, а в терминах синергетики — это «задаваемые параметры порядка, путем оптимизации которых можно добиваться желаемого поведения динамических систем» [6–10]. В качестве агрегированных макропеременных, обеспечивающих асимптотическое притягивание скорости вращения заготовки к требуемому (стабилизированному) значению, введем макропеременные ψ_1, ψ_2, которые будут находиться как:

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= x_1-x_{01}\\ \Psi_2 &= x_2-\varphi_2(x_1)\end{aligned}, \quad (7)$$

где x_{01} — требуемое (стабилизированное) значение скорости вращения фрезы.

Агрегированные макропеременные ψ_3, ψ_4 введем как:

$$\begin{aligned}\Psi_3 &= F(x_{01},x_3)/c(x_3)-y_0\\ \Psi_4 &= x_4-\varphi_4(x_3)\end{aligned} \quad (8)$$

где y_0 — допустимое значение отклонения припуска при обработке заготовки фрезерованием. Макропеременную ψ_3, преобразовав отношение $F(x_{01},x_3)/c(x_3)$, можно переписать так:

$$\Psi_3=\frac{K_px_3}{[1.6+0.25(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})]x_{01}}-y_0 \quad (9)$$

Синтез системы управления позволит обеспечить асимптотическое притяжение движений системы к желаемым инвариантным многообразиям. То есть будет справедливо, что введенные макропеременные будут стремиться к нулю, или, другими словами, $x_1\to x_{01}$, $x_2\to\varphi_2(x_1)$, $\frac{K_px_3}{[1.6+0.25(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})]x_{01}}\to y_0$, $x_4\to\varphi_4(x_3)$. Для обеспечения асимптотического притяжения движений системы к желаемым инвариантным многообразиям, примем следующий закон изменения введенных макропеременных:

$$\begin{aligned}T_1\frac{d\Psi_1}{dt}+\Psi_1&=0\\ T_2\frac{d\Psi_2}{dt}+\Psi_2&=0\\ T_3\frac{d\Psi_3}{dt}+\Psi_3&=0\\ T_4\frac{d\Psi_4}{dt}+\Psi_4&=0\end{aligned}, \quad (10)$$

где T_1, T_2, T_3, T_4 — постоянные времени, обеспечивающие требуемую скорость притяжения движений системы к желаемым инвариантным многообразиям.

После подстановки в первые два выражения системы (10) выражений (9), получим:

$$\begin{aligned}&T_1\frac{dx_1}{dt}+x_1-x_{01}=0\\ &T_2[\frac{dx_2}{dt}-\frac{d\varphi_2(x_1)}{dt}]+x_2-\varphi_2(x_1)=0\end{aligned} \quad (11)$$

В первом уравнении в (11) произведем замену, используя первое выражение системы (4). После этого полу-

чим $T_1 x_2 + x_1 - x_{01} = 0$, а учитывая то, что $x_2 \to \varphi_2(x_1)$ запишем:

$$T_1 \varphi_2(x_1) + x_1 - x_{01} = 0 \tag{12}$$

Из выражения (12) найдем $\varphi_2(x_1) = \frac{x_{01} - x_1}{T_1}$. После этого, подставив полученное значение во второе выражение системы (9), получим:

$$T_2 [\frac{dx_2}{dt} + \frac{1}{T_1}\frac{dx_1}{dt}] + x_2 - \frac{x_{01} - x_1}{T_1} = 0 \tag{13}$$

или после подстановки значений первых производных из системы (4) получим:

$$\begin{gathered} T_2 \{[\frac{1}{T_{эм}^{(1)} T_э^{(1)}}[\frac{U_1}{Ce^{(1)}} - T_{эм}^{(1)} x_2 - x_1 - T_{KL}^{(1)}\frac{dF(x_1,x_3)}{dt} - T_{KR}^{(1)} F(x_1,x_3)] + \frac{1}{T_1} x_2\} + \\ + x_2 + \frac{x_1}{T_1} - \frac{x_{01}}{T_1} = 0 \end{gathered} \tag{14}$$

Из выражения (14) выведем функциональную зависимость $U_1 = f(x_1, x_2, x_3)$ в виде следующего выражения:

$$U_1 = Ce^{(1)} \{T_{эм}^{(1)} x_2 [1 - \frac{T_э^{(1)}(T_1 + T_2)}{T_1 T_2}] + x_1 (1 - \frac{T_{эм}^{(1)} T_э^{(1)}}{T_1 T_2}) + T_{KL}^{(1)} \frac{dF}{dt} + T_{KR}^{(1)} F + \frac{T_{эм}^{(1)} T_э^{(1)}}{T_1 T_2} x_{01}\} \tag{15}$$

Для синтеза управления привода, обеспечивающего подачу, воспользуемся двумя последними уравнениями системы (10). Начнем рассмотрение с предпоследнего уравнения системы (10), подставив в него значение макропеременной из (9). Для раскрытия этого выражения определим значение производной от третьей макропеременной как:

$$\frac{d\Psi_3}{dt} = \frac{K_p}{x_{01}} \{ \frac{x_4}{[1.6 + 0.25(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})]} - \frac{0.025 K_p x_3 e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt}}{[1.6 + 0.25(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})]^2} \} \tag{16}$$

С учетом (13) и (15) третье уравнение системы (10) примет следующий вид:

$$\begin{gathered} \frac{T_3 K_p}{x_{01}} \{ \frac{x_4}{[1.6 + 0.25(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})]} - \frac{0.025 K_p x_3 e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt}}{[1.6 + 0.25(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})]^2} \} + \\ + \frac{K_p x_3}{[1.6 + 0.25(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})] x_{01}} - y_0 = 0 \end{gathered} \tag{17}$$

Учитывая тот факт, что $x_4 \to \varphi_4(x_3)$, проведем замену в выражении (17) и получим:

$$\begin{gathered} \frac{T_3 K_p}{x_{01}} \{ \frac{\varphi_4(x_3)}{[1.6 + 0.25(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})]} - \frac{0.025 K_p x_3 e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt}}{[1.6 + 0.25(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})]^2} \} + \\ + \frac{K_p x_3}{[1.6 + 0.25(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})] x_{01}} - y_0 = 0 \end{gathered} \tag{18}$$

Из (18) выделим значение $\varphi_4(x_3)$ и получим:

$$\varphi_4(x_3) = \frac{0.025 K_p x_3 e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt}}{[1.6 + 0.25(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})]} - \frac{x_3}{T_3} + \frac{y_0 x_{01}[1.6 + 0.25(1 - e^{-0.1K_r \int_0^t x_3 dt})]}{T_3 K_p} \tag{19}$$

Для того чтобы раскрыть последнее выражение системы (10), определим производную по времени от выражения (19), которая будет равна:

$$\frac{d\varphi_4(x_3)}{dt}=\frac{0.025K_p x_4 e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt}}{[1.6+0.25(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})]}+\frac{0.000625(K_p x_3)^2 e^{-0.2K_r\int_0^t x_3dt}}{[1.6+0.25(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})]^2}-$$
$$-\frac{0.0025(K_p x_3)^2 e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt}}{[1.6+0.25(1-e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt})]}-\frac{x_4}{T_3}+\frac{y_0x_{01}0.025x_3e^{-0.1K_r\int_0^t x_3dt}}{T_3} \quad (20)$$

Учитывая полученную зависимость $\varphi_4(x_3)$ и $\frac{d\varphi_4(x_3)}{dt}$, раскроем последнее выражение системы (10) и получим:

$$T_4[\frac{dx_4}{dt}-\frac{d\varphi_4(x_3)}{dt}]+x_4-\varphi_4(x_3)=0\,, \quad (21)$$

или с учетом последнего выражения системы (6):

$$T_4\{\frac{1}{T_{эм}{}^{(2)}T_э{}^{(2)}}[\frac{U_2}{Ce^{(2)}}-T_{эм}{}^{(2)}x_4-x_3-T_{KL}{}^{(2)}\frac{dF(x_1,x_3)}{dt}-T_{KR}{}^{(2)}F(x_1,x_3)]-\frac{d\varphi_4(x_3)}{dt}\}+$$
$$+x_4-\varphi_4(x_3)=0, \quad (22)$$

где $\frac{dF(x_1,x_3)}{dt}$, $F(x_1,x_3)$, $\frac{d\varphi_4(x_3)}{dt}$, $\varphi_4(x_3)$ определяются по ранее полученным выражениям. Из (10) выведем U_2, получим:

$$U_2=Ce^{(2)}[T_{эм}{}^{(2)}x_4+x_3+T_{KL}{}^{(2)}\frac{dF(x_1,x_3)}{dt}+T_{KR}{}^{(2)}F(x_1,x_3)+T_{эм}{}^{(2)}T_э{}^{(2)}\frac{d\varphi_4(x_3)}{dt}-$$
$$-\frac{T_{эм}{}^{(2)}T_э{}^{(2)}}{T_4}x_4+\frac{T_{эм}{}^{(2)}T_э{}^{(2)}}{T_4}\varphi_4(x_3)] \quad (23)$$

Для анализа процессов, возникающих при реализации разработанных законов управления, была построена модель синтезированной системы в среде Matlab Simulink, результаты моделирования системы в которой, с точки зрения обеспечения качества обработки, представлены рис. 5.

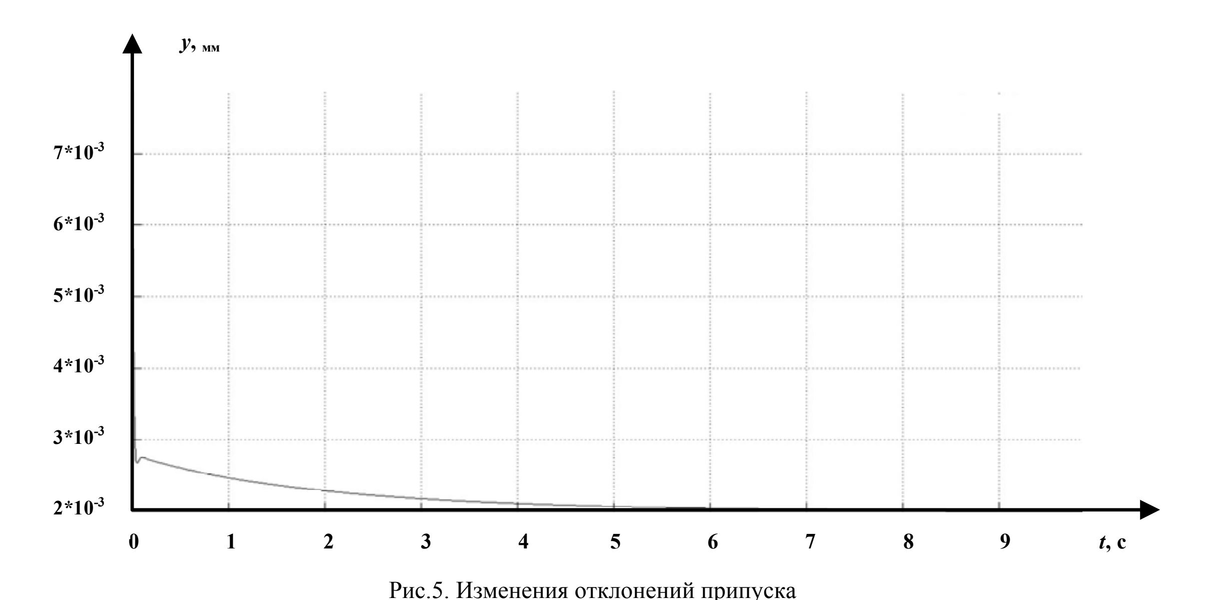


Рис.5. Изменения отклонений припуска

Fig.5. Changes in allowance deviations

Сравнительный анализ зависимостей, представленных на рис. 4 и 5, позволяет констатировать существенное повышение точности обработки, при этом синтезированное управление системой асимптотически приближает отклонение припуска к значению, которое задавалось как одна из констант по каналу управления скоростью подачи.

Вывод: Синтезированная методом АКАР система управления позволяет стабилизировать скорость вращения заготовки и качественно повысить точность обработки детали.

Библиографический список

1. Лапшин, В. П. Оценка влияния скорости подачи, на равновесные режимы привода обеспечивающего фрезерование заготовки переменной толщины/ В. П. Лапшин, Р. А. Тюняев, В. В. Христофорова // Динамика технических систем, сб. трудов 12-й междунар. научно-техн. конф. — Ростов-на-Дону, 2016. — С.180–184.

2. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D. The problems of control of the evolution of dynamic system interacting with the medium. International Journal of Mechanical Engineering and Automation. 2014. — Vol. 1, no. 5. — P. 271-285.

3. Anh, N.D., Zakovorotny, V.L., Hao, D.N. Van der Pol-Duffing oscillator under combined harmonic and random excitations. Vietnam Journal of Mechanics. 2014. — Vol. 36, no. 3. — P. 161-172.

4. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D., Gubanova, A.A., Hristoforova, V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. Journal of Sound and Vibration, 2016. — Vol. 368. — P. 174-190.

5. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D. Parametric phenomena in processing control on machine-tools. 6th International Scientific Conference "Applied Sciences and Technologies in the United States and Europe: Common Challenges and Scientific Findings", 2014, pp. 113-118.

6. Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Dynamic influence of the spindle servo drive on the drilling of deep narrow holes. Russian Engineering Research, 2015. — Vol. 35, no. 10. — P. 795-797.

7. Колесников, А. А. Современная прикладная теория управления : синергетический подход в теории управления/ А. А. Колесников. — Таганрог : Изд-во ТРТУ, 2000. — 68 с.

8. Синергетика и проблемы теории управления. / Под ред. А. А. Колесникова. — Москва : Физматлит, 2004. — 504 с.

9. Заковоротный, В. Л. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода/ В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия : Технические науки. — 2014. — №3(178). — 33–41 с.

10. Лапшин, В. П. Влияние свойств сервопривода шпинделя на динамику сверления глубоких отверстий малого диаметра/ В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2013. — №5–6(74). — С.125 – 130.

References

1. 1. Lapshin, V.P., Tyunyaev, R.A., Khristoforova, V.V. Otsenka vliyaniya skorosti podachi, na ravnovesnye rezhimy privoda obespechivayushchego frezerovanie zagotovki peremennoy tolshchiny. [Assessing impact of feed rate on equilibrium drive mode providing tapered workpiece milling.] Dinamika tekhnicheskikh system: sb. trudov 12-y mezhdunar. nauchno-tekhn. konf. [Dynamics of technical systems: Proc. 12th Int. Sci.-Tech. Conf.] Rostov-on-Don, 2016, pp. 180–184 (in Russian).

2. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium. International Journal of Mechanical Engineering and Automation, 2014, vol. 1, no. 5, pp. 271–285.

3. Anh, N.D., Zakovorotny, V.L., Hao, D.N. Van der Pol-Duffing oscillator under combined harmonic and random excitations. Vietnam Journal of Mechanics, 2014, vol. 36, no. 3, pp. 161-172.

4. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D., Gubanova, A.A., Hristoforova, V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. Journal of Sound and Vibration, 2016, vol. 368, pp. 174-190.

5. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D. Parametric phenomena in processing control on machine-tools. 6th International Scientific Conference "Applied Sciences and Technologies in the United States and Europe: Common Challenges and Scientific Findings", 2014, pp. 113-118.

6. Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Dynamic influence of the spindle servo drive on the drilling of deep narrow holes. Russian Engineering Research, 2015, vol. 35, no. 10, pp. 795-797.

7. Kolesnikov, A.A. Sovremennaya prikladnaya teoriya upravleniya: sinergeticheskiy podkhod v teorii upravleniya. [Modern management applied theory: synergistic approach to control theory.] Taganrog: TSRU Publ. House, 2000, 68 p. (in Russian).

8. Kolesnikov, A.A., ed. Sinergetika i problemy teorii upravleniya. [Synergetics and problems of control theory.] Moscow: Fizmatlit, 2004, 504 p. (in Russian).

9. Zakovorotny, V.L., Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Upravlenie protsessom sverleniya glubokikh otverstiy spiral'nymi sverlami na osnove sinergeticheskogo podkhoda. [Process control drilling deep holes twist drills based on the synergetic approach.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2014, no. 3 (178), pp. 33–41. (in Russian).

10. Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Vliyanie svoystv servoprivoda shpindelya na dinamiku sverleniya glubokikh otverstiy malogo diametra. [Effect of spindle servo drive properties on drilling dynamics of deep pinholes.] Vestnik of DSTU, 2013, no. 5–6(74), pp.125–130 (in Russian).

Поступила в редакцию 04.10.2016
Сдана в редакцию 04.10.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 04.10.2016
Submitted 04.10.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторах:

Лапшин Виктор Петрович, доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5114-0316,
i090206.lapshin@yandex.ru

Христофорова Вероника Владимировна, доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-0583-6654,
Nikaapp@rambler.ru

Бабенко Татьяна Сергеевна, ассистент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-4420-0074 ,
Tanya-babenko_2017@mail.ru

Authors:

Lapshin. Victor P., associate professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5114-0316,
i090206.lapshin@yandex.ru

Khristoforova, Tatyana S., associate professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-0583-6654,
Nikaapp@rambler.ru

Babenko, Veronika V., associate of Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1),
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-4420-0074 ,
Tanya-babenko_2017@mail.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.311.24 10.23947/1992-5980-2017-17-1-85-91

Исследование перспективной ветроэнергетической установки с типом компоновки «ротор в раструбе»*

В. А. Костюков[1], М. Ю Медведев[2], А. М. Маевский[3], Н. К. Полуянович[4], В. В. Савченко[5]**

[1,2,3,4] Южный федеральный университет, г. Таганрог, Российская Федерация

[5]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Study on advanced aerogenerator with "rotor-in-socket" assembly type ***

V. A. Kostyukov[1], M. Yu. Medvedev[2], A. M. Maevskiy[3], N. K. Poluyanovich[4], V. V. Savchenko[5]**

[1,2,3,4] Southern Federal University, Taganrog, Russian Federation

[5] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Существует проблема повышения эффективности существующих ветроэнергетических установок (ВЭУ). Для её решения необходимо провести исследования ВЭУ неклассических типов. Из этого ряда наиболее перспективными являются ВЭУ, которые используют специальные направляющие статические элементы для создания вихревых структур. Последнее способствует созданию повышенной аэродинамической эффективности роторов этих ВЭУ.

Материалы и методы. Для проведения аэродинамических расчетов ВЭУ были использованы программные комплексы Ansys Workbench и Ansys Fluent.

Результаты исследования. На основании анализа соответствующих публикаций обоснована перспективность исследований ВЭУ вихревого типа, в которых для увеличения их энергетической эффективности используются дополнительные статорные структуры. С помощью вычислительных методов динамики сплошных сред проведен анализ аэродинамики ВЭУ вихревого типа с компоновкой «ротор в раструбе». С помощью метода аэродинамической оптимизации получена усовершенствованная конструкция указанной ВЭУ.

Обсуждение и заключения. На основании полученных в статье результатов видно, что конструирование ВЭУ вихревого типа на основе принципа полезной интерференции статора и ротора является перспективным. В работе проведен анализ конкретной формы ВЭУ с вертикальной осью вращения, осесимметричными статором и раструбом специальных форм. Рассмотрена методика аэродинамической оптимизации конструкции ВЭУ указанного типа. На основе этой методики получены усовершенствованные форма раструба и его компоновка с ротором, которые позволили достичь среднего расчетного значения полезного аэродинамического момента, более чем в два раза превышающего соответствующее значение для первоначальной геометрии ВЭУ.

Ключевые слова: ветроэнергетическая установка вихревого типа, осесимметричные ротор и раструб, полезная аэродинамическая мощность, оптимизация конструкции.

Introduction. There is a performance improvement problem of the existing wind-driven power plants (WPP). It is worthwhile investigating nonclassical types of the WPP to solve it. The most promising are the WPP which use special guide static elements to create vortex structures. The latter contributes to the increased aerodynamic efficiency of the WPP.

Materials and Methods. *Ansys Workbench* and *Ansys Fluent* software packages are used to calculate the design aerodynamics of the wind turbines.

Research Results. On the analysis of the particular publications, the viability of the vortex-type WPP studies in which the additional stator structures are used to increase their energy efficiency, is proved. The aerodynamics analysis of the WPP with "rotor-in-socket" assembly type is carried out using the continuum dynamics computational methods. An advanced WPP design is obtained by the aerodynamic optimization technique.

Discussion and Conclusions. The obtained results show that the construction of the vortex-type turbine on the basis of the favourable interference concept of rotor and stator is promising. The specific form of WPP with a vertical axis of rotation, axisymmetric stator and socket of special forms is analyzed. The methods of the aerodynamic optimization of the described WPP design are considered. On the basis of this methodology, an advanced socket form and its assembly with the rotor which allows reaching an average calculated value of the favourable air moment that exceeds more than twofold the corresponding value for the initial geometry of the WPP, are obtained.

Keywords: vortex-type wind-driven power plant, axisymmetric rotor and socket, useful wind power, design optimization.

* Работа выполнена по гранту № 213.01-07-2014/01ПЧВГ.

** E-mail: wkost-einheit@yandex.ru, medvmihal@sfedu.ru, maevskiy_andrey@mail.ru, nik1-58@mail.ru

*** The research is done within the frame of Grant No. 213.01-07-2014/01PChVG.

1. Введение. В настоящее время наблюдается рост потребности многих стран в источниках питания, в достаточной степени не зависящих от централизованного подвода электроэнергии. Одним из перспективных направлений исследования в этом отношении является ветроэнергетика.

Существует проблема повышения эффективности существующих ветроэнергетических установок (ВУ), поскольку энергия ветра этими типами ВУ используется незначительно.

Данная задача не может быть решена без комплексных аэродинамических исследований, направленных на получение оптимальных по эффективности использования энергии ветра геометрических форм роторов и статоров ВУ, а в перспективе — их комплексов, исходя из заданных природных, технологических ограничений и лимита себестоимости.

Системы со свободными и ограниченными вихревыми структурами исследовались с целью определения возможности увеличения мощности ветродвигателя, установленного в ядре вихря или вблизи его. Система со свободными вихрями исследовалась Нью-Йоркским политехническим институтом и Университетом штата Виргиния. Для отклонения вихревого потока и образования вихря, в котором устанавливается ветроколесо, в ней используется крыловое устройство. По оценке, такая система может развивать мощность в 7 раз большую, чем обычное ветроколесо того же диаметра, помещенное в свободном ветровом потоке.

В ограниченной вихревой системе, разработанной фирмой Grumman Aerospace Corporation, для генерирования вихрей типа «торнадо» используется башня, устанавливаемая над осевым ветроколесом в кольце. Вихревая система обеспечивает создание разряжения над ветроколесом и увеличение скорости проходящего через него потока.

Подобные ограничения вихря могут создаваться в различных конструктивных устройствах с направлением и закручиванием потока, подобных круглой башне, установленной над ветроколесом в кольце. Для типовых систем диаметр башни может быть в 3 раза больше диаметра ветроколеса, а высота башни — в 3 раза превышать его диаметр или быть в 9 раз больше диаметра ветроколеса.

Для подобных башен скорость V_0 и давление ρ_0 потока на входе могут быть больше скорости и давления ветрового потока. Это зависит от того, насколько эффективно преобразуется поток в башне. Внутри башни давление и скорость потока, закручиваемого вблизи ее стенок, примерно такие же, как и на входе.

На основе аэродинамической теории сотрудниками фирмы Grumman Aerospace Corporation было показано, что при больших размерах вихря угловая скорость завихренного потока может достигать максимальных значений, примерно в 10 раз превышающих угловые скорости потока у стенок башни, на радиусе, составляющем 1/7 часть внутреннего радиуса башни. Они указывают, что вертикальная скорость потока внутри башни близка к нулю у ее стенки и достигает максимума в ядре якоря. Отмечается, что вертикальная скорость в ядре возрастает с увеличением его диаметра. Для систем больших размеров она может достигать значений, в 7–8 раз превышающих угловую скорость у стенки башни, которая, как это указано выше, примерно равна скорости потока на входе в башню.

Влияние размеров на увеличение вертикальной скорости видно из первоначальных опытных данных, которые, однако, должны быть подтверждены испытаниями на моделях и опытных образцах больших размеров. По оценкам, мощность, развиваемая ВЭУ использующей ветроколесо, в кольце, в сочетании с генератором вихрей, может превышать мощность электродвигателя обычного типа при том же диаметре и скорости ветра в 100–1000 раз.

Известны усовершенствованные конструкции ВУ с ротором Дарье, не уступающие ВУ с горизонтально-осевыми роторами [1,2]. Изначальная форма этого ротора представляет собой симметричную конструкцию, состоящую из двух и более аэродинамических крыльев, закреплённых на радиальных балках. На каждое из крыльев, движущихся относительно потока, действует подъемная сила, величина которой зависит от угла между векторами скоростей потока вращающегося крыла. В статье [3] предложена установка планетарного типа, работающая на основе эффекта Магнуса [4]. Идея использования последнего здесь заключается в возникновении дополнительной подъёмной силы на вращающихся вокруг своей оси цилиндрических элементах ротора — сателлитах, расположенных центрально симметрично и равномерно по периметру ротора и приводимых во вращение дополнительными электродвигателями. При этом удается при прочих равных условиях достичь полезной мощности в два-три раза превышающей соответствующую мощность классических ВУ.

Простейшей такой компоновкой, давно и широко используемой в воздухоплавании, авиации и мореходном деле, является вариант «ротора в кольце». Она значительно уменьшает потери, вызванные отрывом потока на концах лопастей [5]. Кроме того, использование вместе с кольцом еще и выходного устройства (раструба) приводит к значительному уменьшению минимальной скорости запуска ротора — до 45% от скорости ветра.

Известен патент, в котором рассматривается ВЭУ вихревого типа и вертикальной осью вращения, способная, как показали натурные испытания и результаты моделирования указанного устройства, в несколько раз снизить мощность генерации гиперзвуковых шумов, возникающих вследствие побочных вращательных моментов на ось ротора [6].

В связи с этим актуальным является решение задачи о влиянии формы и размеров раструба на роторы ветроколес с вертикальной осью вращения, когда набегающий ветровой поток примерно ортогонален этой оси.

2. Аэродинамическая модель винта. Существующие теоретические модели аэродинамики винта [7] и его интерференции с другими элементами конструкции, а также имеющиеся результаты натурных испытаний таких интерференций [7–8] не позволяют с достаточной для практики степенью точности исследовать взаимовлияния ротора, кольца и выходного устройства ВУ. Поэтому для решения указанной задачи необходимо прибегнуть к cfd-анализу (computational fluid dynamics).

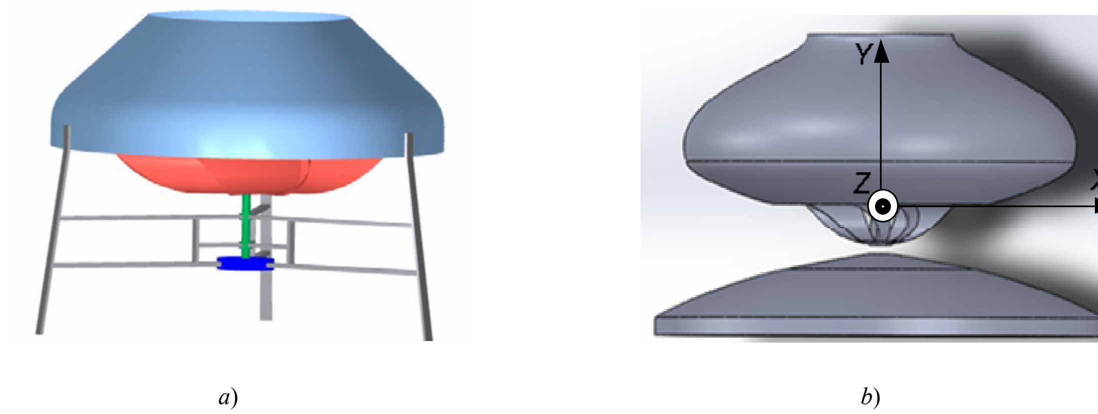
Теоретическим базисом cfd-анализа является система уравнений Навье-Стокса, описывающих динамику вязкой сжимаемой среды:

$$\begin{cases} \dfrac{dV_x}{dt} = -\left(\dfrac{1}{\rho}\right)\dfrac{\partial p}{\partial x} + \left(\dfrac{\mu}{\rho}\right)\Delta V_x + \left(\dfrac{\mu}{3\rho}\right)\dfrac{\partial}{\partial x} div\overline{V} + \\ + \left(\dfrac{1}{\rho}\right)\left[\dfrac{d\mu}{dx}\left(2\dfrac{\partial V_x}{\partial x} - \dfrac{2}{3}div\overline{V}\right) + \dfrac{d\mu}{dy}\left(\dfrac{\partial V_x}{\partial y} + \dfrac{\partial V_y}{\partial x}\right) + \dfrac{d\mu}{dz}\left(\dfrac{\partial V_x}{\partial z} + \dfrac{\partial V_z}{\partial x}\right)\right], \\ \dfrac{dV_y}{dt} = -\left(\dfrac{1}{\rho}\right)\dfrac{\partial p}{\partial y} + \left(\dfrac{\mu}{\rho}\right)\Delta V_y + \left(\dfrac{\mu}{3\rho}\right)\dfrac{\partial}{\partial y} div\overline{V} + \\ + \left(\dfrac{1}{\rho}\right)\left[\dfrac{d\mu}{dy}\left(2\dfrac{\partial V_y}{\partial y} - \dfrac{2}{3}div\overline{V}\right) + \dfrac{d\mu}{dz}\left(\dfrac{\partial V_y}{\partial z} + \dfrac{\partial V_z}{\partial y}\right) + \dfrac{d\mu}{dx}\left(\dfrac{\partial V_y}{\partial x} + \dfrac{\partial V_x}{\partial y}\right)\right], \\ \dfrac{dV_z}{dt} = -\left(\dfrac{1}{\rho}\right)\dfrac{\partial p}{\partial z} + \left(\dfrac{\mu}{\rho}\right)\Delta V_z + \left(\dfrac{\mu}{3\rho}\right)\dfrac{\partial}{\partial z} div\overline{V} + \\ + \left(\dfrac{1}{\rho}\right)\left[\dfrac{d\mu}{dz}\left(2\dfrac{\partial V_z}{\partial z} - \dfrac{2}{3}div\overline{V}\right) + \dfrac{d\mu}{dx}\left(\dfrac{\partial V_z}{\partial x} + \dfrac{\partial V_x}{\partial z}\right) + \dfrac{d\mu}{dy}\left(\dfrac{\partial V_z}{\partial y} + \dfrac{\partial V_y}{\partial z}\right)\right], \end{cases} \quad (1)$$

где $\rho = \rho(x, y, z)$, $p = p(x, y, z)$ — поля плотности и давления, $\overline{V}(x, y, z) = (V_x, V_y, V_z)^T$ — векторное поле скоростей, μ — динамический коэффициент вязкости, учитывающий трение между соседними слоями сплошной среды.

3. Моделирование аэродинамики раструба ВЭУ. Моделирование аэродинамики ВЭУ на основании (1) и соответствующих граничных условий было произведено в программных комплексах Ansys Workbench и Ansys Fluent. Программный пакет Ansys — универсальный конечно-элементный программный комплекс, предназначенный для решения задач в различных областях инженерной деятельности. Заметим, что первичный качественный аэродинамический анализ может быть выполнен в современных системах автоматизированного проектирования, таких как SolidWorks, Catia, в которых и строилась 3d-модель объекта.

3.1. Постановка задачи. Задана геометрия ротора ВУ, начальный вариант геометрии раструба и его компоновки с ротором (рис.1а).



a) *b*)

Рис.1. Трехмерная модель исходной (*a*) и оптимизированной (*b*) компоновок ротора с раструбом

Fig.1. Three-dimensional model of the original (*a*) and optimized (*b*) rotor with socket assembly

Размеры ротора: максимальный диаметр Dmax=1,25м; высота H=0,32м. Размеры раструба: минимальный (верхний) диаметр Drastrmin=1,16м; максимальный (нижний) диаметр Drastrmax=2,23м; высота H=0,428м.

Диапазон ветровых нагрузок: V_w=3… 10 м/с, первоначальный диапазон угловых скоростей вращения ротора (в общем случае зависит от нагрузки и аэродинамического качества ветроустановки) ω =0,5… 14 рад/с.

Полезная аэродинамическая мощность P воздействия ветрового потока на ротор есть произведение вращающего осевого аэродинамического момента ротора на угловую скорость его вращения $P_A = M_A\omega$.

Необходимо получить оптимальные форму раструба при заданном роторе и соответствующую компоновку полученного раструба с ротором, обеспечивающие максимальное среднее значение полезной аэродинамической мощности (P) ветрового потока ротора на заданном диапазоне ветровых нагрузок.

Пусть $U_{geo} \in \mathcal{B}$ — произвольные форма раструба и компоновка его с ротором, входящие в рассматриваемое множество $\mathcal{B}$ таких форм и компоновок.

В качестве критерия оптимизации целесообразно выбрать максимум среднего $\langle P \rangle$ на множестве Q всех допустимых наборов $\{V_w, \omega\} \in Q$ значения полезной мощности на роторе:

$$\langle P \rangle_Q \big|_{U_{geo,opt}} = \max_{\{U_{geo}\}} \left[\langle P \rangle_Q \big|_{U_{geo}} \right], U_{geo} \to U_{geo,opt}, \quad (2)$$

где поиск максимума производится на множестве $\mathcal{B}$, $U_{geo,opt}$ — оптимальная в указанном смысле геометрия ВУ.

3. Основные этапы исследования.

Функциональная схема полного процесса исследования геометрии раструба и компоновки его с ротором, представлена на рис. 2.

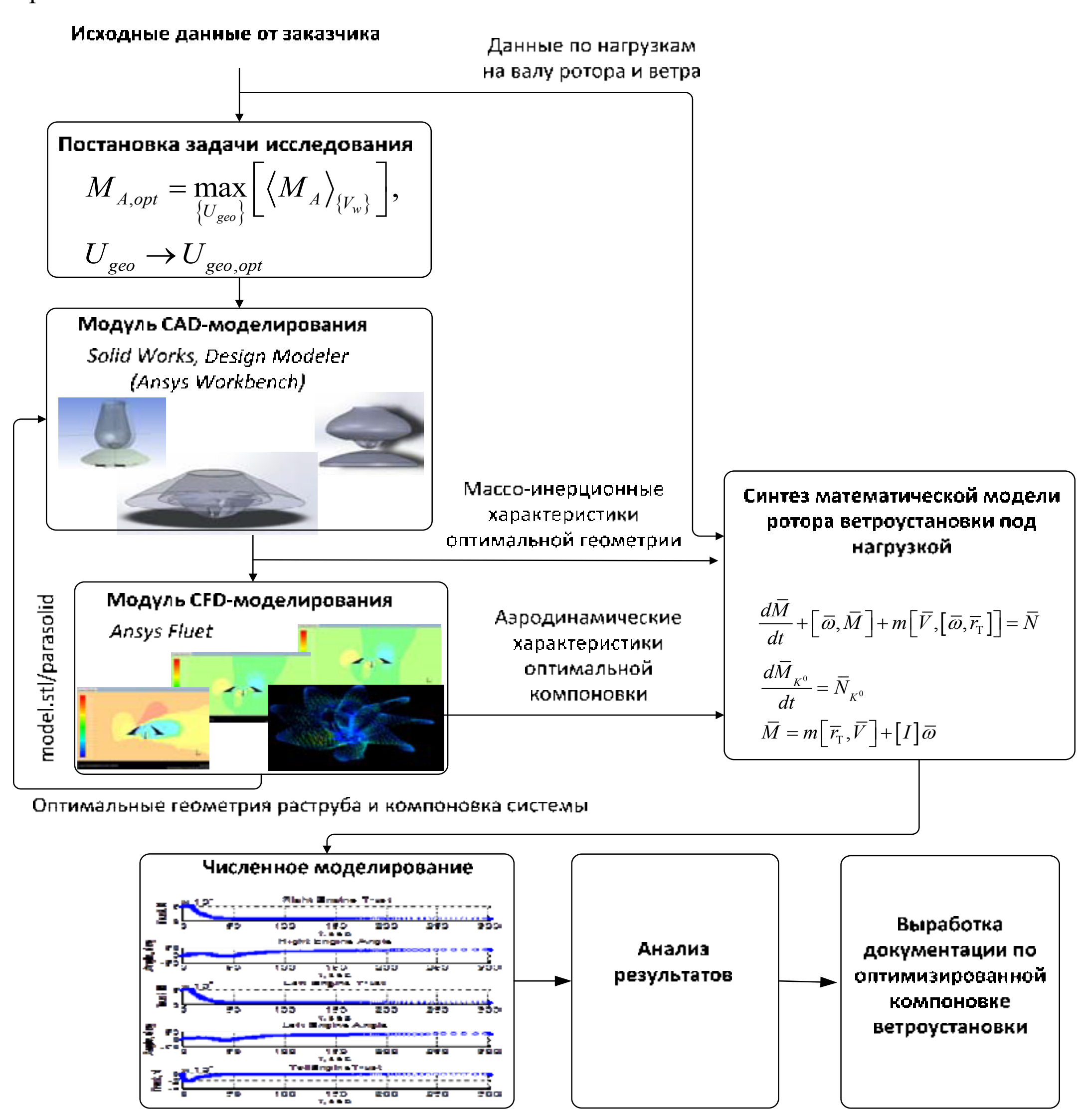


Рис. 2. Функциональная схема процесса исследования аэродинамики и математической модели ВЭУ

Fig.2. Function chart of WPP aerodynamics and mathematical model research process

Алгоритм исследования включает в себя следующие основные этапы:

- Выбор базовых геометрических форм (БФ) раструба и типы его компоновки с ротором исходя из физических соображений.
- Ввод необходимого набора входных параметров, характеризующих геометрию каждой из БФ, а также набора выходных параметров — целей расчета в результате cfd-моделирования (рис. 3).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Name	P6 - V20	P7 - R43	P8 - TranslateRotorY	P9 - mx	P10 - my	P11 - mz
2	Units	m	m	m	J	J	J
3	DP 0 (Current)	0,022835	0,043045	0,0075	0,072869	0,026176	2,705
4	DP 1	0,022835	0,046045	0,0075	0,089148	0,024729	2,9019
5	DP 2	0,022835	0,049045	0,0075	0,036035	0,027768	2,9065
6	DP 3	0,022835	0,052045	0,0075	0,037056	0,026335	3,0078
7	DP 4	0,022835	0,055045	0,0075	0,065683	0,025271	2,9479
8	DP 5	0,022835	0,043045	0,005			
9	DP 6	0,022835	0,043045	0	0,039111	0,025451	2,8118
10	DP 7	0,022835	0,043045	-0,005			
11	DP 8	0,022835	0,043045	-0,0075	0,01207	0,029844	2,6983
12	DP 9	0,022835	0,043045	0,0075	0,072869	0,026176	2,705
13	DP 10	0,0128	0,043045	0,0075	0,011015	0,027832	2,7628
14	DP 11	0,0328	0,043045	0,0075	0,074733	0,025942	2,727
15	DP 12	0,0388	0,043045	0,0075	0,097481	0,026508	2,6776
16	DP 13	0,0428	0,043045	0,0075	0,0808	0,024935	2,6127
*							

Рис. 3. Параметризация расчета для первого шага оптимизационной процедуры в программном комплексе ANSYS Workbench

Fig.3. Calculation parameterization for the first step of optimization procedure in ANSYS Workbench software package

В ходе параметризации расчетов используются Design Point (DP) — ключевые точки расчетов, которые содержат определенное количество входных и выходных параметров. На рисунке в качестве примера показан расчет 14 DP для случая раструба первоначальной формы (рис.1а). Входными параметрами здесь являются: V20 — высота раструба, R43 — радиус внутренней части и translaterotor — величина погружения ротора в конструкцию раструба; выходные параметры есть проекции аэродинамического момента, воздействующего на ротор.

- Сравнение полученных результатов для всех БФ. Выбор наилучшей БФ (НБФ) по значению критерия оптимизации. Процесс computational fluid dynamic (CFD) — оптимизации представлен на рис. 4.

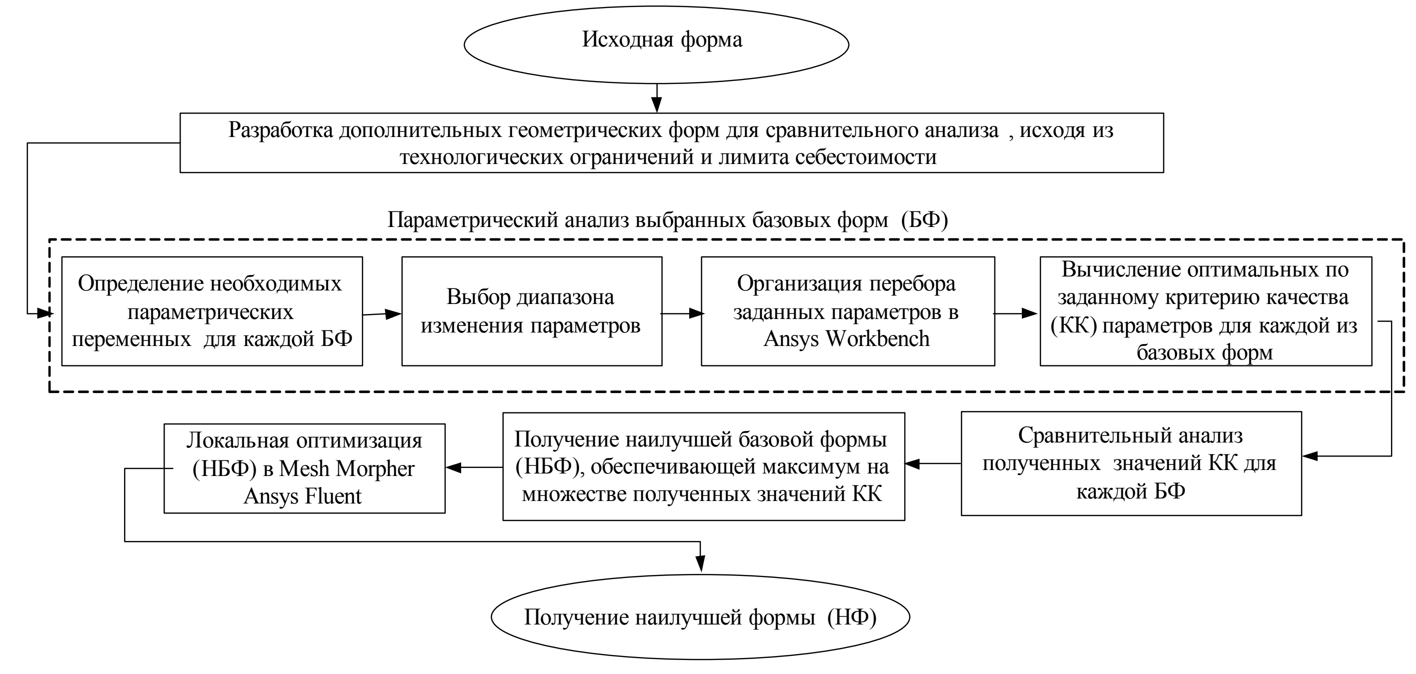


Рис. 4. Методика CFD-оптимизации в программном комплексе Ansys Fluent

Fig.4. CFD-optimization techniques in Ansys Fluent software package

- Проведение локальной оптимизации НБФ после получения результатов сравнительного анализа БФ.

Эта стадия подразумевает более гибкое варьирование геометрии НБФ с тем, чтобы, с одной стороны, уменьшить негативное влияние недостаточной степени дискретизации выбранных областей в пространстве параметров, и, с другой стороны, использовать ряд дополнительных линейных или градиентных методов оптимизации в используемом программном модуле Ansys *Mesh Morpher*, значительно ускоряющих в целом процесс оптимизации. На выходе получается наилучшая форма (НФ).

- Расчет массо-инерционных параметров для НФ.
- Разработка математической модели ВЭУ с учетом рассчитанных массо-инерционных параметров и аэродинамических характеристик НФ.
- Численное моделирование работы ВЭУ для различных параметров ветра и механических нагрузок на валу двигателя.
- Анализ результатов, формирование выходной документации и рекомендаций по режиму работы ВЭУ.

В табл. 1 приведены значения полученных аэродинамических моментов для двух типов рассмотренных конструкций при угловой скорости вращения ротора $\omega = 6{,}28$ рад/с и скорости набегающего потока V=12 м/с.

Таблица 1

Table 1

Сравнительные результаты трех моделирований

Comparative results of three simulations

Расчетная величина	С первоначальным раструбом	С оптимизированным раструбом
Mx, Н*м	5,832	32,00
Mz, Н*м	6,561	22,37
My, Н*м	15,853	36,59

Из табл. 1 видно, что благодаря использованию оптимизированной геометрии (рис. 1б) при номинальной скорости 12 м/с полезная аэродинамическая мощность на роторе ВЭУ увеличивается более чем в 2 раза, по сравнению с первоначальной геометрией ВЭУ (рис.1а).

Вместе с этим возрастают побочные аэродинамические моменты, поскольку выбранный критерий оптимизации (2) не подразумевает их уменьшение. Однако рост этих моментов может быть нивелирован соответствующим конструкционным закреплением установки с оптимальной геометрией либо в процессе дальнейшего совершенствования её геометрии и/или выборе других компромиссных критериев оптимизации, либо частичным превращением побочной мощности в полезную.

Заключение. На основании вышеизложенного видно, что конструирование ВЭУ вихревого типа на основе принципа полезной интерференции статора и ротора является перспективным.

В работе проведен анализ конкретной формы ВЭУ с вертикальной осью вращения, осесимметричными ротором и раструбом специальных форм.

Рассмотрена методика аэродинамической оптимизации конструкции ВЭУ указанного типа. На основе этой методики получены усовершенствованные форма раструба и его компоновка с ротором, которые позволили достичь среднего расчетного значения полезного аэродинамического момента, более чем в два раза превышающего соответствующее значение для первоначальной геометрии ВЭУ.

Библиографический список

1. Твайделл, Дж. Ветроэнергетика. Возобновляемые источники энергии. Пер. с англ / Дж. Твайделл, Т. Уэйр. — Москва : Энергоатомиздат, 1990. — 392 с.

2. Энергетические характеристики ротора Дарье (обзор) (рус.) — Омск : Издательство Сибирского отделения РАН, 2010 г. — С. 325–333.

3. Михненков, Л. В. Ветроэнергетическая станция планетарного типа / Л. В. Михненков // Научный Вестник МГТУ ГА. — 2008. — №125. — С. 105–109.

4. Михненков, Л. В. Ветроэнергетическая установка планетарного типа / Л. В. Михненков // Научный Вестник МГТУ ГА, серия Эксплуатация воздушного транспорта и ремонт авиационной техники. Безопасность полетов. — 2002. — №49. — С. 110–113.

5. Хаскин, Л. Я. Аэродинамика ветроколеса с обтекателем и выходным устройством/ Л. Я. Хаскин // Ученые записки ЦАГИ. — 1993. — Т. 24, №4. — С. 82–95.

6. Устройство для преобразования кинетической энергии ветра в механическую энергию: патент 2552635 Российская Федерация : В. В. Савченко, В. С. Степанов, F03D3/04 : заявл. 08.05.15 ; опубл. 10.06.15, Бюл. № 16. — 4 с.

7. Краснов, Н. Ф. Аэродинамика в 2-х ч/ Н. Ф. Краснов // — ч.1. Москва : Высшая школа, 1976. — С. 105–125.

8. Петров, К. П. Аэродинамика тел простейших форм/ К. П. Петров // — Москва : Факториал, 1998. — С. 98–104.

References

1. Twidell, J., Weir, T. Vetroenergetika. Vozobnovlyaemye istochniki energii. [Windpower Engineering. Renewable Energy Resources.] Trans. from English. Moscow: Energoatomizdat, 1990, 392 p. (in Russian).

2. Energeticheskie kharakteristiki rotora Dar'ye (obzor). [Energy characteristics of Darreus rotor (survey)] Omsk: RAS Siberian Branch Publ. House, 2010, pp. 325–333 (in Russian).

3. Mikhnenkov, L.V. Vetroenergeticheskaya stancija planetarnogo tipa. [Planetary wind station.] The Scientific Bulletin of MSTU, 2008, no. 125, pp. 105–109 (in Russian).

4. Mikhnenkov, L.V. Vetroenergeticheskaya ustanovka planetarnogo tipa. [Planetary-type aerogenerator.] The Scientific Bulletin of MSTU CA, Series: Air Transport Operation and Aviation Equipment Material Maintenance. Flight Safety. 2002, no. 49, pp. 110–113 (in Russian).

5. Khaskin, L.Y. Aerodinamika vetrokolesa s obtekatelem i vykhodnym ustroystvom. [Aerodynamics of radome windwheel with output unit.] TsAGI Science Journal, 1993, vol. 24, no. 4, pp. 82–95 (in Russian).

6. Savchenko, V.V., Stepanov, V.S. Ustroystvo dlya preobrazovaniya kineticheskoy energii vetra v mekhanicheskuyu energiyu: patent 2552635 Rossiyskaya Federatsiya. [Device for conversion of kinetic wind power into mechanical energy.] Patent RF, no. 2552635, 2015 (in Russian).

7. Krasnov, N.F. Aerodinamika v 2-kh ch. [Aerodynamics in 2 parts. Part 1.] Moscow: Vysshaya shkola, 1976, pp. 105–125 (in Russian).

8. Petrov, K.P. Aerodinamika tel prosteyshikh form. [Aerodynamics of simple bodies.] Moscow: Faktorial, 1998, pp. 98–104 (in Russian).

Поступила в редакцию 04.08.2016
Сдана в редакцию 04.08.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 04.08.2016
Submitted 04.08.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторах:

Костюков Владимир Александрович, доцент кафедры «Электротехника и мехатроника» Южного федерального университета, (РФ, г. Таганрог, ул. Чехова, 2),кандидат технических наук, доцент, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-6116-9999, wkost-einheit@yandex.ru

Медведев Михаил Юрьевич, заведующий кафедрой «Электротехника и мехатроника» Южного федерального университета, (РФ, г. Таганрог, ул. Чехова, 2), доктор физико-математических наук, профессор, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5205-3572, medvmihal@sfedu.ru

Маевский Андрей Николаевич, техник научно исследовательского института робототехники и процессов управления Южного федерального университета, (РФ, г. Таганрог, ул. Чехова, 2), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-0985-1851, maevskiy_andrey@mail.ru

Полуянович Николай Константинович, доцент кафедры «Электротехника и мехатроника» Южного федерального университета, (РФ, г. Таганрог, ул. Чехова, 2), кандидат технических наук, доцент, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-5941-1355, nik1-58@mail.ru

Савченко Василий Владимирович, ведущий инженер управления научных исследований Донского государственного технического университета (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина,1)

Authors:

Kostyukov, Vladimir A., associate professor of the Electrical Engineering and Mechatronics Department, Southern Federal University (RF, Taganrog, Chekhov sq., 2), Cand. Sci. (Eng.), associate professor, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-6116-9999, wkost-einheit@yandex.ru

Medvedev, Mikhail Yu., head of the Department of the Electrical Engineering and Mechatronics Department, Southern Federal University (RF, Taganrog, Chekhov sq., 2), Dr. Sci. (Phys.-Math.),professor, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5205-3572, medvmihal@sfedu.ru

Maevskiy, Andrey M., technician, Research and Development Institute of Robotics and Control Systems, Southern Federal University (RF, Taganrog, Chekhov sq., 2), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-0985-1851, maevskiy_andrey@mail.ru

Poluyanovich, Nikolay K., associate professor of the Electrical Engineering and Mechatronics Department, Southern Federal University (RF, Taganrog, Chekhov sq., 2), Cand. Sci. (Eng.), associate professor, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-5941-1355, nik1-58@mail.ru

Savchenko,Vasily V., senior engineer of the Scientific Research Department, Don State Technical University (DSTU) (Gagarin sq., 1, Rostov-on-Don, RF)

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9.06:628.5 10.23947/1992-5980-2017-17-1-92-98

Экспериментальные исследования спектров шума процесса шарико-стержневого упрочнения узлов колесных пар*

Н. И. Стуженко[1**]
[1] Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ, г. Шахты, Российская Федерация

Experimental studies on noise spectra of ball-rod hardening of wheel pair assemblies***

N. I. Stuzhenko[1**]
[1] Institute of Service and Business (DSTU branch), Shakhty, Russian Federation

Введение. В настоящее время обработка поверхностей катания колесных пар производится на специальных колесотокарных станках. Этот способ обеспечивает требуемую технологическую прочность поверхностей катания, но не обеспечивает упрочнение поверхности и, следовательно, не приводит к повышению износостойкости. Шарико-стержневое упрочнение (ШСУ) имеет большие преимущества как технологический процесс, в особенности для сложных геометрических поверхностей, а также позволяет обеспечить необходимые напряжения сжатия в поверхности упрочняемых изделий. Однако ШСУ имеет существенный недостаток с точки зрения повышенных уровней звукового давления, создаваемых в рабочей зоне операторов.
Материалы и методы. Экспериментальные исследования при ШСУ элементов узлов колесных пар проводились при нескольких технологических операциях. Обработка поверхностей катания выполнялась на колесотокарном станке, на котором вместо режущего инструмента устанавливались шарико-стержневые упрочнители. Упрочнение посадочных поверхностей осей колесных пар выполнялось на специальном осетокарном станке, на котором аналогичным образом вместо резцов устанавливались шарико-стержневые упрочнители. Упрочнение посадочной поверхности колеса выполнялось на токарно-карусельном станке. На всех вышеперечисленных станках измерялись октавные уровни звукового давления на холостом ходу и при реализации технологических процессов упрочнения. Это позволило определить вклад звукового излучения акустической подсистемы «упрочняемое изделие — ширико-стержневой упрочнитель» в звуковое поле, создаваемое общей акустической системой станков в рабочей зоне операторов.
Результаты исследования. Из-за высокой интенсивности излучаемой звуковой энергии оборудование устанавливалось в отдельных производственных помещениях, соразмерных с габаритами станков, что, в свою очередь, способствовало повышенной шумоактивности. Поэтому данные исследования актуальны для предприятий машиностроения и имеют как научный, так и практический интерес.

Introduction. Currently, wheel tread surfacing is implemented on special design wheel lathes. This method provides the desired technological strength of the wheel treads, but does not provide hard facing and, consequently, does not increase wear resistance. Ball-rod hardening (BRH) has great advantages as a process, especially for composite geometric surfaces; and besides, it enables the necessary compressive stresses in the surface of the hardenable products. However, it has a significant disadvantage in terms of the increased levels of the acoustic pressure in the operators' working area.
Materials and Methods. The experimental studies under BRH of the wheelpair assembly elements are carried out by several process steps. Wheel tread surfacing is performed on a special design wheel lathe on which ball-rod reinforcers are installed instead of a cutter. Hardening of the mounting surfaces of the wheelset axles is performed on a special axial lathe on which, in a similar manner, ball-rod reinforcers are installed instead of a cutter. Hardening of the wheel mounting surface is performed on a boring-and-turning mill. The octave sound pressure levels are measured on all of these lathes at idle and under the hardening process implementation. It allows determining the contribution of the sound radiation of the acoustic subsystem "hardenable product – ball-rod reinforcer" into the soundfield generated by a common lathe loudspeaker system in the operators' working area.
Research Results. Due to the high intensity of the radiant sound energy, the equipment is installed in separate facilities commensurable with the overall machine dimensions that consequently contributes to the increased noise activity. Therefore, the research data are of current interest for the enterprises of mechanical engineering, and they have both scholary interest and practical applicability.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: n.stuzhenko@mail.ru
**The research is done within the frame of the independent R&D.

Обсуждения и заключение. Авторами отмечено, что данные, полученные при исследованиях на базе универсальных токарно-винторезных станков, т. е. на круглых деталях, носят частный характер и не применимы к такому сложному по геометрическим параметрам узлу, которым являются колесные пары подвижного состава и различных типов кранов. Проведенные авторами измерения показали, что при ШСУ уровни звукового давления превышают санитарные нормы на величину от 5 до 15 дБ высокочастотной части спектра 500–8000 Гц, т. е. в том диапазоне, в котором предельно-допустимые уровни не должны превышать 78–69 дБ.

Discussion and Conclusions. It should be noted that the data obtained on the regular engine lathes, i.e. on round work pieces, are a particular case and are not applicable to the assembly of such complex geometrics as wheelpairs of rolling stock and various types of cranes. The implemented measurements show that under BRH, sound pressure levels exceed health standards by 5 to 15 dB of the high-frequency part of 500-8000 Hz spectrum, i.e. in the range in which the maximum permissible levels should not exceed 78-69 dB.

Ключевые слова: шум, вибрация, шарико-стержневое упрочнение, колесные пары

Keywords: noise, vibration, ball-rod reinforcement, wheelsets.

Введение. Цель исследований заключалась в изучении закономерностей формирования спектров шума и вибрации процесса шарико-стержневого упрочнения элементов узла колесных пар. Цикл экспериментов включал: измерение уровней звукового давления и вибраций несущей системы специального колесотокарного станка, на котором выполнялось упрочнение поверхностей катания колес; измерение уровней звукового давления и вибраций несущей системы специального осетокарного станка, на котором выполнялось упрочнение посадочных поверхностей оси колесных пар; измерение уровней шума при упрочнении отверстий колес на токарно-карусельном станке.

При измерении шума и вибрации использовался измеритель «Экофизика» — многоканальная многофункциональная система, предназначенная для измерений динамических процессов, а также измеритель шума «ОКТАВА-101» и измеритель общей вибрации «ОКТАВА-101 ВМ» с погрешностью измерения ±8%.



Рис. 1. Приборы для измерения шума, общей и локальной вибрации

Fig. 1. Instruments for noise measurement, for whole-body and local vibration

Эксперименты проводились в соответствии с нормативными документами [1–9] организацией «Центр охраны труда и промышленной безопасности», которая имеет аккредитацию на право проведения данных работ. Спектр шума холостого режима колесотокарного станка продемонстрирован на рис. 2.

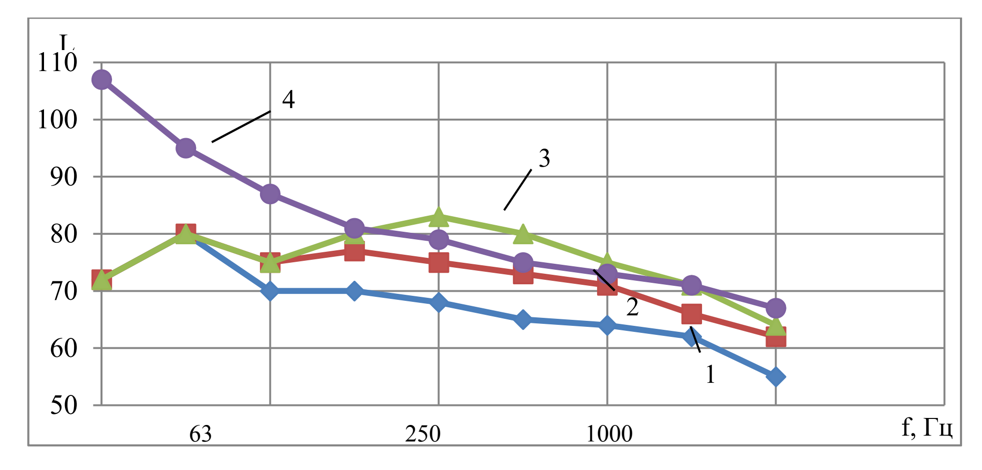


Рис. 2. Спектр шума колесотокарного станка на холостом ходу: 1 — уровень помех в производственном помещении; 2 — уровни звукового давления станка; 3 — уровни звукового давления компрессора; 4 — предельный спектр

Fig. 2. Noise spectrum of wheel lathe at idle: 1 - noise level in the working area; 2 - sound pressure levels of the lathe; 3 - sound pressure levels of the compressor; 4 - limitary spectrum

Фон помех имеет максимальное значение уровня во второй октаве со среднегеометрической частотой 63 Гц и в первой октаве со среднегеометрической частотой 31,5 Гц, при этом уровни звукового давления такие же, как и у самого станка. В указанных октавах уровни шума намного меньше предельно-допустимых значений. В остальных октавах уровни шумового фона помех существенно ниже, чем при холостом режиме станка. Фактически уровни звукового давления станка ниже предельно-допустимых величин во всем нормируемом частотном диапазоне. Уровни звукового давления в компрессоре превышают предельно-допустимые величины на частотах 500, 1000 и 2000 Гц на 4,5 и 2 дБ (соответственно), что и определяет необходимость разработки способов достижения санитарных норм шума в этом частотном диапазоне. Аналогичные результаты получены и на осетокарном станке (рис. 3).

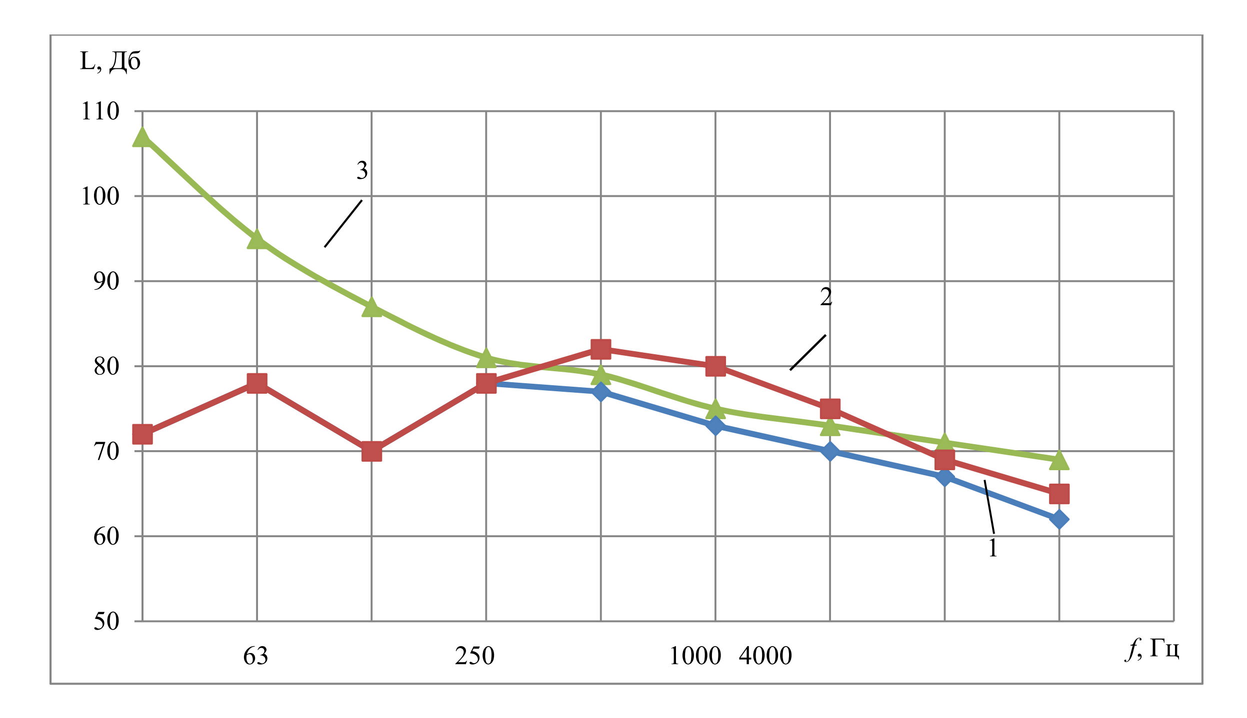


Рис. 3. Спектры шума холостого хода осетокарного станка:
1— шум станка; 2 — шум компрессора; 3 — предельный спектр

Fig. 3. Noise spectra of axial lathe idle:
1- lathe noise; 2 - compressor noise; 3 - limitary spectrum

Несмотря на то, что уровни звукового давления осетокарного станка на 1–2 дБ ниже, чем у компрессорного, по всему нормируемому частотному диапазону уровни звукового давления ниже предельно-допустимых величин. Такое влияние на уровни шума на рабочих местах оказывает компрессор.

Замеры уровней звукового давления в рабочей зоне токарно-карусельного станка также показали соответствие санитарным нормам шума и поэтому в данном разделе не приведены.

При всех видах упрочнения процесс ШСУ производился при постоянных значениях натяга 2,5 и 5 мм и частоте воздействия, равной 42 Гц. На всех типах станков вместо резцов устанавливались упрочнители. Упрочнение производилось на колесах с диаметрами 250, 500 и 800 мм и осях с диаметрами 70, 95, 140, 160, 200 мм.

Для анализа спектрального состава шума определялись расчетные значения собственных частот колебаний, численные значения которых приведены ниже. По результатам расчетов определялось количество собственных частот, попадающих в соответствующие октавы (табл. 1).

Таблица 1
Table 1

Количество собственных частот в октавных полосах
Eigenfrequency amount in octave band

Деталь	Размеры, мм	Ширина октавных полос, Гц								
		22,4–45	45–90	90–180	180–360	360–710	710–1400	1400–2800	2800–5600	5600–11200
Колесо, Д×Н	250×90							1	2	4
	350×95						1	2	2	7
	500×140					1	2	3	7	13
	600×160					1	2	4	7	14
	700×200					1	2	4	8	15
	800×200				1	1	2	4	8	17
Ось, *d*×*l*	70×2000	1		1	1	1	2	2	4	5
	35×2000		1		1	1	2	2	3	4
	140×2000		1		1	1	1	2	2	4
	160×2000						2	1	3	3
	200×2000			1		1	1	2	2	3

Спектры шума и вибрации при шарико-стержневом упрочнении колес приведены на рис. 4–6.

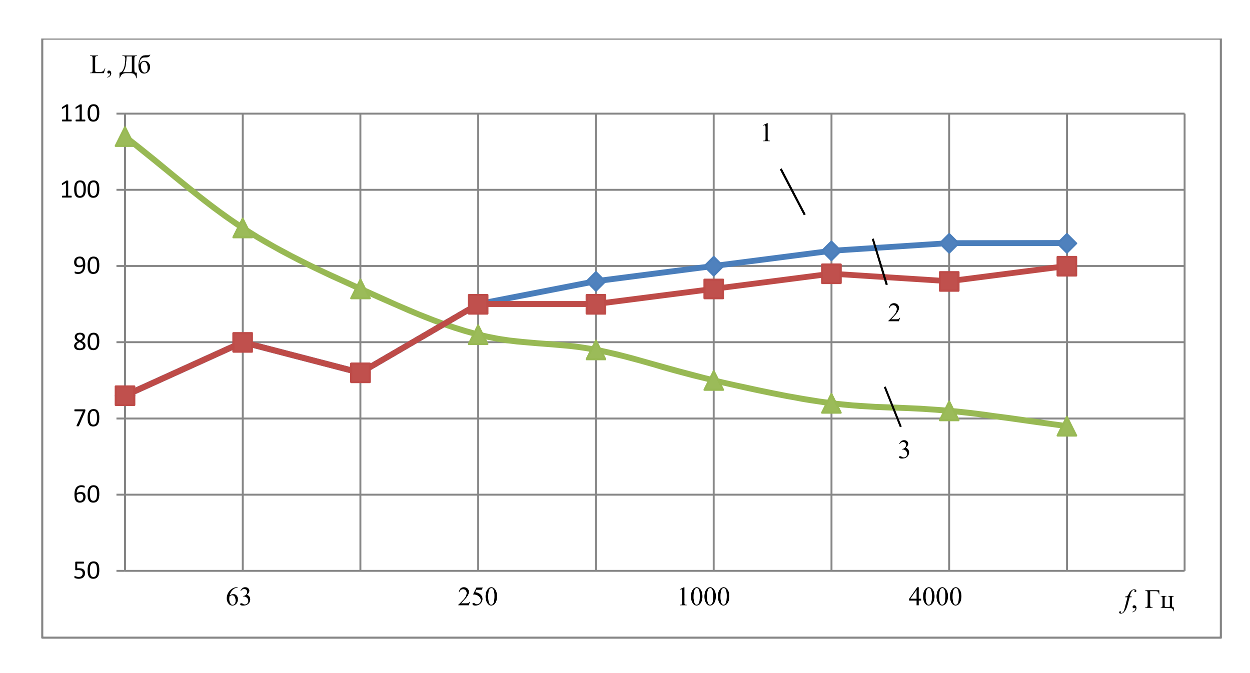


Рис. 4. Спектры шума при шарико-стержневом упрочнении колес диаметром 250 мм:
1 — натяг 2,5 мм; 2 — натяг 5 мм; 3 — предельный спектр

Fig. 4. Noise spectra under ball-rod hardening of wheel diameter in 250 mm:
1 — 2.5 mm preload; 2 — 5 mm preload; 3 — limitary spectrum

В отличие от спектра холостого хода станка, при упрочнении характер спектра претерпевает принципиальные изменения. Спектр имеет ярко выраженный высокочастотный характер. Предельно-допустимые уровни звукового давления превышаются в области частот от 250 до 8000 Гц. Можно предположить, что акустические характеристики в четвертой октаве (среднегеометрическая частота 250 Гц) формируются звуковым излучением компрессора, и при холостом ходе в рабочем режиме уровни звукового давления не изменяются. Максимальные уровни звукового давления создаются в диапазоне с шестой по девятую октавы, причем превышение над санитарными нормами составляет от 15 до 23 дБ.

Этот вывод подтверждается расчетами колес и осей колесных пар (см. табл). Действительно, именно в эти октавы и попадают собственные частоты колебаний колеса. Также можно предположить, что уровни звукового давления в пятой октаве (90дБ на среднегеометрической частоте 500 Гц) формируются звуковым излучением оси колесной пары.

В шестой — девятой октавах обращает на себя внимание тенденция увеличения уровней звукового давления (2–3 дБ на октаву). Подтверждением этому выводу является увеличение количества собственных частот колебаний в вышеуказанных октавах, на которых логарифмически суммируются уровни звукового давления. Увеличение натяга с 2,5 мм до 5 мм приводит к возрастанию уровней звукового давления на 3–5 дБ при неизменном характере спектра. Расчетное значение увеличения уровней звукового давления, определенное по результатам теоретических исследований, составляет 3 дБ, что подтверждается экспериментальными данными.

Измерения уровней звукового давления упрочняемых колес диаметров 500 и 800 мм показали идентичность в общих закономерностях формирования спектрального состава шума, включая и изменения уровней звукового давления на различных натягах. Поэтому на рис. 6 приведены спектры шума при величине натяга, равной 5 мм.

Спектры шума при упрочнении колес больших диаметров также являются высокочастотными, максимальные уровни звукового давления формируются в шестой — девятой октавах.

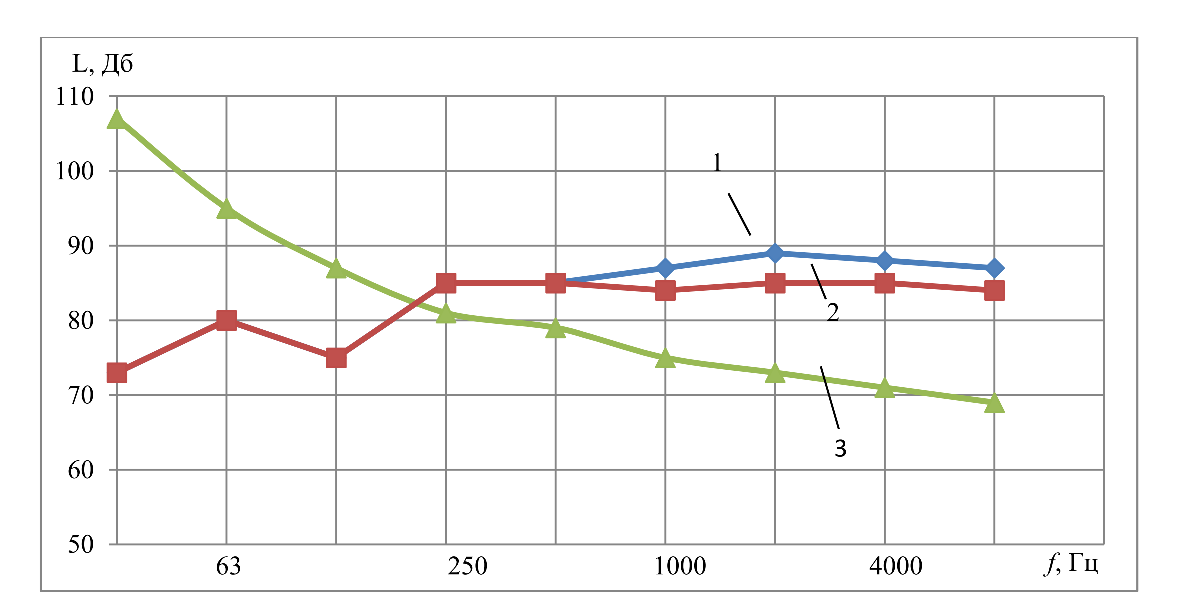


Рис. 5. Спектры шума при упрочнении колес:
1 — диаметром 500 мм; 2 — диаметром 800 мм; 3 — предельный спектр

Fig. 5. Noise spectra under hardening of wheels:
1 — 500 mm in diameter; 2 — 800 mm in diameter; 3 — limitary spectrum

К особенностям полученных экспериментально данных следует отнести уменьшение уровней звукового давления на 3–5 дБ при увеличении диаметров колес и «выравнивание» интенсивности излучаемой звуковой энергии в шестой — девятой октавах.

Первый вывод объясняется увеличением массы упрочняемых колес. Второй — смешением собственных частот колебаний при увеличении диаметров колес и большим количеством собственных частот, попадающих в шестую — девятую октавы. Эти данные также подтверждают результаты теоретических исследований о закономерностях формирования акустических характеристик при упрочнении колес.

Выводы. Выявлена взаимосвязь между спектральным составом уровней звукового давления, технологическими параметрами процесса шарико-стержневого упрочнения, геометрическими размерами упрочняемых изделий. Идентифицированы источники шума, создающие превышения октавных уровней звукового давления над нормативными величинами. Установлено, что в общей акустической системе колесотокарного, осетокарного и токарно-карусельного станка подсистема «упрочняемая деталь — упрочнитель» определяет интенсивность звукового излучения. Результаты экспериментальных исследований подтвердили теоретические выводы о закономерностях шумообразования при шарико-стержневом упрочнении объектов исследования.

Библиографический список

1. Шумомеры. Часть 1. Технические требования : ГОСТ 17187–2010 [Электронный ресурс] / ГОСТы, СНиПы, СанПиНы и др. Образовательный ресурс. — Режим доступа : http://www.g-ost.ru/51675.html (дата обращения : 01.12.16).

2. Приказ Министерства труда и социальной защиты РФ от 24 января 2014 г. № 33н «Об утверждении методики проведения специальной оценки условий труда» [Электронный ресурс] / Российская газета. — Режим доступа : https://rg.ru/2014/03/28/usloviya-dok.html (дата обращения : 01.12.16).

3. Акустика. Измерения шума для оценки его воздействия на человека. Метод измерений на рабочих местах : ГОСТ Р ИСО 9612–2013 [Электронный ресурс] / Консорциум «Кодекс». — Режим доступа : http: // docs.cntd.ru /document/1200107818.html (дата обращения : 01.12.16).

4. Руководство ИСО/МЭК 98–3:2008. Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения : ГОСТ Р 54500.3–2011 [Электронный ресурс] // Электрон. фонд правовой и норматив.-техн. документации / Консорциум «Кодекс». — Режим доступа : http://docs.cntd.ru/document/1200088855 (дата обращения : 01.12.16).

5. О специальной оценке условий труда [Электронный ресурс] : федеральный закон № 426–ФЗ от 28 декабря 2013 г. / Государственная Дума РФ // Электрон. фонд правовой и норматив.-техн. документации / Консорциум «Кодекс». — Режим доступа : http://www.rg.ru/2013/ 12/30/ocenka-dok.html (дата обращения : 01.12.16).

6. Чубарь, Е. П. Приоритетное направление охраны труда в современных условиях — аттестация рабочих мест / Е. П. Чубарь, В. М. Гарин, И. Г. Переверзов, Т. А. Финоченко // Актуальные проблемы развития транспорта России : сб. трудов междунар. науч. конф. — Ростов-на-Дону, 2004. — С. 328–330.

7. Шум на рабочих местах, в помещениях жилых, общественных зданий и на территории жилой застройки. СН 2.2.4/2.1.8.562–96 [Электронный ресурс] / Гарант. — Режим доступа : http://base.garant.ru/4174553/ (дата обращения : 01.12.16).

8. Производственная вибрация, вибрация в помещениях жилых и общественных зданий. СН 2.2.4/2.1.8.566–96 [Электронный ресурс] // Электрон. фонд правовой и норматив.-техн. документации / Консорциум «Кодекс». — Режим доступа : http://docs.cntd.ru/document/90170328.html (дата обращения : 01.12.16).

9. Инфразвук на рабочих местах, в жилых и общественных помещениях и на территории жилой застройки. СН 2.2.4/2.1.8.566–96 [Электронный ресурс] // Электрон. фонд правовой и норматив.-техн. документации / Консорциум «Кодекс». — Режим доступа : http://docs.cntd.ru/document/1200029239.html (дата обращения : 01.12.16).

References

1. Shumomery. Chast' 1. Tekhnicheskie trebovaniya: GOST 17187–2010. [Sound level meters. Part 1. Technical requirements: GOST 17187 – 2010.] Available at: http://www.g-ost.ru/51675.html (accessed: 01.12.16) (in Russian).

2. Prikaz Ministerstva truda i sotsial'noy zashchity RF ot 24 yanvarya 2014 g. № 33n «Ob utverzhdenii metodiki provedeniya spetsial'noy otsenki usloviy truda». [Order of Ministry of Labor and Social Protection of Russian Federation on January 24, 2014 , no. 33n “On approval of procedure of special assessment of labour conditions”.] Available at: https://rg.ru/2014/03/28/usloviya-dok.html (accessed: 01.12.16) (in Russian).

3. Akustika. Izmereniya shuma dlya otsenki ego vozdeystviya na chelove-ka. Metod izmereniy na rabochikh mestakh: GOST R ISO 9612–2013. [Acoustics. Noise measurement for the purpose of evaluating human exposure to noise. Method of measurements at workplaces: GOST R ISO 9612–2013.] Available at: http: // docs.cntd.ru /document/1200107818.html (accessed: 01.12.16) (in Russian).

4. Rukovodstvo ISO/MEK 98–3:2008. Neopredelennost' izmereniya. Chast' 3. Rukovodstvo po vyrazheniyu neopredelennosti izmereniya: GOST R 54500.3–2011. [ISO / IEC Guide 98-3: 2008. Uncertainty of measurement. Part 3. Guide to the expression of uncertainty in measurement: GOST R 54500.3–2011.] Available at: http://docs.cntd.ru/document/1200088855 (accessed: 01.12.16) (in Russian).

5. O spetsial'noy otsenke usloviy truda: federal'nyy zakon № 426–FZ ot 28 dekabrya 2013 g. Gosudarstvennaya Duma RF. [On special assessment of labour conditions: Federal Law no. 426-FZ of December 28, 2013. State Duma of the Russian Federation.] Available at: http://www.rg.ru/2013/ 12/30/ocenka-dok.html (accessed: 01.12.16) (in Russian).

6. Chubar, E.P., Garin, V.M., Pereverzov, I.G., Finochenko, T.A. Prioritetnoe napravlenie okhrany truda v sovremennykh usloviyakh — attestatsiya rabochikh mest. [Priority area of occupational safety under modern conditions — standardization of workplaces.] Aktual'nye problemy razvitiya transporta Rossii: sb. trudov mezhdunar. nauch. konf. [Major problems of development of transport of Russia: Proc. Int. Sci. Conf.] Rostov-on-Don, 2004, pp. 328–330 (in Russian).

7. Shum na rabochikh mestakh, v pomeshcheniyakh zhilykh, obshchestvennykh zdaniy i na territorii zhiloy zastroyki. SN 2.2.4/2.1.8.562–96. [Noise at workplaces, in residential and public buildings, and in residential areas. Sanitary Norms 2.2.4 / 2.1.8.562-96.] Available at: http://base.garant.ru/4174553/ (accessed: 01.12.16) (in Russian).

8. Proizvodstvennaya vibratsiya, vibratsiya v pomeshcheniyakh zhilykh i ob-shchestvennykh zdaniy. SN 2.2.4/2.1.8.566–96. [Industrial vibration, vibration in residential and public buildings. Sanitary Norms 2.2.4 / 2.1.8.566-96.] Available at: http://docs.cntd.ru/document/90170328.html (accessed: 01.12.16) (in Russian).

9. Infrazvuk na rabochikh mestakh, v zhilykh i obshchestvennykh pomeshcheniyakh i na territorii zhiloy zastroyki. SN 2.2.4/2.1.8.566–96. [Infrasound at workplaces, in residential and public buildings, and in residential areas. Sanitary Norms 2.2.4 / 2.1.8.566-96.] Available at: http://docs.cntd.ru/document/1200029239.html (accessed: 01.12.16) (in Russian).

Поступила в редакцию 18.10.2016
Сдана в редакцию 18.10.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Об авторе:

Стуженко Наталья Игоревна, старший преподаватель кафедры «Строительство и техносферная безопасность», Института сферы обслуживания и предпринимательства филиала Донского государственного технического университета (РФ, г. Шахты, ул. Шевченко 147), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7724-3156, n.stuzhenko@mail.ru

Received 18.10.2016
Submitted 18.10.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Author:

Stuzhenko, Natalia I., senior lecturer of the Construction and Technosphere Safety Department, Institute of Service and Business (DSTU branch), (RF, Shakhty, Shevchenko St., 147), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7724-3156, n.stuzhenko@mail.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 62-922.4 10.23947/1992-5980-2017-17-1-99-104

Исследование шума при обработке плоских деталей шарико-стержневым упрочнителем*

А. Г. Исаев[1], М. А Тамаркин[2], С. А. Раздорский[3]**

[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

[3] Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Noise research under flat parts processing through ball-and-rod reinforcement ***

A. G. Isaev[1], M. A. Tamarkin[2], S. A. Razdorskiy[3]**

[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

[3] Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. В статье представлены результаты исследований обработки поверхностей деталей шарико-стержневым упрочнителем (многоконтактный виброударный инструмент) методом поверхностно-пластического деформирования. Рассматриваемый процесс может использоваться для упрочнения как плоских, так и лекальных поверхностей, создания сжимающих остаточных напряжений, сглаживания каверн, нанесения регулярного микрорельефа на пары трения, а также для обработки сварных швов. При проведении настоящих исследований выявлены технологические возможности обработки, определены закономерности выбора конструктивных параметров устройства. Процесс обработки относится к ударным и сопровождается интенсивным звуковым излучением. Установлено, что шум при обработке значительно превышает допустимые пределы.

Материалы и методы. Исследования проводились на универсальном фрезерном станке. Упрочнению подвергались длинномерные плоские детали, которые устанавливались непосредственно на стол станка либо в специальные приспособления. Линейный источник шума принят в качестве модели.

Результаты исследования. Получены зависимости для определения звукового давления, собственных частот колебаний детали и спектров шума. Разработан комплекс мероприятий по снижению шума при обработке. Выполнен значительный объем экспериментальных исследований, подтверждающий адекватность полученных теоретических моделей.

Обсуждение и заключения. При проведении исследований установлено, что эффективность в снижении шума не может быть достигнута рациональным подбором вибропоглощающего материала. В связи с этим рекомендуется применение пассивной шумозащиты рабочей зоны станка в виде плоского экрана из поликарбонатного стекла, что позволит довести до нормативных значения шума в зоне обработки. Рассчитаны конструктивные параметры предлагаемого акустического экрана.

Introduction. Research results of the part surface treatment by a ball-and-rod reinforcer (multicontact shock-vibrating tool) through the surface plastic deformation method are provided. The considered process can be used for hardening both flat and curved surfaces, as well as for generating compressing residual voltages, pocket smoothing, regular microrelief fitting on friction pairs, and for joint weld machining. When carrying out this research, the manufacturing processability is identified, the regularities of selecting design data of the device are determined. The treatment process is percussive, and it is attended by heavy acoustic radiation. It is found that noise under processing far exceeds the allowable range.

Materials and Methods. The investigation was conducted on a universal milling machine. Long flat parts were exposed to hardening. The parts were installed directly on the machine table or in special devices. A line noise source was accepted as a model.

Research Results. Dependences are obtained for determining the sound pressure, natural frequencies of the part oscillations, and noise spectra. A set of noise abatement procedures under processing is worked out. A considerable amount of the experimental research confirming adequacy of the obtained theoretical models is undertaken.

Discussion and Conclusions. When carrying out the studies, it is established that efficiency in noise abatement cannot be obtained by the rational selection of the vibration-absorbing material. In this regard, the use of passive noise protection of the machine site in the form of a flat polycarbonate-glass screen is recommended. This will allow reducing noise in the work zone to the standard values. Design data of the offered acoustic screen are calculated.

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

**E-mail: Isaev 278@rambler.ru, tehn_rostov@mail.ru, OPM@rgups.ru

*** The research is done within the frame of the independent R&D.

Ключевые слова: обработка шарико-стержневым упрочнителем, уровни звукового давления, спектры шума, защитные устройства.

Keywords: processing through ball-and-rod reinforcement, sound pressure levels, noise spectra, protection devices.

Введение. Актуальной задачей современного машиностроения является увеличение жизненного цикла производимых машин, позволяющее значительно продлить срок эксплуатации выпускаемых изделий и, соответственно, получить экономический эффект за счет сокращения их выпуска. Важную роль в решении этой задачи играют методы обработки поверхностным пластическим деформированием (ППД), использование которых позволяет улучшить основные эксплуатационные свойства деталей машин, такие как: контактная жесткость, износостойкость, усталостная прочность, долговечность и т. п. Для осуществления процесса обработки ППД деталей сложной конфигурации, имеющих небольшой перепад профиля по высоте, на кафедре «Технология машиностроения» ДГТУ под руководством профессора А. П. Бабичева изобретено специальное устройство — шарико-стержневой упрочнитель (ШСУ). С его помощью выполняется упрочняющая обработка деталей небольшой площади либо местное упрочнение участков поверхности, содержащих концентраторы напряжений [1, 2, 3]. Схема устройства представлена на рис. 1.

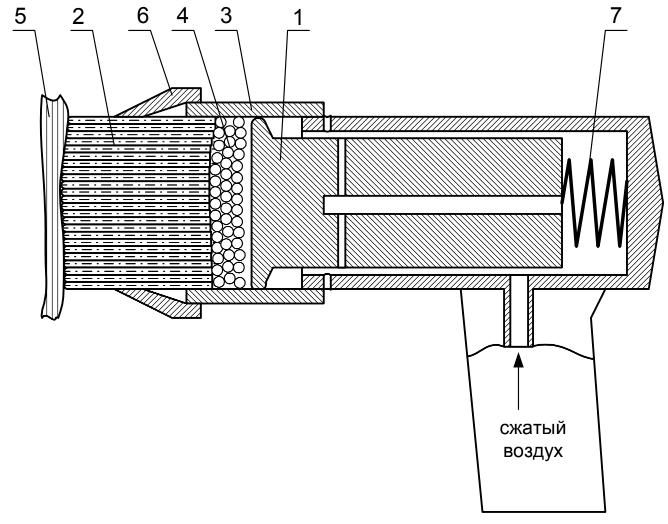


Рис. 1. Схема многоконтактного виброударного инструмента ШСУ: 1 — силовой привод, 2 — пакет круглых стержней, 3 — корпус упрочнителя, 4 — стальные шары, 5 — обрабатываемая деталь, 6 — цанговый зажим, 7 — упругий элемент

Fig. 1. Multicontact shock-vibrating ShSU tool circuit: 1 - powered drive, 2 - round rod assembly, 3 – reinforcer body, 4 - steel balls, 5 - workpiece,6 – collet closer, 7 - elastic element

В качестве силового привода используется пневмомолоток, на котором закреплен корпус упрочнителя. Боек силового привода 1 наносит удары с частотой порядка 42 Гц по нескольким слоям стальных шаров 4. Удары передаются пакету круглых стержней 2, установленному в цанговом зажиме 6. Наличие нескольких слоев шаров позволяет стержням, имеющим сферическую заточку рабочей поверхности, копировать фасонный профиль обрабатываемой детали 5.

При исследовании технологических возможностей процесса обработки ШСУ установлено, что наибольшее влияние на качество поверхностного слоя обработанных деталей оказывает энергия удара привода, радиус заточки стержней, число стержней в пакете, подача устройства вдоль обрабатываемой поверхности [3–5]. Процесс обработки позволяет обеспечить хорошую интенсивность упрочнения, снижение шероховатости обрабатываемой поверхности и формирование сжимающих остаточных напряжений, что, в свою очередь, вызывает повышение эксплуатационных свойств обработанных деталей.

К настоящему времени в результате проведенных исследований выявлены технологические возможности обработки ШСУ, определены закономерности выбора конструктивных параметров устройства, составлены технологические рекомендации для формирования регулярных микрорельефов обрабатываемых поверхностей [1, 2, 6–10]. Вместе с тем обширен круг нерешенных вопросов, что сдерживает широкое применение процесса в производстве.

Процесс обработки ШСУ относится к ударным и сопровождается интенсивным звуковым излучением. Известно, что защита работников от воздействия опасных и вредных производственных факторов является актуальной проблемой охраны труда. Среди опасных и вредных производственных факторов особое место занимают шум и вибрации. Исследователи описывают их как постоянно действующие воздействия высокой интенсивности, приводящие к ухудшению здоровья работающих и к снижению производительности труда [1, 2, 3].

К сожалению, технологический процесс обработки ШСУ сопровождается значительным шумом, который превышает санитарные нормы. Для снижения шума в рабочей зоне оператора до нормативных значений необходимо

провести всесторонние исследования шумообразования и разработать комплекс мероприятий экологического характера.

Основная часть. При обработке плоских деталей устройство для обработки ШСУ размещается на фрезерной бабке универсального фрезерного станка. При этом станок работает как привод подачи. Шпиндель станка не вращается. Соответственно, при шумообразовании в формирование звукового поля в рабочей зоне оператора вносит вклад только привод подач, который в современных фрезерных станках содержит шариковую винтовую пару, приводимую во вращение от двигателя постоянного тока с бесступенчатым регулированием частоты вращения. Известно, что такие механизмы обеспечивают низкий уровень шума и вибраций. Таким образом, можно сделать следующий вывод: повышенный уровень шума в рабочей зоне определяется звуковым излучением упрочнителя и обрабатываемых деталей.

Как правило, по вышеуказанной схеме производится обработка плоских деталей значительной длины. Для них в качестве модели может быть использован линейный источник шума, звуковое давление которого согласно [1] определено по зависимости:

$$P = 9,5\frac{\upsilon_к}{r}\left(f_k F l\right)^{0.5},$$

где $\upsilon_к$ — скорость колебаний, f_k — собственные частоты колебаний, F — площадь излучающей звук поверхности, l — длина детали, r — расстояние от источника до расчетной точки.

При данном методе обработки детали закрепляются на столе станка с помощью прихватов либо в специальных приспособлениях. Для плоских деталей возможно применение демпфирующей прокладки из специального материала, которая будет поглощать собственные частоты колебаний. Модель плоской длинномерной детали можно представить в виде балки, частота собственных колебаний которой определяется по зависимости:

$$f_k = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{\pi\kappa}{l}\right)^4\frac{EJ}{m_0}+\frac{j_{пр}}{m_0}},$$

где E — модуль упругости; J — момент инерции детали; m_0 — распределенная масса; $j_{пр}$ — приведенная жесткость технологической системы; κ — коэффициент, определяющий собственные частоты колебаний.

Уровни звукового давления, создаваемые обрабатываемыми деталями типа балок, можно определить по следующей зависимости:

$$L = 20\,lg\,\upsilon_k + 10\,lg\left[\left(\frac{\pi\kappa}{l}\right)^4\frac{EJ}{\rho}+\frac{j_{пр}}{\rho}\right]\times F + 20\,lg\frac{l}{r}+106,$$

где ρ — плотность материала заготовки.

Для проведения инженерных расчетов с использованием вышеприведенной зависимости необходимо рассчитать скорость колебаний детали на собственных частотах. Она представляет собой комплексную величину. Для проведения расчетов спектров шума, которые представляют собой усредненные по октавам уровни звукового давления, достаточно вычислить действительную часть скорости колебаний:

$$Re\{\upsilon_k\} = \frac{2\pi kP}{Ml}\sum\frac{k\left(sin\frac{\pi kx_1}{l}+sin\frac{\pi kx_2}{l}+...+sin\frac{\pi kx_к}{l}\right)}{\left\{\left[EJ\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4+\frac{j_{пр}}{m_0}-\left(\frac{\pi k\upsilon}{l}\right)^2\right]^2+\left(\eta EJ\right)^2\left(\frac{\pi k}{l}\right)^3\right\}^{0.5}}\times$$

$$\times\, sin\, arctg\frac{-EJ\eta\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4}{EJ\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4+\frac{j_{пр}}{m_0}-\left(\frac{\pi k\upsilon}{l}\right)^2+\left(\eta EJ\right)^2\left(\frac{\pi k}{l}\right)^3},$$

где P — силовое воздействие со стороны технологического процесса, M — масса изделия, $x_к$ — координата расположения стержня упрочнителя, υ — скорость перемещения стола с упрочняемым изделием, η — эффективный коэффициент потерь колебательной энергии упрочняемого изделия.

При обработке ШСУ плоских деталей типа балок соблюдение санитарных норм шума и вибраций может быть обеспечено рациональным подбором демпфирующих прокладок, различающихся толщиной и вибропоглощающими свойствами материалов. Однако во многих случаях не удается снизить шум до нормативных значений, и тогда следует

применять пассивные методы шумозащиты рабочей зоны оператора. Для обработки ШСУ рекомендуется использовать плоский экран из поликарбонатного стекла, который может обеспечить снижение уровней шума до нормативных значений во всем нормируемом диапазоне частот (31,5–2000 Гц). Длина экрана выбирается по размерам стола фрезерного станка, а высота рассчитывается по известным зависимостям акустической эффективности [1, 3]:

$$\Delta L_э = 10\,lg\left(g\pi^2 \cdot \frac{h}{\lambda} tg\frac{\varphi}{2}\right) \cdot 10\,lg\,n,$$

где h — высота экрана; λ — длина волны в воздухе; φ — угол преломления звуковой волны; n — количество ребер экрана, через которые звуковая энергия проникает в расчетную точку.

Схема для расчета высоты экрана приведена на рис. 2. Здесь в точке A располагается источник шума, а в точке D — голова оператора.

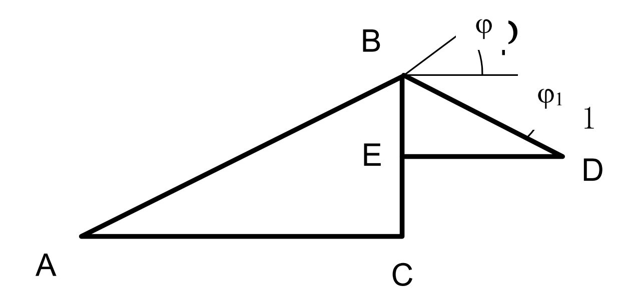


Рис. 2. Расчетная схема акустического экрана

Fig.2. Design model of acoustic baffle

В соответствии с этой схемой, $\angle\varphi = \angle A + \angle\varphi_1$.

Тогда зависимость примет вид:

$$tg\angle A = \frac{CB}{AC},\ tg\angle\varphi_1 = \frac{BE}{ED},$$

где AC и ED — расстояния от источника шума и рабочего места до акустического экрана соответственно. Тогда

$$\angle\varphi = arctg\frac{CB}{AC} + arctg\frac{BE}{ED}.$$

После преобразований зависимость для определения высоты акустического экрана может быть представлена следующим образом:

$$h = 10^{0,1\left(L_{pi} - L_{ci} + 1{,}1 - lg\,f_i - lg\ \ tg\frac{\varphi}{2}\right)},$$

где L_{pi} — фактические октавные уровни звукового давления, L_{ci} — октавные предельно допустимые уровни звукового давления, f_i — среднеквадратичные частоты октавных полос.

После проведения расчетов из всех полученных значений высоты акустического экрана выбирается наибольшее. Особо следует отметить, что установка экрана также позволяет защитить оператора от получения травм при поломках технологической оснастки либо обрабатываемой детали. Для надежной защиты рекомендуется защитный экран из поликарбонатного стекла.

Внедрение результатов исследований в производство на одном из машиностроительных предприятий позволило снизить уровень шума в рабочей зоне оператора до нормативных значений (рис. 3).

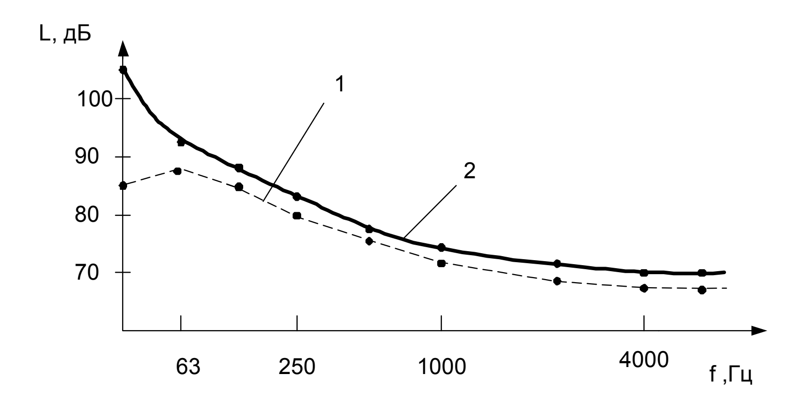


Рис. 3 Спектры шума: 1 — шум при обработке с системой шумозащиты, 2 — предельный спектр

Fig. 3 Noise spectra: 1 - noise under processing with noise protection system, 2 - limitary spectrum

Выводы. В результате проведенного исследования получены зависимости для определения звукового давления, собственных частот колебаний детали и спектров шума. Разработан комплекс мероприятий по снижению шума при обработке. Выполнен значительный объем экспериментальных исследований, подтверждающий адекватность полученных теоретических моделей.

Установлено, что эффективность в снижении шума не может быть достигнута рациональным подбором вибропоглощающего материала. В связи с этим рекомендуется применение пассивной шумозащиты рабочей зоны станка в виде плоского экрана из поликарбонатного стекла, что позволит довести до нормативных значения шума в зоне обработки. Рассчитаны конструктивные параметры предлагаемого акустического экрана.

Библиографический список

1. Чукарин, А. Н. Обеспечение комфортных условий труда при виброударной отделочной обработке фасонных деталей за счет снижения вибраций и шума / А. Н. Чукарин, Л. М. Щерба // Прогрессивные технологии в машино- и приборостроении : сб. ст. по мат-лам Всерос. науч.-техн. конф. — Нижний Новгород ; Арзамас, 2002. — С. 352–355.

2. Щерба, Л. М. Проектирование технологических процессов виброударной отделочной обработки шарико-стержневым упрочнителем с учетом снижения шума в рабочей зоне : дис. ... канд. техн. наук / Л. М. Щерба. — Ростов-на-Дону, 2003. — 166 с.

3. Аксенов, В. Н. Совершенствование процесса отделочно-упрочняющей обработки многоконтактным виброударным инструментом с учетом ударно-волновых явлений : дис. ... канд. техн. наук / В. Н. Аксенов. — Ростов-на-Дону, 2000. — 193 с.

4. Прокопец, Г. А. Интенсификация процесса виброударной обработки на основе повышения эффективности виброударного воздействия и учета ударно-волновых процессов : дис. ... канд. техн. наук / Г. А. Прокопец. — Ростов-на-Дону, 1995. — 220 с.

5. Иванов, Н. И. Основы виброакустики / Н. И. Иванов, А. С. Никифоров. — Санкт-Петербург : Политехника, 2000. — 482 с.

6. Рыковский, Б. П. Местное упрочнение деталей поверхностным наклепом / Б. П. Рыковский, В. А. Смирнов, Т. М. Щетинин. — Москва : Машиностроение, 1985. — 152 с.

7. Igginson, R.-F. Errors of measurements when determining radiation of noise / R.-F. Igginson, P. Hapes // Noise Control Engineering Journal. — 1993. — Vol. 40, № 2. — P. 109–111.

8. Linear and Nonlinear Elasticity of Granular Media: Stress Induced Anisotropy of a Random Sphere Pack / D.-L. Johnson [et al.] // Journal of Applied Mechanics. — 1998. — Vol. 65. — P. 380–388.

9. Norris, A.-N. Nonlinear Elasticity of Granular Media / A.-N. Norris, D.-L. Johnson // Journal of Applied Mechanics. — 1997. — Vol. 64. — P. 39–49.

10. Radjai, F. Bimodal character of stress transmission in granular packings / F. Radjai // Physical Review Letters. — 1998. — Vol. 80, № 1. — P. 61–64.

References

1. Chukarin, A.N., Shcherba, L.M. Obespechenie komfortnykh usloviy truda pri vibroudarnoy otdelochnoy obrabotke fasonnykh detaley za schet snizheniya vibratsiy i shuma. [Comfort working environment engineering under shock-vibrating finishing of shaped parts due to vibration control and noise abatement.] Progressivnye tekhnologii v mashino- i priborostroenii: sb. st. po mat-lam Vseros. nauch.-tekhn. konf. [Advanced technologies in machine-building and instrument-making: Proc. All-Russian Sci.-Tech. Conf.] Nizhniy Novgorod; Arzamas, 2002, pp. 352–355 (in Russian).

2. Shcherba, L.M. Proektirovanie tekhnologicheskikh protsessov vibroudarnoy otdelochnoy obrabotki shariko-sterzhnevym uprochnitelem s uchetom snizheniya shuma v rabochey zone : dis. ... kand. tekhn. nauk. [Design of shock-vibrating finishing process through ball-rod reinforcement with account of noise abatement in the working area: Cand.Sci. (Eng.) diss.] Rostov-on-Don, 2003, 166 p. (in Russian).

3. Aksenov, V.N. Sovershenstvovanie protsessa otdelochno-uprochnyayushchey obrabotki mnogokontaktnym vibroudarnym instrumentom s uchetom udarno-volnovykh yavleniy : dis. ... kand. tekhn. nauk. [Improvement of finishing-strengthening treatment by multicontact shock-vibrating tool with allowance for shock-and-wave propagation effects: Cand.Sci. (Eng.) diss.] Rostov-on-Don, 2000, 193 p. (in Russian).

4. Prokopets, G.A. Intensifikatsiya protsessa vibroudarnoy obrabotki na osnove povysheniya effektivnosti vibroudarnogo vozdeystviya i ucheta udarno-volnovykh protsessov : dis. ... kand. tekhn. nauk. [Intensification of shock-vibrating process on the basis of increasing the efficiency of the shock-vibrating action and with account of shock-and-wave propagation effects: Cand.Sci. (Eng.) diss.] Rostov-on-Don, 1995, 220 p. (in Russian).

5. Ivanov, N.I., Nikiforov, A.S. Osnovy vibroakustiki. [Vibroacoustics Basics.] St. Petersburg: Politekhnika, 2000, 482 p. (in Russian).

6. Rykovskiy, B.P., Smirnov, V.A., Shchetinin, T.M. Mestnoe uprochnenie detaley poverkhnostnym naklepom. [Parts local hardening through surface cold working.] Moscow: Mashinostroenie, 1985, 152 p. (in Russian).

7. Igginson, R.-F., Hapes, P. Errors of measurements when determining radiation of noise. Noise Control Engineering Journal, 1993, vol. 40, no. 2, pp. 109–111.

8. Johnson, D.-L., et al. Linear and Nonlinear Elasticity of Granular Media: Stress Induced Anisotropy of a Random Sphere Pack. Journal of Applied Mechanics, 1998, vol. 65, pp. 380–388.

9. Norris, A.-N., Johnson, D.-L. Nonlinear Elasticity of Granular Media. Journal of Applied Mechanics, 1997, vol. 64, pp. 39–49.

10. Radjai, F. Bimodal character of stress transmission in granular packings. Physical Review Letters, 1998, vol. 80, no. 1, pp. 61–64.

Поступила в редакцию 05.12.2016
Сдана в редакцию 05.12.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Об авторах:

Тамаркин Михаил Аркадьевич, заведующий кафедрой «Технология машиностроения» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9558-8625, tehn_rostov@mail.ru

Исаев Александр Геннадьевич, старший преподаватель кафедры «Сервис и техническая эксплуатация автотранспортных средств» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-8986-7353, Isaev 278@rambler.ru

Раздорский Сергей Александрович, доцент кафедры «Основы проектирования машин» Ростовского государственного университета путей сообщения (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного ополчения, 2), OPM@rgups.ru

Received 05.12.2016
Submitted 05.12.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Authors:

Tamarkin, Mikhail A., head of the Engineering Technology Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Dr.Sci. (Eng.), professor, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9558-8625, tehn_rostov@mail.ru

Isaev, Alexander G., senior lecturer of the Engineering echnology Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-8986-7353, Isaev 278@rambler.ru

Razdorskiy, Sergey A., associate professor of the Machine Design Principles Department, Rostov State Transport University (RF, Rostov oblast, Rostov-on-don, square of the Rostov Shooting Regiment of the National militia, 2), OPM@rgups.ru

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 62-50 10.23947/1992-5980-2017-17-1-105-112

Структурный синтез дискретных адаптивных следящих систем на основе объединенного принципа максимума*

А. А. Костоглотов[1], С. В. Лазаренко[2], А. А. Кузнецов[3], И. В. Дерябкин[4], В. А. Лосев[5] **

[1, 2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[3] Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, г. Воронеж, Российская Федерация
[4] Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[5] Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал ДГТУ), г. Шахты, Российская Федерация

Structural synthesis of discrete adaptive tracking systems based on the combined maximum principle ***

A. A. Kostoglotov[1], S. V. Lazarenko[2], A. A. Kuznetsov[3], I. V. Deryabkin[4], V. A. Losev[5] **

[1, 2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[3] Air Force Academy named after Professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin, Voronezh, Russian Federation
[4] Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[5] Institute of Service and Business (DSTU branch), Shakhty, Russian Federation

Введение. Несоответствие структуры математической модели наблюдаемому процессу является одной из причин срыва сопровождения при функционировании управляемых систем. Это определяет актуальность задачи структурного синтеза следящих адаптивных систем, которая рассматривается в экстремальной постановке

Материалы и методы. Для решения задачи синтеза в квазидетерминированном приближении используется методология объединенного принципа максимума. Исследование в этом случае заключается в поиске условия минимума целевого функционала, который является результатом свертки критерия качества и интеграла действия. Это позволяет построить модель фильтра состояния со структурной адаптацией как решение обратной задачи динамики. Практическая реализация полученных с применением такого подхода результатов в цифровых следящих системах ставит задачу выбора схемы конечномерной аппроксимации полученной модели, что связано с определением вида приближения синтезирующей функции и использованием общего решения однородного дифференциального уравнения.

Результаты исследования. Рассмотрен вариант практической реализации цифровых следящих систем на базе конечномерной аппроксимации с новой структурой переходной матрицы и ковариационной матрицы вектора интенсивности возмущений в дискретном времени.

***Обсуждения и заключение*.** Результаты математического моделирования показывают, что новый метод синтеза следящих систем в дискретном времени в условиях регулярных возмущений обеспечивает повышение точности функционирования алгоритмов оценки в сравнении с традиционными.

Ключевые слова: дискретное время, структурная адаптация, объединенный принцип максимума, синтез, фильтр Калмана.

Introduction. Discrepancy of the mathematical model structure to the observed process is one of the causes for loss in the control system operation. It determines the urgency of the problem of structural synthesis of the adaptive tracking systems which is considered in the extremum formulation.

Materials and Methods. The combined maximum principle methodology is used to solve the synthesis problem in the quasideterministic approximation. In this case, the minimum condition of the objective functional which is the result of the convolution of the quality criterion and action integral is investigated. This allows building a state filter model with the structural adaptation as a solution to the inverse dynamic problem. Practical implementation of the results received through this approach in the digital tracking systems sets a problem of selecting a finite-dimensional approximation scheme for the obtained model which is associated with the determination of the synthesizing function approximation form and the use of the general solution to the homogeneous differential equation.

Research Results. Embodiment of the digital tracking systems based on the finite-dimensional approximation with a new structure of the transfer matrix and covariance matrix of the disturbance intensity vector in discrete time is considered.

Discussion and Conclusions. The mathematical modeling results show that a new method of the tracking systems synthesis in discrete time under regular perturbances improves accuracy of the estimators operation compared with the traditional approaches.

Keywords: discrete time, structural adaptation, combined maximum principle, synthesis, Kalman filter.

* Работа выполнена по грантам РФФИ № 16-37-60034 мол_а_дк, № 16-38-00665 мол_а, № 15-08-03798 А и № 15-38-20835 мол_а_вед.
** E-mail: kostoglotov@me.com, rh3311@mail.ru, smithaa@yandex.ru, i.deryabkin@jint.biz, aibolit_773@mail.ru
*** The research is done on RFFI grants nos. 16-37-60034 mol_a_dk; 16-38-00665 mol_a; 15-08-03798 A; and 15-38-20835 mol_a_ved.

Введение. Наиболее общий подход к синтезу следящих систем связан с решением стохастического дифференциального уравнения Стратоновича. Его конечномерная аппроксимация приводит к сеточным фильтрам с большим объемом вычислительных затрат. Поэтому практическое применение получил ставший эталоном для сравнения фильтр Калмана. Структурно подобные алгоритмы, например, расширенный фильтр Калмана, регрессионные фильтры, сигма-точечные фильтры и т. д., применяют в связи с необходимостью оценки нелинейных систем в условиях воздействия негауссовских случайных процессов [1–4]. Эффективность таких решений не очень высока, поскольку они используют аппроксимацию, обоснованность применения которой не очевидна и сводится к эмпирическим предположениям. Применение метода расширения пространства состояний и построение модели наблюдаемого процесса на основе формирующего фильтра выглядит более обоснованно. Однако не всегда реальный нелинейный процесс можно аппроксимировать линейным фильтром с достаточной степенью точности. Это связано со структурными отличиями линейных и нелинейных моделей динамики, приводящими к возникновению ошибок в следящих системах, которые можно трактовать как «структурные» и рассматривать задачу адаптации структуры модели с целью их компенсации. При реализации фильтра Калмана эти ошибки частично компенсируются за счет возникновения корреляционных связей, которые определяются решением уравнения для ковариационной матрицы ошибок фильтрации (оценки). Однако в установившемся режиме коэффициенты обратной связи подобных алгоритмов практически перестают зависеть от наблюдений и, соответственно, «структурные» ошибки полностью не компенсируются. На практике используются менее точные, но более эффективные в смысле вычислительных затрат α-β и α-β-γ алгоритмы. Это позволяет сделать вывод о возрастании ошибок, связанных с неточностью применяемой в основе фильтра оценки состояния модели [5, 6].

Применение квазидетерминистских методов в задачах синтеза следящих систем также приводит к калмановским алгоритмам. В частности, такой результат получают на основе методов теории регуляризации или процедуры инвариантного погружения [2,3,7]. Несоответствие положенной в основу процедуры синтеза математической модели наблюдаемому процессу в данном случае приводит к ошибкам экстраполяции и является одной из причин расхождения фильтра и срыва вычислительной процедуры [2,4,6]. Попытки предотвращения такой ситуации связаны с использованием многомодельных алгоритмов или сложных моделей, характеризующихся большим числом подлежащих определению параметров [4]. Это приводит к возрастанию размерности задачи и препятствует реализации таких решений в следящих системах в реальном масштабе времени из-за ограниченной вычислительной мощности электронных вычислительных машин [1,9]. Таким образом, для повышения эффективности следящих систем необходимо решить задачу адаптации структуры модели исследуемой системы [11,14].

Основой решения задачи структурной адаптации с успехом может служить методология объединенного принципа максимума [10–12]. Этот подход приводит к модели динамической системы, которая удовлетворяет принципу Гамильтона-Остроградского [13]. Структура модели определяется из условия максимума функции обобщенной мощности с точностью до нелинейной синтезирующей функции, определяющей скорость диссипации и, соответственно, степень структурной адаптации. Практическая реализация полученных с применением такого подхода результатов в цифровых следящих системах ставит задачу выбора схемы конечномерной аппроксимации полученной модели [9], что связано с определением вида приближения синтезирующей функции и использованием общего решения однородного дифференциального уравнения.

Целью данной работы являлась разработка метода синтеза следящих систем в дискретном времени с адаптацией структуры модели на основе методологии объединенного принципа максимума.

Постановка задачи. Пусть динамика системы в дискретном времени задана с точностью до структур переходной матрицы $\Phi(k) \in R^{r \times r}$ и вектора интенсивности возмущений $G(k) \in R^r$ линейным разностным векторным уравнением [2,5,8]

$$x(k+1) = \Phi(k)x(k) + G(k)\eta(k), \tag{1}$$

где $\mathbf{x}(k) \in R^r$ —вектор состояния, $\eta(k)$ —возбуждающая функция, k —момент времени.

Уравнение наблюдений имеет вид

$$y(k) = Hx(k) + \xi(k), \tag{2}$$

где $H \in R^{1 \times r}$ — матрица проекции пространства состояний на пространство наблюдений, $\xi(k)$ — белый гауссовский шум.

В пространстве наблюдений выбран целевой функционал

$$J = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N} R_{\xi}^{-1}\left[y(k) - H\hat{x}(k)\right]^2, \tag{3}$$

где R_{ξ}^{-1} — параметр, который характеризует интенсивность помех в канале наблюдений, знак ^ означает оценку.

Требуется из условия минимума целевого функционала (3) найти оценки вектора состояния $\hat{x}(k) \in R^r$ для момента времени k, если он увеличивается [8, 11].

Синтез следящей системы на основе объединенного принципа максимума. Для решения поставленной экстремальной задачи (1)–(3) необходимо определить структуру матрицы переходов состояний $\Phi(k) \in R^{r\times r}$ и вектора интенсивности возмущений $G(k) \in R^r$ исходя из требований к синтезируемой следящей системе.

Математическое описание динамики системы основано на физических закономерностях и допущениях и поэтому является, как правило, приближенным, что приводит к неадекватности модели, которая трактуется как структурная неопределенность $\Phi(k) \in R^{r\times r}$. Например, так происходит когда в основу модели заложены лишь кинематические связи между параметрами движения [5,7].

Один из способов разрешения проблемы структурной неопределенности заключается в построении моделей с использованием утверждений, которые обеспечивают исчерпывающее описание динамики систем. За основу могут быть выбраны вариационные принципы [13]. В работе [11] с использованием принципа Гамильтона-Остроградского получена модель состояния в форме дифференциального уравнения второго порядка

$$\ddot{\hat{x}} = Q = \varepsilon \frac{-\left|\dot{\hat{x}}\right| \dot{\hat{x}}}{\left|\hat{x}\right|} + \zeta\left[y(t) - H(\hat{x},t)\right], \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}^0, \dot{\hat{x}}(t_0) = \dot{\hat{x}}^0, \tag{4}$$

где ε — параметр адаптации, определяющий долю регулярной составляющей приращения вектора состояния, $\zeta = \dfrac{1}{\lambda R_\xi}$ — параметр, определяющий вклад случайного процесса в наблюдаемое изменение состояния, $Q \in \bar{G}_Q$ — обобщенная сила, $\bar{G}_Q$ — замкнутое ограниченное множество.

Модель (4) получена на основе условия [10]

$$\Phi = \max_{Q\in \bar{G}_Q}\left[\lambda Q(x,\dot{x}) - R_\xi^{-1}\left[y(t) - H(\hat{x},t)\right]\right]\dot{x}, \quad \lambda = const, \tag{5}$$

где λ — неопределенный множитель Лагранжа, откуда с точностью до синтезирующей функции $\mu\left(\hat{x},\dot{\hat{x}}\right)$ [12]

$$\hat{Q} = \lambda^{-1}\left[\mu\left(\hat{x},\dot{\hat{x}}\right)\dot{\hat{x}} + R_\xi^{-1}\left[y(t) - H(\hat{x},t)\right]\right]. \tag{6}$$

Для получения конечномерной аппроксимации (4) в форме векторного разностного уравнения (1) запишем его как векторное дифференциальное уравнение первого порядка. Процедура расширения пространства состояний приводит к следующему результату

$$\dot{x} = f(x) + G\eta(t), \quad \mathrm{x}(t_0) = x^0, \tag{7}$$

где $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $x_1 = \hat{x}, x_2 = \dot{\hat{x}}$, $f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\varepsilon\dfrac{|x_1|x_2}{|x_1|} \end{bmatrix} = A(x)x$ — вектор-функция системы для которой, $\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$ $G = \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta \end{bmatrix}$, $\eta(t)$ — центрированный относительно Hx случайный процесс с интенсивностью R_η,. $\beta = -\varepsilon\dfrac{|x_2|}{|x_1|}$

Рассматривается широко распространенный случай [5], когда выполняется с достаточной степенью точности условие: $\beta = const$. Тогда в дискретном времени для решения уравнения (7) справедливо [5]

$$x(t+\Delta T) = \mathrm{e}^{A\Delta T}x(t) + \int\limits_t^{t+\Delta T} \mathrm{e}^{A(t+\Delta T-\tau)}G\,\eta(\tau)\,\mathrm{d}\tau, \tag{8}$$

откуда

$$\Phi(k) = \mathrm{e}^{\mathrm{A}\Delta T}, \quad \mathrm{G}(k)\eta(k) = \int\limits_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \mathrm{e}^{\mathrm{A}((k+1)\Delta T-\tau)}\mathrm{G}\,\eta(\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{9}$$

где ΔT — фиксированный интервал дискретизации.

Вычисление матричной экспоненты приводит к матрице перехода состояний, которая определяется двумя параметрами

$$\Phi(\Delta T,\beta)=\mathrm{e}^{\mathrm{A}\Delta T}=\begin{bmatrix}1 & \dfrac{\mathrm{e}^{\beta\Delta T}-1}{\beta}\\ 0 & \mathrm{e}^{\beta\Delta T}\end{bmatrix}, \tag{10}$$

а вектор интенсивности возмущений сверткой

$$\mathrm{G}(k)\eta(k)=\int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T}\begin{bmatrix}1 & \dfrac{\mathrm{e}^{\beta}-1}{\beta}\\ 0 & \mathrm{e}^{\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ \zeta\end{bmatrix}\eta(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T}\begin{bmatrix}n_1(\tau)\\ n_2(\tau)\end{bmatrix}\eta(\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{11}$$

где $n_1(\tau)=\zeta\dfrac{\mathrm{e}^{\beta}-1}{\beta},\ n_2(\tau)=\zeta\mathrm{e}^{\beta}.$

Решение полностью формализованной экстремальной задачи (1)–(3) с использованием дискретного варианта метода инвариантного погружения приводит к алгоритму калмановского типа [2–4, 8]

$$\begin{aligned}
&\hat{\mathrm{x}}(k+1|k)=\Phi(\Delta T,\beta)\,\hat{\mathrm{x}}(k|k),\\
&\hat{\mathrm{x}}(k|k)=\hat{\mathrm{x}}(k|k-1)+\mathrm{K}(k|k-1)[y(k)-\mathrm{H}\hat{\mathrm{x}}(k|k-1)],\\
&\mathrm{K}(k|k-1)=\mathrm{P}(k|k-1)\mathrm{H}^{T}\left[\mathrm{HP}(k|k-1)\mathrm{H}^{T}+R_{\xi}^{2}\right]^{-1},\\
&\mathrm{P}(k|k-1)=\Phi(\Delta T,\beta)\mathrm{P}(k-1|k-1)\Phi^{T}(\Delta T,\beta)+\mathrm{V}(k),\\
&\mathrm{P}(k|k)=\mathrm{P}(k|k-1)-\mathrm{P}(k|k-1)\mathrm{H}^{T}\left[\mathrm{HP}(k|k-1)\mathrm{H}^{T}+R_{\xi}^{2}\right]^{-1}\mathrm{HP}(k|k-1),
\end{aligned} \tag{12}$$

где $\hat{x}(k+1|k)$ — оценка $x(k+1)$ по всем предыдущим измерениям, включая последнее k-е значение (предсказание на шаг), $\hat{x}(k|k)$ — оценка $\mathrm{x}(k)$ по всем предыдущим измерениям (фильтрация), $K(k|k-1)$ — коэффициент обратной связи, $P(k|k)$, $P(k|k-1)$ — соответственно ковариационные матрицы оценки и предсказания на шаг,

$$\mathbf{V}=\begin{vmatrix}\dfrac{\zeta^2R_\eta}{\beta}\left(\dfrac{\mathrm{e}^{2\beta\Delta T}-1}{2\beta^2}+\dfrac{2-2\mathrm{e}^{\beta\Delta T}}{\beta^2}+\dfrac{\Delta T}{\beta}\right) & \dfrac{\zeta^2R_\eta}{\beta}\left(\dfrac{\mathrm{e}^{2\beta\Delta T}-1}{2\beta}+\dfrac{1-\mathrm{e}^{\beta\Delta T}}{\beta}\right)\\ \dfrac{\zeta^2R_\eta}{\beta}\left(\dfrac{\mathrm{e}^{2\beta\Delta T}-1}{2\beta}+\dfrac{1-\mathrm{e}^{\beta\Delta T}}{\beta}\right) & \dfrac{\zeta^2R_\eta}{\beta}\left(\dfrac{\mathrm{e}^{2\beta\Delta T}-1}{2}\right)\end{vmatrix} \tag{13}$$

— ковариационная матрица вектора возмущений.

Исследование эффективности предлагаемого решения. Рассмотрим варианты построения следящих систем с использованием предлагаемой модели и традиционно используемых вариантов кинематических моделей для $x\in R^2$ и $x\in R^3$ [7]

$$x_1(k)=x_1(k-1)+x_2(k-1)\Delta\mathrm{T}+\frac{x_3(k-1)\Delta\mathrm{T}^2}{2}+\ldots, \tag{14}$$

где $x_2=\dot{x},\ x_3=\ddot{x}$ — соответственно скорость и ускорение.

При

$$x=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}, H=|1\quad 0|, \tag{15}$$

из (14) имеем [5]

$$\Phi=\begin{vmatrix}1 & \Delta T\\ 0 & 1\end{vmatrix},\ G=\begin{vmatrix}\dfrac{\Delta T^2}{2}\\ \Delta T\end{vmatrix}, \tag{16}$$

откуда для вектора интенсивности возмущений

$$G(k)\eta(k)=\int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T}\begin{bmatrix}\dfrac{3\Delta T^2}{2}\\ \Delta T\end{bmatrix}\eta(\tau)\mathrm{d}\tau. \tag{17}$$

Его использование позволяет получить ковариационную матрицу возмущений

$$V = \begin{vmatrix} \frac{9R_\eta \Delta T^5}{20} & \frac{R_\eta \Delta T^4}{2} \\ \frac{R_\eta \Delta T^4}{2} & \frac{R_\eta \Delta T^3}{2} \end{vmatrix}. \qquad (18)$$

Пусть

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, H = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \qquad (19)$$

где ускорение описывается моделью формирующего фильтра в непрерывном времени [5]

$$\dot{x}_3 = -\alpha \dot{x}_3 + w, \qquad (20)$$

α — постоянная времени ускорения, w — возбуждающая функция. Тогда при выборе возбуждающей функции в виде белого шума уравнения движения записываются в форме векторного дифференциального уравнения первого порядка, откуда [5]

$$\Phi = \begin{vmatrix} 1 & \Delta T & \frac{1}{\alpha^2}\left[-1 + \alpha\Delta T + \exp[-\alpha\Delta T]\right] \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}\left[1 - \exp[-\alpha\Delta T]\right] \\ 0 & 0 & \exp[-\alpha\Delta T] \end{vmatrix}. \qquad (21)$$

При фиксированном α и достаточно высокой частоте поступления измерительной информации, когда $\alpha\Delta T$ мало, (21) вырождается в матрицу Ньютона

$$\Phi = \begin{vmatrix} 1 & \Delta \mathrm{T} & \frac{\Delta \mathrm{T}^2}{2} \\ 0 & 1 & \Delta \mathrm{T} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \qquad (22)$$

которая может быть получена из (14). Соответственно вектор интенсивности возмущений определяется выражением [5]

$$\mathrm{G}(k)w(k) = \\ = \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \begin{bmatrix} 1 & (k+1)\Delta T - \tau & \frac{1}{\alpha^2}\left[-1 + \alpha((k+1)\Delta T - \tau)\right] + \exp[-\alpha((k+1)\Delta T - \tau)] \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}\left[1 - \exp[-\alpha((k+1)\Delta T - \tau)]\right] \\ 0 & 0 & \exp[-\alpha((k+1)\Delta T - \tau)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(\tau)d\tau. \qquad (23)$$

Из (23) получены элементы ковариационной матрицы возбуждающей функции [5]

$$\begin{aligned}
\mathrm{V}_{11} &= \frac{2\alpha R_\eta}{2\alpha^5}\left[1 - e^{-2\alpha\Delta T} + 2\alpha\Delta T + 2\alpha^2\Delta T^2 - 4\alpha\Delta T e^{-\alpha T}\right], \\
\mathrm{V}_{12} &= \frac{2\alpha R_\eta}{2\alpha^4}\left[e^{-2\alpha\Delta T} + 1 - e^{-\alpha\Delta T} + 2\alpha\Delta T e^{-\alpha T} + 2\alpha\Delta T + \alpha^2\Delta T^2\right], \\
\mathrm{V}_{13} &= \frac{2\alpha R_\eta}{2\alpha^3}\left[1 - e^{-2\alpha\Delta T} + 2\alpha T e^{-\alpha\Delta T}\right], \\
\mathrm{V}_{22} &= \frac{2\alpha R_\eta}{2\alpha^3}\left[4e^{-\alpha\Delta T} - 3 - e^{-2\alpha\Delta T} + 2\alpha\Delta T\right], \\
\mathrm{V}_{23} &= \frac{2\alpha R_\eta}{2\alpha^2}\left[e^{-2\alpha\Delta T} + 1 - e^{-\alpha\Delta T}\right], \\
\mathrm{V}_{33} &= \frac{2\alpha R_\eta}{2\alpha}\left[1 - e^{-2\alpha\Delta T}\right], \\
V_{21} &= V_{31} = V_{33} = 0.
\end{aligned} \qquad (24)$$

Оценка эффективности предлагаемого решения проведена на основе сравнения результатов функционирования трех моделей (13), (18) и (24) [5,7].

Рассмотрен переходной режим функционирования в условиях шумов наблюдения, когда входное возмущение задано ступенчатой функцией. На рис. 1 представлена одна из реализаций переходного процесса. Здесь цифрами обозначено: 1 — переходной процесс новой следящей системы (12); 2 — переходной процесс фильтра Калмана с моделью для равномерного движения; 3 — переходной процесс фильтра Калмана с моделью ускорения Зингера (21); 4 — возмущение. Итоги 100 вычислительных экспериментов подтверждают, что переходной процесс (12) выгодно отличается меньшей колебательностью и временем сходимости от фильтров с (18) и (22).

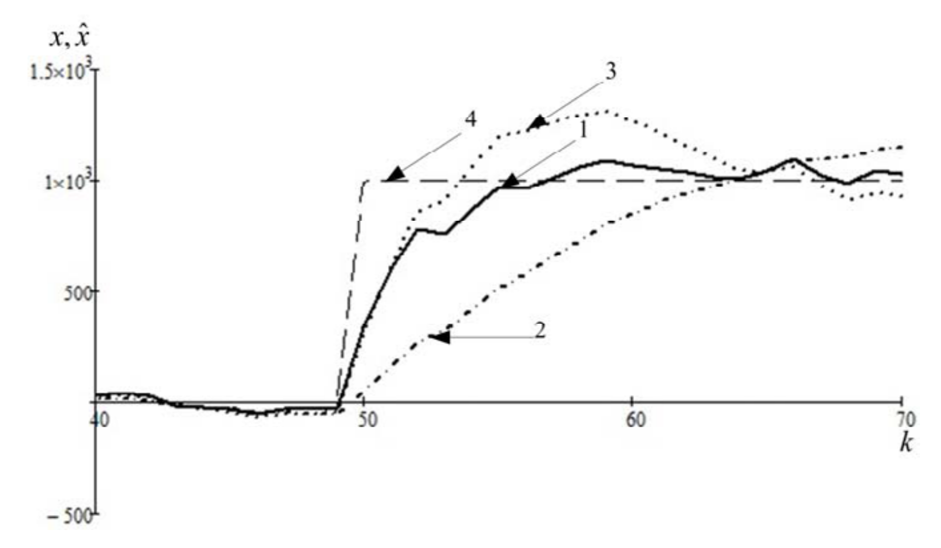


Рис. 1. Переходной процесс

Fig.1. Transient process

Анализ результатов математического моделирования позволяет сделать вывод о том, что преимущество нового решения (12) в переходном режиме достигается за счет большего коэффициента обратной связи. Это демонстрируется на рис. 2. Здесь сохранены ранее принятые обозначения.

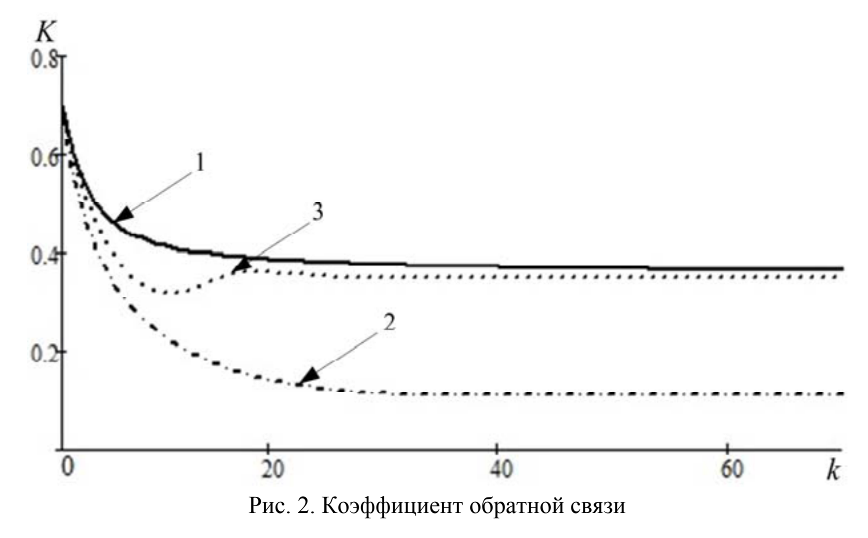


Рис. 2. Коэффициент обратной связи

Fig.2. Feedback parameter

Выводы. Разработан новый метод синтеза дискретных следящих систем на основе объединенного принципа максимума. Он обеспечивает структурную адаптацию к наблюдаемому изменению состояния за счет новой линейной динамической модели в дискретном времени. Это проявляется в высокой скорости сходимости получаемых на его основе оценок к действительным значениям по сравнению с оценками фильтров Калмана с кинематическими моделями изменения состояния [5].

Библиографический список

1. Руденко, Е. А. Оптимальные дискретные нелинейные фильтры порядка объекта и их гауссовские приближения / Е. А. Руденко // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 2. — С.159–178.

2. Итеративные регуляризированные алгоритмы обработки измерительной информации / А. А. Костоглотов [и др.] // Вестник компьютерных и информационных технологий. — 2010. — № 11. — С.3–9.

3. Костоглотов, А. А. Синтез алгоритма оценки параметров движения летательных аппаратов на основе метода скорейшего спуска / А. А. Костоглотов, А. А. Кузнецов // Автоматика и вычислительная техника. — 2004 — №4. — С.53–62.

4. Костоглотов, А. А. Субоптимальная оценка параметров динамических систем / А. А. Костоглотов, В. Н. Таран // Автоматика и телемеханика. — 1997. — № 4. — С.85–94.

5. Singer, R. A. Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets / R. A. Singer // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 1970. — AES-6. No 4. — P. 473–483.

6. Schooler, C. C. Optimal a-b Filters For Systems with Modeling Inaccuracies / C. C. Schooler // // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 1975. — AES-11. No 6. — P. 1300–1306.

7. Li, X. R., Jilkov, V. P. Survey of Maneuvering Target Tracking. Part I: Dynamic Models / X. R. Li, V. P. Jilkov // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 2003. — Vol. 39. No 4. — P. 1333–1364.

8. Sage, A. P. System Identification / A. P. Sage, J. L. Melsa. — New York and London: Academic Press, 1971. — 221 p.

9. Илюхин, И. В. Промышленные мехатронные электропневматические приводы / И. В. Илюхин, А. Н. Харченко, С. А. Арфикян // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — № 8. — С.1184–1188.

10. Костоглотов, А. А. Объединенный принцип максимума в информационных технологиях анализа и синтеза / А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко. — Ростов-на-Дону: РТИСТ (фил.) ГОУ ВПО "ЮРГУЭС", 2010. — 164 с.

11. Синтез фильтра сопровождения со структурной адаптацией на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглотов [и др.] // Информационно-управляющие системы. — 2015. — № 4 (77). — С.2–9.

12. Синтез оптимального управления на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглотов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2010. — №2. — С.31– 37.

13. Лурье, А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. — Москва : ГИФМЛ, 1961. — 824 с.

14. Андрашитов, Д. С. Структурный синтез Лагранжевых систем автоматического управления с использованием первых интегралов движения / Д. С. Андрашитов [и др.] // Информационно-измерительные и управляющие системы. — 2015. — №12. — С.12–18.

References

1. Rudenko, E.A. Optimal'nye diskretnye nelineynye fil'try poryadka ob"ekta i ikh gaussovskie priblizheniya. [Optimal discrete nonlinear filters of the object's order and their Gaussian approximations.] Avtomatika i Telemekhanika, 2010, no. 2, pp. 159–178 (in Russian).

2. Kostoglotov, A.A., et al. Iterativnye regulyarizirovannye algoritmy obrabotki izmeritel'noy informatsii. [Iterative regularized processing algorithms of the measuring information.] Herald of Computer and Information Technologies, 2010, no. 11, pp. 3–9 (in Russian).

3. Kostoglotov, A.A., Kuznetsov, A.A. Sintez algoritma otsenki parametrov dvizheniya letatel'nykh apparatov na osnove metoda skoreyshego spuska. [Synthesis of estimator of flyer motion variables based on the steepest descent method.] Automatic Control and Computer Sciences, 2004, no. 4, pp. 53–62 (in Russian).

4. Kostoglotov, A.A., Taran, V.N. Suboptimal'naya otsenka parametrov dinamicheskikh sistem. [Suboptimal Parameter Estimation in Dynamic Systems.] Avtomatika i Telemekhanika, 1997, no. 4, pp.85–94 (in Russian).

5. Singer, R.A. Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1970, AES-6, no. 4, pp. 473–483.

6. Schooler, C.C. Optimal a-b Filters For Systems with Modeling Inaccuracies. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1975, AES-11, no. 6, pp. 1300 – 1306.

7. Li, X. R., Jilkov, V. P. Survey of Maneuvering Target Tracking. Part I: Dynamic Models. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, vol. 39, no. 4, pp. 1333 – 1364.

8. Sage, A.P., Melsa, J.L. System Identification. New York and London: Academic Press, 1971, 221 p.

9. Ilyukhin, I.V., Kharchenko, A.N., Arfikyan, S.A. Promyshlennye mekhatronnye elektropnevmaticheskie privody. [Industrial mechatronic electropneumatic drives.] Vestnik of DSTU, 2010, no. 8, pp. 1184–1188 (in Russian).

10. Kostoglotov, A.A., Kostoglotov, A.I., Lazarenko, S.V. Ob"edinennyy printsip maksimuma v informatsionnykh tekhnologiyakh analiza i sinteza. [Combined maximum principle in information technologies of analysis and synthesis.] Rostov-on-Don: RTIST (fil.) GOU VPO "YuRGUES", 2010, 164 p. (in Russian).

11. Kostoglotov, A.A., et al. Sintez fil'tra soprovozhdeniya so strukturnoy adaptatsiey na osnove ob"edinennogo printsipa maksimuma. [Synthesis of Filter Support with Structural Adaptation Based on Combined Maximum Principle.] Information and Control Systems, 2015, no. 4 (77), pp. 2–9 (in Russian).

12. Kostoglotov, A.A., et al. Sintez optimal'nogo upravleniya na osnove ob"edinennogo printsipa maksimuma. [Optimal control synthesis based on combined maximum principle.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2010, no. 2, pp. 31–37 (in Russian).

13. Lurye, A.I. Analiticheskaya mekhanika. [Analytic Mechanics.] Moscow: GIFML, 1961, 824 p. (in Russian).

14. Andrashitov, D.S., et al. Strukturnyy sintez Lagranzhevykh sistem avtomaticheskogo upravleniya s ispol'zovaniem pervykh integralov dvizheniya. [Structural synthesis of Langrangian systems of automatic control with the use of first integrals of motion.] Information-measuring and Control Systems, 2015, no. 12, pp. 12–18 (in Russian).

Поступила в редакцию 25.07.2016
Сдана в редакцию 25.07.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 25.07.2016
Submitted 25.07.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторах:

Костоглотов Андрей Александрович, профессор кафедры «Кибербезопасность информационных систем» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),доктор технических наук, профессор, ORCID: http://orcid.org/0000-0003-4006-2436 , kostoglotov@icloud.com

Кузнецов Антон Александрович, докторант Военного учебно - научного центра военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (РФ, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, д. 54 «А») кандидат технических наук, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5960-9481 smithaa@yandex.ru

Лазаренко Сергей Валерьевич, докторант Донского государственного технического университета (РФ, 344000, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук,ORCID: http://orcid.org/0000-0002-7533-2822, rh3311@mail.ru

Дерябкин Игорь Владимирович, старший научный сотрудник Ростовского государственного университета путей сообщения (РФ, 346500, г. Ростов-на-Дону, ул. Шевченко, д. 147), кандидат технических наук, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-4716-1827, i.deryabkin@jint.biz

Лосев Виталий Александрович, аспирант Института сферы обслуживания и предпринимательства филиала Донского государственного технического университета (РФ, 346500, Ростовская обл., г. Шахты, ул. Шевченко, д. 147), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-4248-371X, aibolit_773@mail.ru

Authors:

Kostoglotov, Andrey A., professor of the Cybersecurity of IT Systems, Don State Technical University (RF, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1) Dr. Sci. (Eng.), professor, ORCID: http://orcid.org/0000-0003-4006-2436, kostoglotov@icloud.com

Kuznetsov, Anton A., postdoctoral student, Air-Force Scientific-Training Centre, Air Force Academy named after Professor N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin (RF, Voronezh, Starykh Bolshevikov St., 54 A), Cand. Sci. (Eng.), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5960-9481, smithaa@yandex.ru

Lazarenko, Sergey V., postdoctoral student, Don State Technical University (RF, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1) Cand. Sci. (Eng.), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-7533-2822, rh3311@mail.ru

Deryabkin, Igor V., senior research scholar, Rostov State Transport University (RF, Rostov Region, Shakhty, Shevchenko St., 147), Cand. Sci. (Eng.), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-4716-1827, i.deryabkin@jint.biz

Losev, Vitaly A., postgraduate student, Institute of Service and Business (DSTU branch), (RF, Shakhty, Shevchenko St., 147), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-4248-371X, aibolit_773@mail.ru

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 007:631.4 10.23947/1992-5980-2017-17-1-113-121

Методика оценки уровня зрелости организации на основе нечеткого моделирования*

Л. В. Борисова[1], Л. А. Димитрова[2], И. Н. Нурутдинова[3]**
[1, 2, 3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Methods of evaluating maturity level of the organization based on fuzzy modeling***

L. V. Borisova[1], L. A. Dimitrova[2], I. N. Nurutdinova[3]**
[1, 2, 3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. В статье излагается разработанная авторами методика объективной оценки уровня зрелости организации в направлении достижения устойчивого успеха на основе самооценки. Методика основана на использовании экспертной информации и математического аппарата теории нечетких множеств. Дано обоснование выбранного подхода, позволяющего оперативно анализировать состояние организации с учетом полной экспертной информации. Предлагается использовать экспертные оценки уровней зрелости по каждому направлению деятельности в соответствии с ГОСТ Р ИСО 9004–2010. Приведено краткое описание содержания этапов фаззификации, композиции и дефаззификации, составляющих суть нечеткого моделирования процесса получения достоверной оценки.
Материалы и методы. В результате анализа построена обобщенная модель предметной области «оценка уровня зрелости организации», разработаны модели входных и выходной лингвистических переменных согласно наименованиям основных критериев зрелости, представленных в ГОСТ Р ИСО 9004–2010, определены базовые терм-множества. Согласно оценкам четырех экспертов построены функции принадлежности всех лингвистических переменных, для чего использованы типовые функции трапециевидной формы. Приведена развернутая форма нечеткого логического вывода для рассматриваемой системы знаний. С учетом рассчитанных коэффициентов значимости основных критериев зрелости создана база знаний, содержащая 729 продукционных правил, на которой основан логический вывод оценки уровня зрелости организации.
Результаты исследования. Для вычисления точного значения уровня зрелости используется метод центра тяжести, который реализуется в среде *MatLab* с помощью пакета прикладных программ *Fuzzy Logic Toolbox*. Построены поверхности отклика, отражающие взаимосвязи лингвистических переменных. Приведен модельный пример нечеткого логического вывода оценки уровня зрелости организации с использованием предложенной методики.

Introduction. The authors' method of the objective evaluation of the maturity level of the organization for obtaining sustainable success on the basis of self-assessment is described. The technique is based on the use of expert information and mathematical apparatus of the fuzzy sets theory. The substantiation of the chosen approach is presented. It allows promptly analyze the organization state and apply full expert information. It is proposed to use expert assessments of maturity levels for each of the activities according to GOST R ISO 9004–2010. A brief description of the fuzzification stages content, composition and defuzzification which are the essence of the fuzzy modeling process to obtain reliable estimates is given.
Materials and Methods. As follows from the analysis, a generalized model of the "evaluation of the maturity level of the organization" domain is developed. The input and output linguistic variables corresponding to the maturity main criteria in accordance with GOST R ISO 9004–2010 are simulated; and the base term sets are defined. Membership functions of all the linguistic variables are developed according to the estimates of four experts for which purpose the typical trapezoidal functions are used. An expanded form of the fuzzy logic inference for the considered system of knowledge is presented. Taking into account the calculated significance coefficients of the basic maturity criteria, a knowledge base is created. It includes 729 production rules and serves as a basis for the logical deduction of the evaluation of the organization maturity level.
Research Results. The barycenter method is used to calculate the precise value of the maturity level. It is implemented in *Matlab* with the help of *Fuzzy Logic Toolbox* application package. Response surfaces showing the relationship of the linguistic variables are constructed. The fuzzy inference of the evaluation of the organization maturity level using the proposed techniques is exemplified.

*Работа выполнена по договору № 169 от 24.06.2016 г.
**E-mail: borisovalv09@mail.ru, kaf-qm@donstu.ru, nurut.inna@yandex.ru
***The research is done within the frame of Contract no. 169 of 24.06.2016.

Обсуждение и заключения. Представленная методика, использующая математический аппарат теории нечетких множеств, позволяет объективно оценить уровень зрелости организации с точки зрения достижения устойчивого успеха и предназначена для оперативного анализа состояния организации на основе выполненной экспертами самооценки.

Discussion and Conclusions. The presented methodology using a mathematical apparatus of the fuzzy sets theory allows an objective estimation of the organization maturity level for sustained success. It is designed for prompt analysis of the organization on the basis of the self-assessment performed by experts.

Ключевые слова: экспертная система, нечеткий логический вывод, лингвистическая переменная, функция принадлежности, дефаззификация.

Keywords: expert system, fuzzy inference, linguistic variable, membership function, defuzzification.
.

Введение. Одной из стратегических задач организации или предприятия является оценка перспектив достижения устойчивого успеха. Эта проблема приобретает особую актуальность в сложной, меняющейся обстановке. Успешность организации предполагает оптимальное соотношение высоких показателей удовлетворенности всех заинтересованных сторон: потребителей, владельцев, акционеров, поставщиков, партнеров и общества. Определение состояния организации требует постоянного мониторинга уровня зрелости с точки зрения достижения устойчивого успеха, для чего используется самооценка. В методике самооценки по каждому направлению деятельности предусмотрено 5 уровней зрелости в соответствии со стандартом ГОСТ Р ИСО 9004–2010 [1].

Согласно [1] приняты 6 основных групп критериев, способных помочь организации решить внутренние проблемы:

1) менеджмент для достижения устойчивого успеха организации (МДУУО, п. 4),
2) стратегия и политика (СП, п. 5),
3) менеджмент ресурсов (МР, п. 6),
4) менеджмент процессов (МП, п. 7),
5) мониторинг, измерение, анализ и изучение (МИАИ, п. 8),
6) улучшения, инновации и обучение (УИО, п. 9).

Установление уровня зрелости по каждому направлению позволяет выявить сильные и слабые стороны. Для определения приоритетов деятельности и корректировки стратегии развития важно также определить уровень зрелости организации в целом, что не регламентировано стандартом ГОСТ Р ИСО 9004–2010. В настоящей работе предложена методика по определению уровня зрелости организации в целом в соответствии со стандартом ГОСТ Р ИСО 9004–2010.

Выбор метода для решения поставленной задачи оценки уровня зрелости обусловлен спецификой оценок, которые устанавливаются экспертами, и особенностями самих оцениваемых параметров. Очевидно, что представление о принадлежности значения критерия к тому или иному уровню содержат элемент субъективности. Ряд характеристик сложно измерить количественно, поэтому предполагается оценка качественных характеристик баллами. В случаях, когда качественные и количественные оценки неоднозначны, для принятия решений используются экспертные системы как в технических задачах принятия решений [2–5], так и для получения оценок в гуманитарных областях [6–8]. Для определения уровня зрелости организации нами предложено [9, 10] использование оценок экспертов и создание экспертной системы, механизм вывода решений которой основан на нечетком логическом выводе [11, 12].

Методика нечеткого моделирования процесса получения достоверной оценки, основанная на использовании аппарата нечетких множеств, реализуется в три этапа: фаззификации, композиции и дефаззификации [2, 3, 13]. На этапе фаззификации условия задачи представляются в лингвистической форме. На этапе композиции все нечеткие множества, назначенные для каждого терма каждой входной лингвистической переменной, объединяются, и формируется единственное нечеткое множество — значение для выводимой лингвистической переменной. В результате использования набора правил (нечеткой базы знаний) вычисляется значение истинности для предпосылки каждого правила на основании конкретных нечетких операций, соответствующих конъюнкции или дизъюнкции термов в левой части правил. Этап дефаззификации заключается в получении на основе нечеткого логического вывода конкретной оценки.

Приведем методику решения задачи оценки уровня зрелости на основе нечеткого логического моделирования.

Описание предметной области. Рассмотрим задачу, в которой эксперт делает вывод о результирующей оценке (B_j) (об уровне зрелости организации) в зависимости от возможных значений входной информации (A_j). Обозначим через $\{X\}$ множество значений входных признаков, т. е. совокупность оценок основных критериев, определяющих величину выходной оценки V (уровня зрелости). Для реализации поставленной задачи необходимо решить вопросы моделирования экспертной информации об отношениях рассматриваемых признаков, а также о процедурах принятия решений.

В соответствии с логико-лингвистическим подходом [9, 10] авторы представленного исследования разработали модели входных и выходного признаков X, V в виде семантических пространств и соответствующих им функций принадлежности (ФП):

$$\{X_i, T(X_i), U, G, M\}, \qquad \mu_R(x_1, x_2, \ldots, x_i,) \in (0; 1),$$
$$\{\beta_V, T_V, V, G_V, M_V\}, \qquad \mu_R(v_1, v_2, \ldots, v_j,) \in (0; 1).$$

В результате анализа рассматривается обобщенная модель предметной области «оценка уровня зрелости организации» в виде композиции нечетких отношений рассматриваемых семантических пространств:

$$R = X \to V.$$

Здесь R — нечеткое отношение между группами критериев и результативным признаком:

$$R\{X_i, T(X_i), U, G, M\} \times \langle \beta_V, T_V, V, G_V, M_V \rangle \; \forall (x, v) \in X \times V.$$

Отношение R принимается как нечеткое множество на прямом произведении $X \times V$ полного пространства предпосылок X и полного пространства заключений V.

В результате фаззификации исследуемых признаков в [14] построены ФП входных лингвистических переменных (ЛП) согласно наименованиям основных критериев зрелости, представленных в [1]. Рассматривались нормальные нечеткие множества, для которых высота равна 1, т. е. верхняя граница функции принадлежности равна 1 ($\sup\limits_{x \in E} \mu_A(x) = 1$). Определены следующие термы входных ЛП — критериев зрелости:

— низкий (соответствует 1-му и 2-му уровням),
— средний (соответствует 3-му уровню),
— высокий (соответствует 4-му и 5-му уровням).

Далее в [14] проведен анализ согласованности экспертной информации в соответствии с методикой [15–19], установлена достаточная степень согласованности и построены обобщенные ФП входных ЛП.

Определим выходную ЛП «уровень зрелости организации» (УЗО).

Кортеж ЛП УЗО имеет вид:

<УЗО, % {1-й уровень, 2-й уровень, 3-й уровень, 4-й уровень, 5-й уровень}, [0–100], >.

Выбор для входных ЛП 3-термовой модели (m = 3), а для выходной ЛП — 5-термовой модели (m = 5) направлен на то, чтобы облегчить экспертам задачу оценки и сохранить соответствие ГОСТ Р ИСО 9004–2010.

На рис. 1 приведены графики ФП входной ЛП — «менеджмент процессов» (*а*) и выходной ЛП — «уровень зрелости организации» (*б*).

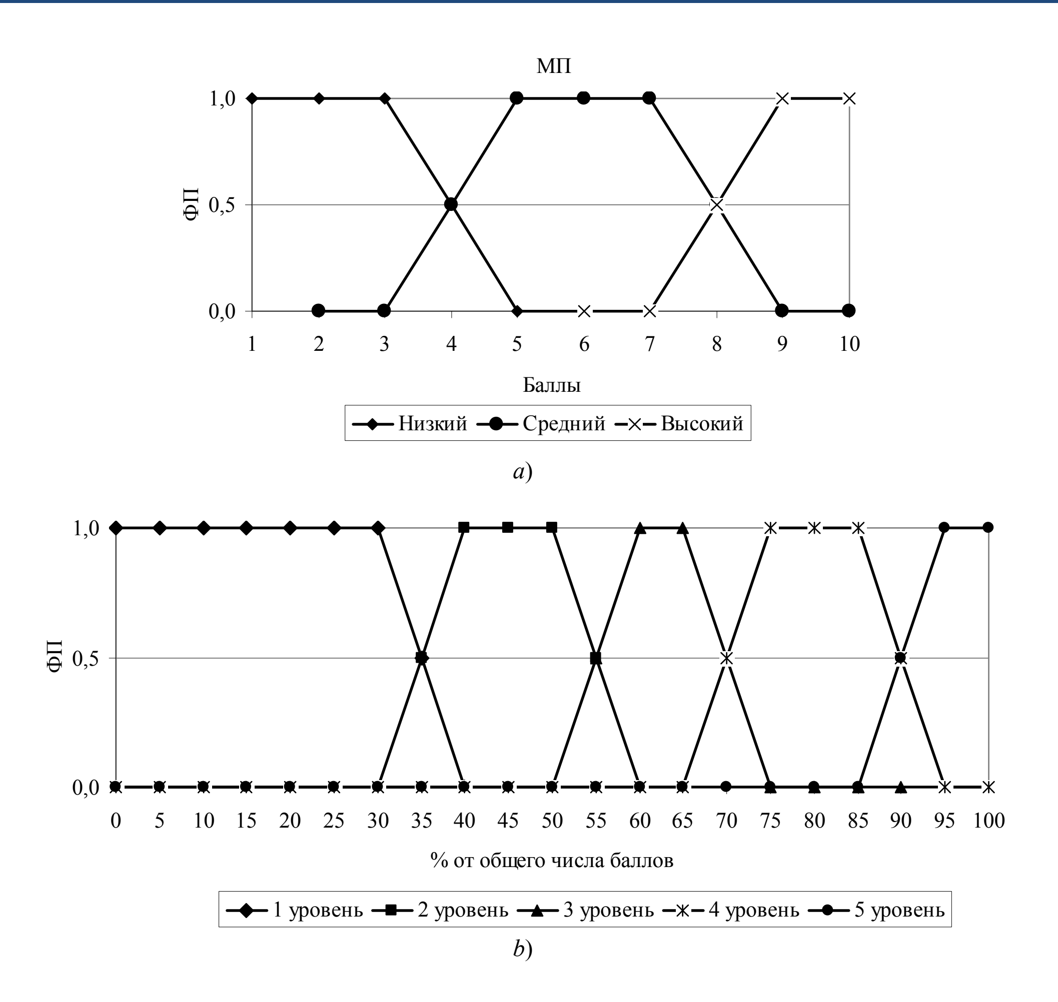


Рис. 1. Вид ФП: входной ЛП МП (*a*); выходной ЛП УЗО (*b*)

Fig. 1. Membership function (MF) formula: input linguistic variable of process management (LV PM) *(a)*; output LV of organization maturity level (LV OML) *(b)*

Значения коэффициентов *a*, *b*, *c*, *d* ФП для входных ЛП приведены в табл. 1, а для выходной ЛП — в табл. 2.

Таблица 1

Table 1

Значения коэффициентов *a*, *b*, *c*, *d* обобщенных ФП входных ЛП

Values of coefficients *a, b, c, d* of generalized MF of input LV

Вид терма	Значения коэффициентов ФП					
	МДУУО	СП	МР	МП	МИАИ	УИО
Левый	*a* = 6 *b* = 9	*a* = 4 *b* = 7	*a* = 12 *b* = 18	*a* = 3 *b* = 5	*a* = 10 *b* = 14	*a* = 5 *b* = 7
Центральный	*a* = 6 *b* = 17 *c* = 10 *d* = 12	*a* = 4 *b* = 12 *c* = 7 *d* = 9	*a* = 12 *b* = 32 *c* = 18 *d* = 26	*a* = 3 *b* = 9 *c* = 5 *d* = 7	*a* = 10 *b* = 26 *c* = 14 *d* = 21	*a* = 5 *b* = 12 *c* = 7 *d* = 9
Правый	*a* = 12 *b* = 17	*a* = 9 *b* = 12	*a* = 26 *b* = 32	*a* = 7 *b* = 9	*a* = 21 *b* = 26	*a* = 9 *b* = 12

Таблица 2
Table 2

Значения коэффициентов *a*, *b*, *c*, *d* обобщенной ФП выходной ЛП
Values of coefficients *a, b, c, d* of generalized MF of output LV

Вид терма	Значения коэффициентов		
Левый	$a = 30$, $b = 40$		
Центральный	$a = 30$, $b = 60$ $c = 40$, $d = 50$	$a = 50$, $b = 75$ $c = 60$, $d = 65$	$a = 65$, $b = 95$ $c = 75$, $d = 85$
Правый	$a = 85$, $b = 95$		

В табл. 1 и 2 коэффициенты *a*, *b*, *c*, *d* есть коэффициенты типовых линейных и трапециевидных функций [15].

Моделирование вывода решения. При заданной системе логических высказываний для значений входных признаков значениями выходного параметра *V* является такое множество $V_0^{(1)}$, для каждого элемента которого $v \in V_0^{(1)}$ схема вывода

$$\frac{\begin{array}{c}\tilde{L}^{(1)},\\ A' \text{ — истинно,}\end{array}}{B' \text{ — истинно}} \tag{1}$$

имеет наибольшую степень истинности $\mu_{mp}^{(1)}$ нечеткого правила *modus ponens*, определяемую выражением [20]:

$$\mu_{mp}^{(1)}(1) = \min\{1,[1-\mu_{W_1}(w')+\mu_{V_1}(v')],...,[1-\mu_{W_m}(w')+\mu_{V_m}(v')]\}.$$

Величина $\mu_{mp}^{(1)}(1)$ является степенью истинности правила *modus ponens* для нечеткой системы экспертных высказываний. Данное понятие отражает степень соответствия значения ν' выходного параметра *V* значению w' обобщенного входного параметра *W* при задании экспертной информации нечеткой системой (2).

Обозначим через $\tilde{A}_j$ и $\tilde{B}_j$ высказывания <β_W есть α_{Wj}> и <β_V есть α_{Vj}>, где α_{Vj} — соответствующие значения термов выходной ЛП. Тогда система нечетких высказываний запишется в виде [20]:

$$\tilde{L}^{(1)} = \begin{cases} \tilde{L}_1^{(1)}: & <\text{если } \tilde{A}_1, \text{ то } \tilde{B}_1>, \\ \tilde{L}_2^{(1)}: & <\text{если } \tilde{A}_2, \text{ то } \tilde{B}_2>, \\ ... & \\ \tilde{L}_m^{(1)}: & <\text{если } \tilde{A}_m, \text{ то } \tilde{B}_m>. \end{cases} \tag{2}$$

В основе механизма вывода решений лежит модель данной предметной области, представляющая собой композицию нечетких отношений семантических пространств входных и выходного параметров. Развернутая форма нечеткого логического вывода для системы знаний вида (2) может быть представлена так:

$$\mu_{B'} = \underset{k\in K}{\vee}\left(\underset{j\in J}{\wedge}\mu_{Bkj}y_j\right)\wedge\underset{i\in I}{\wedge}\mu_{Aki}(x_i')).$$

В результате анализа предметной области получены коэффициенты значимости шести критериев (табл. 3) и создана база знаний, на которой основан логический вывод решения.

Таблица 3
Table 3

Значения коэффициентов значимости для входных ЛП

Values of significance coefficients for input LV

Значения коэффициентов значимости для входных ЛП					
МДУУО	СП	МР	МП	МИАИ	УИО
0, 166	0, 155	0, 158	0, 2	0, 155	0, 166

База знаний для оценки уровня зрелости организации содержит 729 правил. Для иллюстрации приведем несколько.

4. ЕСЛИ <МДУУО есть «уровень низкий», и СП есть «уровень низкий», и МР есть «уровень низкий», и МП есть «уровень низкий», и МИАИ есть «уровень средний», и УИО есть «уровень низкий»> ТО < УЗО есть уровень 1 >.

40. ЕСЛИ < МДУУО есть «уровень низкий», и СП есть «уровень низкий», и МР есть «уровень средний», и МП есть «уровень средний», и МИАИ есть «уровень средний», и УИО есть «уровень низкий»> ТО < УЗО есть уровень 2 >.

365. ЕСЛИ < МДУУО есть «уровень средний», и СП есть «уровень средний», и МР есть «уровень средний», и МП есть «уровень средний», и МИАИ есть «уровень средний», и УИО есть «уровень средний»> ТО < УЗО есть уровень 3 >.

Результаты моделирования. На этапе дефаззификации вычисляются точные значения выходной ЛП. Для этих вычислений используют, например, метод центра тяжести [5]. Такой метод реализуется в среде *MatLab* с помощью пакета прикладных программ *Fuzzy Logic Toolbox* или с помощью приближенной методики [21], имеющей достаточно высокую точность. Для нечеткого логического вывода в рамках данной работы использовалась среда *MatLab*, в частности пакет прикладных программ *Fuzzy Logic Toolbox* [22].

Нечеткий вывод является применением максиминной композиции в качестве композиционного правила нечеткого вывода и операции взятия минимума в качестве нечеткой импликации. На рис. 2 приведены поверхности «входы — выход», соответствующие синтезированной нечеткой системе продукционных правил. При построении входные переменные выбраны попарно, а остальные зафиксированы на средних уровнях.

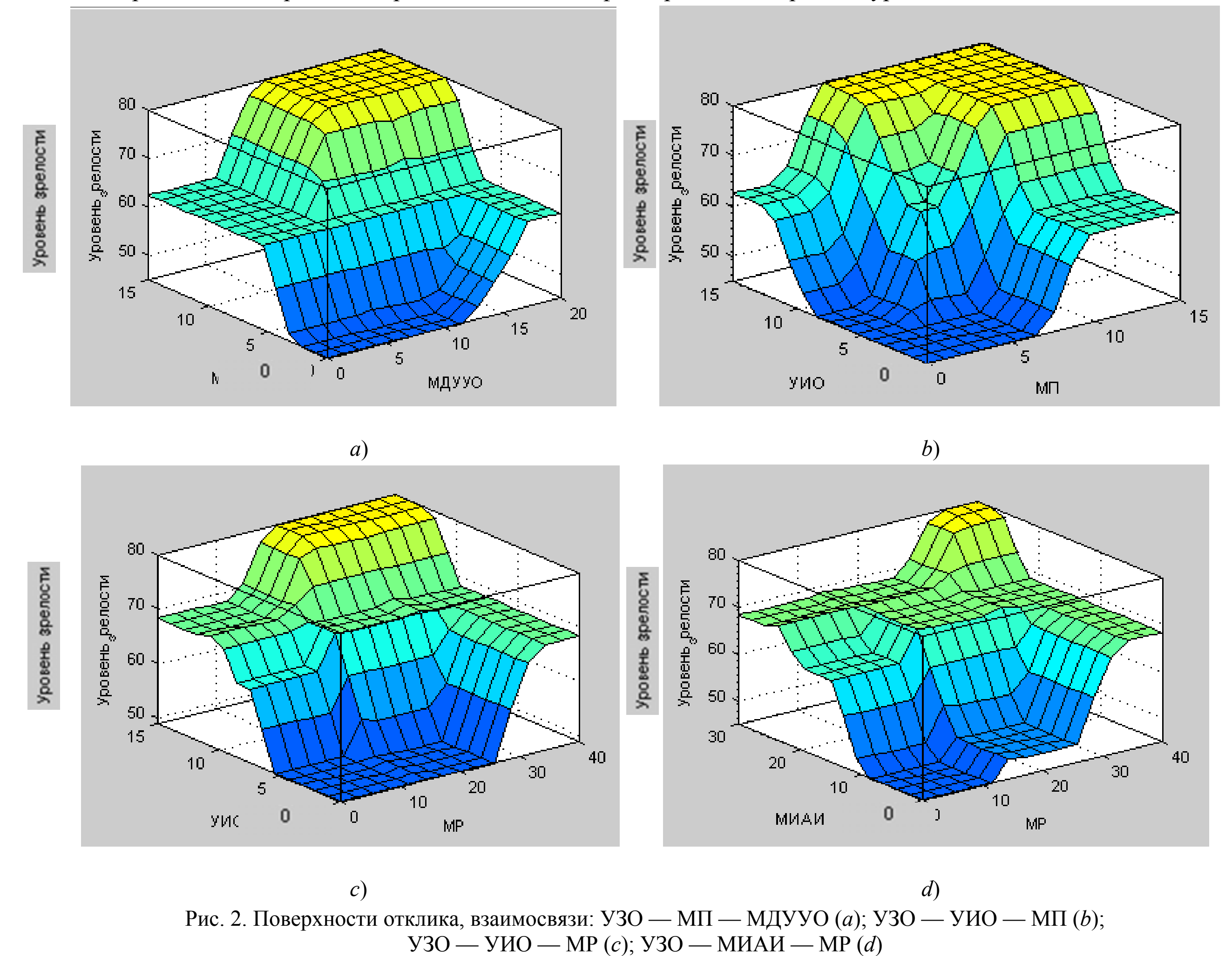


Рис. 2. Поверхности отклика, взаимосвязи: УЗО — МП — МДУУО (*a*); УЗО — УИО — МП (*b*);
УЗО — УИО — МР (*c*); УЗО — МИАИ — МР (*d*)

Fig. 2. Response surfaces, relationship: OML - PM – MOOSS (management for obtaining organization sustained success) (a);
OML – IIT (improvement, innovations, training) - PM (b); OML - IIT - PM (c);
OML – MMAS (monitoring, measurement, analysis, study) – RM (resources management) (d)

Для вычисления точного значения уровня зрелости были использованы следующие значения: МДУУО = 10, СП = 10, МР = 20, МП = 10, МИАИ = 15, УИО = 10. В результате получена оценка уровня зрелости организации 80 %, что соответствует 4-му уровню зрелости организации по ГОСТ Р ИСО 9004–2010.

Выводы. Приведена методика получения объективной оценки зрелости организации с точки зрения достижения устойчивого успеха, основанная на применении математического аппарата теории нечетких множеств. Изучена предметная область и дано ее формализованное описание, введены лингвистические переменные в соответствии с критериями ГОСТ Р ИСО 9004–2010, определены базовые терм-множества, построены их функции принадлежности. Создана база знаний, на которой основывается нечеткий логический вывод оценки уровня зрелости организации. Проиллюстрирован этап дефаззификации в среде *MatLab* с помощью пакета прикладных программ *Fuzzy Logic Toolbox*. Приведен вывод точного значения уровня зрелости для конкретных оценок критериев. Предложенная методика предназначена для оперативного анализа состояния организации на основе имеющейся самооценки, выполненной экспертами.

Библиографический список

1. ГОСТ Р ИСО 9004–2010. Менеджмент для достижения устойчивого успеха организации / Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии. — Москва : Стандартинформ, 2011. — 36 с.
2. Димитров, В. П. Об организации технического обслуживания машин с использованием экспертных систем / В. П. Димитров // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2003. — Т. 3, № 1. — С. 62–69.
3. Тугенгольд, А. К. К вопросу построения нечеткой экспертной системы продукционного типа для технологической регулировки машин / А. К. Тугенгольд, В. П. Димитров, Л. В. Борисова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2008. — Т. 8, № 3 (38). — С. 419–426.
4. Димитров, В. П. Совершенствование методов технического обслуживания зерноуборочной техники на основе экспертных систем : дис. … д-ра техн. наук / В. П. Димитров. — Ростов-на-Дону, 2002. — 300 с.
5. Искусственный интеллект и интеллектуальные системы управления / И. М. Макаров [и др.]. — Москва : Наука, 2006. — 333 с.
6. Hrehova, S. Application of fuzzy principles in evaluating quality of manufacturing process / S. Hrehova, A. Vagaska // WSEAS Transactions on Power Systems. — 2012. — Vol. 7. — P. 50–59.
7. Особенности экспертного контроля качества в сфере обслуживания / Л. В. Борисова [и др.] // Качество продукции: контроль, управление, повышение, планирование : сб. науч. тр. междунар. науч.-практ. конф. — 2014. — С. 110–113.
8. О подходе к экспертной оценке качества знаний / Н. Н. Шумская [и др.] // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : сб. статей 8-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 18-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2015». — Ростов-на-Дону, 2015. — С. 321–324.
9. Димитров, В. П. Оценка согласованности экспертных знаний в задаче определения уровня зрелости организации / В. П. Димитров, Л. В. Борисова, И. Н. Нурутдинова // Современные тенденции развития науки и технологий. — 2016. — № 1–11. — С. 52–54.
10. О подходе к оценке уровня зрелости организации с использованием теории нечетких множеств / Н. Н. Шумская [и др.] // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : сб. статей 9-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 19-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2016». — Ростов-на-Дону, 2016. — С. 364–366.
11. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / А. Н. Аверкин [и др.] ; под ред. Д. А. Поспелова. — Москва : Наука, 1986. — 312 с.
12. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений / А. Н. Борисов [и др.]. — Москва : Радио и связь, 1989. — 394 с.
13. Zadeh, L.-A. Knowledge representation in fuzzy logic / L.-A. Zadeh // An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems. The Springer International Series in Engineering and Computer Science. — New York : Springer, 1992. — Vol. 165. — P. 1–27.
14. Борисова, Л. В. Информационная поддержка мониторинга состояния организации / Л. В. Борисова, Л. А. Димитрова, И. Н. Нурутдинова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2016. — Т. 16, № 4. — С. 93–102.
15. Борисова, Л. В. Особенности формализации знаний при логико-лингвистическом описании сложных технических систем / Л. В. Борисова, В. П. Димитров. — Ростов-на-Дону : РГАСХМ, 2006. — 207 с.
16. Димитров, В. П. Методика оценки согласованности моделей нечетких экспертных знаний / В. П. Димитров, Л. В. Борисова, И. Н. Нурутдинова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10, № 2 (45). — С. 205–216.
17. Борисова, Л. В. О методике представления нечетких экспертных знаний / В. П. Димитров, Л. В. Борисова, И. Н. Нурутдинова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — Т. 14, № 4 (79). — С. 93–102.
18. Димитров, В. П. О методике фаззификации нечеткой экспертной информации / В. П. Димитров, Л. В. Борисова, И. Н. Нурутдинова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2012. — Т. 11, № 1–2 (62). — С. 46–50.

19. Программная система для ввода экспертных знаний / В. П. Димитров [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 1 (52). — С. 83–90.

20. Димитров, В. П. Теоретические и прикладные аспекты разработки экспертных систем для технического обслуживания машин / В. П. Димитров, Л. В. Борисова. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2007. — 202 с.

21. Димитров, В. П. О методике дефаззификации нечеткой экспертной информации / В. П. Димитров, Л. В. Борисова, И. Н. Нурутдинова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10, № 6 (49). — С. 868–878.

22. Штовба, С. Д. Проектирование нечетких систем средствами MATHLAB / С. Д. Штовба. — Москва : Горячая линия — Телеком, 2007. — 288 с.

References

1. GOST R ISO 9004–2010. Menedzhment dlya dostizheniya ustoychivogo uspekha organizatsii. [GOST R ISO 9004–2010. Managing for the sustained success of an organization. A quality management approach.] Federal Agency for Technical Regulation and Metrology. Moscow: Standartinform, 2011, 36 p. (in Russian).

2. Dimitrov, V.P. В. П. Ob organizatsii tekhnicheskogo obsluzhivaniya mashin s ispol'zovaniem ekspertnykh system. [On machine maintenance organization with the use of expert systems.] Vestnik of DSTU, 2003, vol. 3, no. 1, pp. 62–69 (in Russian).

3. Tugengold, A.K., Dimitrov, V.P., Borisova, L.V. K voprosu postroeniya nechetkoy ekspertnoy sistemy produktsionnogo tipa dlya tekhnologicheskoy regulirovki mashin. [To the question of fuzzy expert system constructing production type for technological adjustment of machines.] Vestnik of DSTU, 2008, vol. 8, no. 3 (38), pp. 419–426 (in Russian).

4. Dimitrov, V.P. Sovershenstvovanie metodov tekhnicheskogo obsluzhivaniya zernouborochnoy tekhniki na osnove ekspertnykh sistem : dis. … d-ra tekhn. nauk. [Improving maintenance methods of harvesters based on expert systems: Dr.Sci. (Eng.) diss.] Rostov-on-Don, 2002, 300 p. (in Russian).

5. Makarov, I.M., et al. Iskusstvennyy intellekt i intellektual'nye sistemy upravleniya. [Artificial intelligence and intelligent control systems.]. Moscow: Nauka, 2006, 333 p. (in Russian).

6. Hrehova, S.,Vagaska, A. Application of fuzzy principles in evaluating quality of manufacturing process . WSEAS Transactions on Power Systems, 2012, vol. 7, pp. 50–59.

7. Borisova, L.V. et al. Osobennosti ekspertnogo kontrolya kachestva v sfere obsluzhivaniya. [Features of export quality control in the service sector.] Kachestvo produktsii: kontrol', upravlenie, povyshenie, planirovanie : sb. nauch. tr. mezhdunar. nauch.-prakt. konf. [Quality of products: control, management, improvement, planning: Coll. sci. papers Int. Sci.-Pract. Conf.] 2014, pp. 110–113 (in Russian).

8. Shumskaya, N.N., et al. O podkhode k ekspertnoy otsenke kachestva znaniy. [On approach to the expert assessment of the knowledge quality.] Sostoyanie i perspektivy razvitiya sel'skokhozyaystvennogo mashinostroeniya: sb. statey 8-y mezhdunar. nauch.-prakt. konf. v ramkakh 18-y mezhdunar. agroprom. vystavki «Interagromash-2015». [Current state and development trends of agricultural machinery: Proc. 8th Int. Sci.-Pract. Conf. within the framework of 18th Int. Agroindustrial Exhibition "Interagromash-2015".] Rostov-on-Don, 2015, pp. 321–324 (in Russian).

9. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V., Nurutdinova, I.N. Otsenka soglasovannosti ekspertnykh znaniy v zadache opredeleniya urovnya zrelosti organizatsii. [Assessment of coherence of expertise in problem of determining organization maturity level.] Sovremennye tendentsii razvitiya nauki i tekhnologiy, 2016, no. 1–11, pp. 52–54 (in Russian).

10. Shumskaya, N.N., et al. O podkhode k otsenke urovnya zrelosti organizatsii s ispol'zovaniem teorii nechetkikh mnozhestv. [On approach to assessment of organization maturity level using fuzzy set theory.] Sostoyanie i perspektivy razvitiya sel'skokhozyaystvennogo mashinostroeniya: sb. statey 9-y mezhdunar. nauch.-prakt. konf. v ramkakh 19-y mezhdunar. agroprom. vystavki «Interagromash-2015». [Current state and development trends of agricultural machinery: Proc. 9th Int. Sci.-Pract. Conf. within the framework of 19th Int. Agroindustrial Exhibition "Interagromash-2015".] Rostov-on-Don, 2016. — С. 364–366 (in Russian).

11. Averkin, A.N., et al. Nechetkie mnozhestva v modelyakh upravleniya i iskusstvennogo intellekta. [Fuzzy sets in models of control and artificial intelligence.] Pospelov, D.A., ed. Moscow: Nauka, 1986, 312 p. (in Russian).

12. Borisov, A.N., et al. Obrabotka nechetkoy informatsii v sistemakh prinyatiya resheniy. [Fuzzy information processing in the decision-making systems.] Moscow: Radio i svyaz', 1989, 394 p. (in Russian).

13. Zadeh, L.-A. Knowledge representation in fuzzy logic. An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems. The Springer International Series in Engineering and Computer Science. New York: Springer, 1992, vol. 165, pp. 1–27.

14. Borisova, L.V., Dimitrova, L.A., Nurutdinova, I.N. Informatsionnaya podderzhka monitoringa sostoyaniya organizatsii. [Information support for monitoring of the organization state.] Vestnik of DSTU, 2016, vol. 16, no. 4, pp. 93–102 (in Russian).

15. Borisova, L.V., Dimitrov, V.P. Osobennosti formalizatsii znaniy pri logiko-lingvisticheskom opisanii slozhnykh tekhnicheskikh system. [Knowledge formalization features in logical-linguistic description of complex technical systems.] Rostov-on-Don: RGASKhM, 2006, 207 p. (in Russian).

16. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V., Nurutdinova, I.N. Metodika otsenki soglasovannosti modeley nechetkikh ekspertnykh znaniy. [Methods for estimating coordination of fuzzy expert knowledge models.] Vestnik of DSTU, 2010, vol. 10, no. 2 (45), pp. 205–216 (in Russian).

17. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V., Nurutdinova, I.N. O metodike predstavleniya nechetkikh ekspertnykh znaniy. [On method of representation of fuzzy expertise.] Vestnik of DSTU, 2014, vol. 14, no. 4 (79), pp. 93–102 (in Russian).

18. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V., Nurutdinova, I.N. O metodike fazzifikatsii nechetkoy ekspertnoy informatsii. [On expert information fuzzification method.] Vestnik of DSTU, 2012, vol. 11, no. 1, iss. 2 (62), pp. 46–50 (in Russian).

19. Dimitrov, V.P., et al. Programmnaya sistema dlya vvoda ekspertnykh znaniy. [Programmed system for input of expert knowledge.] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 1 (52), pp. 83–90 (in Russian).

20. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V. Teoreticheskie i prikladnye aspekty razrabotki ekspertnykh sistem dlya tekhnicheskogo obsluzhivaniya mashin. [Theoretical and applied aspects of the development of expert systems for maintenance of machinery.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2007, 202 p. (in Russian).

21. Dimitrov, V.P., Borisova, L.V., Nurutdinova, I.N. O metodike defazzifikatsii nechetkoy ekspertnoy informatsii. [On defuzzification method in fuzzy expert information processing.] Vestnik of DSTU, 2010, vol. 10, no. 6 (49), pp. 868–878 (in Russian).

22. Shtovba, S.D. Proektirovanie nechetkikh sistem sredstvami MATHLAB. [Designing fuzzy systems by MATLAB tools.] Moscow: Hot Line Telecom, 2007, 288 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 10.10.2016
Сдана в редакцию 10.10.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 10.10.2016
Submitted 10.10.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторах:

Борисова Людмила Викторовна, заведующая кафедрой «Менеджмент и бизнес-процессы» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: http://orcid.org/ 0000-0001-6611-4594, borisovalv09@mail.ru

Димитрова Любовь Азатовна, младший научный сотрудник кафедры «Управление качеством» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5196-5975, kaf-qm@donstu.ru

Нурутдинова Инна Николаевна, доцент кафедры «Прикладная математика» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина 1), кандидат физико-математических наук, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-3375-1295, nurut.inna@yandex.ru

Authors:

Borisova Lyudmila Viktorovna, head of the Management and Business Processes Department, Don State Technical University (RF, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Dr. Sci. (Eng.), professor, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6611-4594, borisovalv09@mail.ru

Dimitrova Lyubov Azatovna, junior research scholar of the Quality Management Department, Don State Technical University (RF, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1) (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5196-5975, kaf-qm@donstu.ru

Nurutdinova Inna Nikolaevna, associate professor of the Applied Mathematics Department, Don State Technical University (RF, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Cand. Sci. (Phys.-Math.), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-3375-1295, nurut.inna@yandex.ru

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 512.6 10.23947/1992-5980-2017-17-1-122-131

Способ восстановления булевой функции нескольких переменных по ее производной*

А. В. Мазуренко[1], Н. С. Могилевская[2]**
[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Method of restoring multivariable Boolean function from its derivative***

A. V. Mazurenko[1], N. S. Mogilevskaya[2]**
[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Булевы функции нескольких переменных играют важную роль в криптографии и теории кодирования. Композиции этих функций используются в ряде симметрических криптосистем; с их помощью могут быть определены некоторые помехоустойчивые коды, например, коды Рида-Маллера, коды Кердока, а также построены новые декодеры, работающие за пределом половины кодового расстояния. В работе рассматривается задача восстановления булевой функции по ее производной, названная задачей интегрирования булевых функций. При восстановлении булевой функции вектор, в направлении которого вычислена производная, полагается неизвестным.
Материалы и методы. Результаты получены на базе следующей методологии: теория булевых функций, теория конечных полей и полиномиальных колец, линейная алгебра. Пространство булевых функций рассмотрено как некоторое изоморфное факторкольцо, что позволило свести поставленную задачу к поиску решения полиномиальной системы уравнений специального вида. Построенный изоморфизм позволяет проверить, разрешима ли задача об интегрировании, а также предложить новый способ ее решения.
Результаты исследования. Формально построен алгоритм поиска прообраза методом полного перебора, вычислена его алгоритмическая сложность. Доказана теорема о необходимых и достаточных условиях существования прообраза для произвольной булевой функции, которая рассматривается как значение производной по направлению. Приводимые доказательства носят конструктивный характер. На основе доказанных фактов построены алгоритмы проверки существования прообраза для заданной булевой функции и построения прообраза. В предложенном варианте алгоритм строит только один из возможных прообразов, при условии его существования. Предложенный алгоритм построения прообраза обладает с точки зрения алгоритмической сложности значительной эффективностью по сравнению с методом полного перебора. Приводятся временные оценки сложности основных формальных алгоритмов, разработанных для решения поставленных задач, описано сравнение

Introduction. Boolean functions of several variables are of paramount importance in the coding theory and cryptography. The compositions of these functions are used in a set of the symmetric cryptosystems; therewith, some error-control codes, such as Reed-Muller codes, Kerdock codes, can be defined; as well as some new decoders operating beyond half of the code distance can be constructed. The task of restoring a Boolean function from its derivative which is called a Boolean function integration problem is considered. A Boolean function being restored, the vector towards which the derivative is calculated is supposed unknown.
Materials and Methods. The results are obtained on the basis of the following methodology: theory of Boolean functions, theory of finite fields and polynomial rings, linear algebra. The space of Boolean functions is considered a certain isomorphic factor-ring that allows reducing the task to finding solutions to a polynomial set of equations of a special form. The constructed isomorphism enables to check whether the integration problem is decidable, and also to offer a new method of its solution.
Research Results. The algorithm of searching preimage by the full enumeration method is formally constructed; and its algorithmic complexity is calculated. The theorem of necessary and sufficient conditions for the existence of an arbitrary Boolean function preimage regarded as the directional derivative value is proved. The provided proofs are constructive. On the basis of the established facts, the algorithms of checking the preimage existence for the specified Boolean function and of building the preimage are developed. In the proposed version, the algorithm forms only one of the possible preimages under the condition of its existence. The proposed algorithm of the preimage generation is significantly efficient from the standpoint of the algorithmic complexity compared to the full enumeration method. Time estimates of the complexity of the basic formal algorithms developed for solving the formulated problems are given. The comparison of their operation complexity to the algorithm of

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: mazurencoal@gmail.com, 79044430127@yandex.ru
***The research is done within the frame of independent R&D.

сложности их работы со сложностью алгоритма интегрирования булевых функций методом полного перебора.
Обсуждение и заключения. Выполненная работа может быть полезна для специальных разделов криптографии и теории кодирования, в которых используются булевы функции нескольких переменных.

Boolean functions integration complexity by the complete enumeration method is described.
Discussion and Conclusions. The research performed can be useful for special sections of the coding theory and cryptography where Boolean functions of several variables are used.

Ключевые слова: булева функция, производная булевой функции по направлению, алгоритм проверки возможности восстановления булевой функции, оценка сложности, пространство булевых функций, кольцо многочленов, конечные поля, кольцевой изоморфизм, теория кодирования, поиск прообраза.

Keywords: Boolean function, directional derivative of Boolean function, algorithm of checking recoverability of Boolean function, complexity estimation, space of Boolean functions, polynomial ring, finite fields, ring isomorphism, coding theory, preimage searching.

Введение. Булевы функции нескольких переменных играют важную роль в криптографии и теории кодирования. Например, композиции этих функций используются в ряде симметрических криптосистем [1]; с их помощью могут быть определены, например, помехоустойчивые коды Рида-Маллера и коды Кердока [2, 3] и построены новые декодеры помехоустойчивых кодов, работающие за пределом половины кодового расстояния [3, 4, 5, 6]. Различные вопросы дифференциального исчисления булевых функций рассмотрены в [7, 8, 9]. В теории булевых функций естественным образом возникает понятие производной по направлению, представляющей собой оператор, действующий на пространстве булевых функций. Актуальной является задача исследования свойств данного оператора. В работе рассматривается задача восстановления булевой функции по ее производной по некоторому направлению, определены условия существования прообраза производной булевой функции, описан способ восстановления функции по ее прообразу и даны временные оценки сложности предложенных методов.

Формулировка задачи интегрирования булевых функций. Булевой функцией, согласно [1], назовем отображение $f : F_2^n \to F_2$, где F_2^n — векторное пространство размерности n над конечным полем F_2. Множество булевых функций от n переменных обозначим Φ_n. Известно, что $|\Phi_n| = 2^{2^n}$. Будем считать, что элементы множеств Φ_n и F_2^n упорядочены некоторым образом, например, лексикографически. Производной булевой функции $f(\bar{x})$ по направлению $\bar{u}$, где $\bar{u} \neq \bar{0}$, $\bar{u} \in F_2^n$, называется $(D_{\bar{u}} f)(\bar{x}) \in \Phi_n$:

$$(D_{\bar{u}} f)(\bar{x}) = f(\bar{x} + \bar{u}) + f(\bar{x}). \quad (1)$$

Функцию f назовем прообразом производной $D_{\bar{u}} f$.

Сформулируем задачу восстановления булевой функции по ее производной, которую далее будем называть задачей интегрирования. Дана булева функция $f \in \Phi_n$, необходимо найти хотя бы одну функцию $g \in \Phi_n$, такую, чтобы выполнялось равенство $f = D_{\bar{u}} g$ для некоторого $\bar{u} \neq \bar{0}$, $\bar{u} \in F_2^n$.

Необходимые предварительные сведения и результаты. В [1, стр. 69] сформулирована теорема, о том, что каждая функция $f \in \Phi_n$ может быть единственным образом представлена в виде полинома из кольца полиномов $F_2[x_1, x_2, ..., x_n]$, при этом степень полинома по каждой переменной не превосходит 1. Такое представление называется алгебраической нормальной формой (АНФ) булевой функции f.

Утверждение 1. Кольцо Φ_n изоморфно факторкольцу $F_2[x_1, x_2, ..., x_n]/I$, то есть $\Phi_n \cong F_2[x_1, x_2, ..., x_n]/I$, где $I = < x_1^2 + x_1, x_2^2 + x_2, ..., x_n^2 + x_n > \subset F_2[x_1, x_2, ..., x_n]$ — идеал в кольце $F_2[x_1, x_2, ..., x_n]$.

Утверждение 1 легко доказать, используя теорему из [1, стр. 69], и тот факт, что $F_2[x_1, x_2, ..., x_n]/I$ — факторкольцо, в котором представителями классов смежности являются полиномы, степень которых по каждой переменной не превосходит 1.

Пусть $[a]$ — класс смежности по модулю идеала I в кольце $F_2[x_1, x_2, ..., x_n]$. Тогда из утверждения 1 следует, что $[a]$ соответствует некоторой булевой функции $f \in \Phi_n$. Будем записывать булеву функцию $f \in \Phi_n$ в виде полинома, являющегося представителем класса смежности $[a]$:

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = a_0 + \textstyle\sum_{i_1=1}^n a_{i_1} x_{i_1} + \sum_{1 \le i_1 < i_2 \le n} a_{i_1 i_2} x_{i_1} x_{i_2} + ... + \quad (2)$$
$$+ \textstyle\sum_{1 \le i_1 < i_2 < ... < i_k \le n} a_{i_1 i_2 ... i_k} x_{i_1} x_{i_2} ... x_{i_k} + ... + a_{12...n} x_1 x_2 ... x_n .$$

Для f, заданной в виде (2) определим биективное отображение $\gamma : \Phi_n \to F_2^{2^n}$:

$$\gamma(f) = (a_0, a_1, ..., a_{12...n}). \quad (3)$$

Обозначим S_A^k все возможные k-элементные подмножества множества A, где $k \in Z_{\geq 0}$.

По аналогии с k-м элементарным симметрическим многочленом [10] определим отображение

$$\sigma_k : F_2[x_1, x_2, ..., x_r, u_1, u_2, ..., u_v] \to F_2[x_1, x_2, ..., x_r, u_1, u_2, ..., u_v],$$

$$\sigma_k(x_1, x_2, ..., x_r, u_1, u_2, ..., u_v) = \sum_{\{y_1, y_2, ..., y_k\} \in S^k_{\{x_1, x_2, ..., x_r, u_1, u_2, ..., u_v\}}} y_1 y_2 ... y_k,$$

где $k = \overline{1, r}$, r, $v \in N$. Положим, что $\sigma_0(\bar{x}, \bar{u}) = 1$, а при $k \notin \overline{1, r}$, $\sigma_k(\bar{x}, \bar{u}) = 0$.

Теорема 1 (об АНФ производной булевой функции). Для любого $f(\bar{x}) \in \Phi_n$ и $\bar{u} \neq \bar{0}$, $\bar{u} \in F_2^n$, справедливо

$$(D_{\bar{u}} f)(\bar{x}) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < ... < i_k \leq n} a_{i_1 i_2 ... i_k} [\sigma_k(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_k}, u_{i_1}, u_{i_2}, ..., u_{i_k}) + \quad (4)$$

$$+ x_{i_1} x_{i_2} ... x_{i_k} + \sum_{1 \leq j \leq k} x_{i_j} u_{i_j} \sigma_{k-2}(x_{i_1}, ..., x_{i_{j-1}}, x_{i_{j+1}}, ..., x_{i_k}, u_{i_1}, ..., u_{i_{j-1}}, u_{i_{j+1}}, ..., u_{i_k})],$$

где $(D_{\bar{u}} f)(\bar{x}) \in \Phi_n$.

Доказательство. Согласно (1) получаем

$$(D_{\bar{u}} f)(\bar{x}) = f(\bar{x} + \bar{u}) + f(\bar{x}) = f(x_1 + u_1, x_2 + u_2, ..., x_n + u_n) + f(x_1, x_2, ..., x_n).$$

Из (2) следует, что

$$f(x_1 + u_1, x_2 + u_2, ..., x_n + u_n) = a_0 + \sum_{i_1=1}^{n} a_{i_1} \sigma_1(x_{i_1}, u_{i_1}) +$$

$$+ \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} a_{i_1 i_2} (\sigma_2(x_{i_1}, x_{i_2}, u_{i_1}, u_{i_2}) + x_{i_1} u_{i_1} + x_{i_2} u_{i_2}) + ... +$$

$$+ \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < ... < i_k \leq n} a_{i_1 i_2 ... i_k} [\sigma_k(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_k}, u_{i_1}, u_{i_2}, ..., u_{i_k}) +$$

$$\sum_{1 \leq j \leq k} x_{i_j} u_{i_j} \sigma_{k-2}(x_{i_1}, ..., x_{i_{j-1}}, x_{i_{j+1}}, ..., x_{i_k}, u_{i_1}, ..., u_{i_{j-1}}, u_{i_{j+1}}, ..., u_{i_k})] + ... +$$

$$+ a_{12...n} [\sigma_n(x_1, x_2, ..., x_n, u_1, u_2, ..., u_n) + \sum_{1 \leq j \leq n} x_j u_j \sigma_{n-2}(x_1, ..., x_{j-1}, x_{j+1}, ..., x_n, u_1, ..., u_{j-1}, u_{j+1}, ..., u_n)].$$

Суммируя полученное выражение с $f(x_1, x_2, ..., x_n)$, доказываем (4). •

Установление связи коэффициентов исходной булевой функции и ее производной по направлению.

Пусть $[m..n] = \begin{cases} \{x \in N \mid m \leq x \leq n\}, m \leq n \\ \varnothing, n < m \end{cases}$, где m, $n \in N$, N — множество натуральных чисел. Обозначим через 2^A множество всех подмножеств множества A. Пусть

$$C_{[m,,n]} = \{i_1 ... i_k \mid i_j \in [m..n], i_1 < ... < i_k, k = \overline{m, n}, j = \overrightarrow{1, k}\} \subset N. \quad (5)$$

Обозначим для удобства $C_{[0..n]} = \{0\} \cup C_{[1..n]}$. Заметим, что $C_{[0..n]} \subset Z_{\geq 0}$, где $Z_{\geq 0}$ — множество целых неотрицательных чисел. Тогда, очевидным образом, можно упорядочить множество $C_{[0..n]}$, используя естественное упорядочение на множестве $Z_{\geq 0}$. Пусть

$$\lambda : C_{[0..n]} \to N \quad (6)$$

сопоставляет элементу $C_{[0..n]}$ его порядковый номер согласно введенному упорядочению (5). Очевидно, что λ является инъективным отображением.

Определим отображение $\tau : 2^{[1..n]} \to C_{[1..n]}$,

$$\tau(\{i_1, i_2, ..., i_k\}) = i_{j_1} i_{j_2} ... i_{j_k}, \quad (7)$$

где $\{i_1, i_2, ..., i_k\} = \{i_{j_1}, i_{j_2}, ..., i_{j_k}\}$; $i_{j_1} < i_{j_2} < ... < i_{j_k}$. Очевидно, что τ — биекция.

Пусть $f \in \Phi_n$ задана формулой (2), а $(D_{\bar{u}} f)(\bar{x})$ представлена формулой (4). Упорядочим мономы $(D_{\bar{u}} f)(\bar{x})$ по степеням переменных x_1, x_2, …, x_n:

$$(D_{\bar{u}} f)(\bar{x}) = [\sum_{i_1=1}^{n} a_{i_1} u_{i_1} + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} a_{i_1 i_2} u_{i_1} u_{i_2} + ... + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < ... < i_k \leq n} a_{i_1 i_2 ... i_k} u_{i_1} u_{i_2} .. u_{i_k} + ... +$$

$$+ a_{12...n} u_1 u_2 ... u_n] + \sum_{j_1=1}^{n} [\sum_{i_1 \in [1..n] \setminus \{j_1\}} a_{\tau(\{j_1, i_1\})} u_{i_1} + \sum_{\substack{i_1, i_2 \in [1..n] \setminus \{j_1\}, \\ i_1 < i_2}} a_{\tau(\{j_1, i_1, i_2\})} u_{i_1} u_{i_2} + ... +$$

$$\sum_{\substack{i_1, i_2, ..., i_{k-1} \in [1..n] \setminus \{j_1\}, \\ i_1 < i_2 < ... < i_{k-1}}} a_{\tau(\{j_1, i_1, ..., i_{k-1}\})} u_{i_1} u_{i_2} ... u_{i_{k-1}} + ... + a_{12...n} u_1 u_2 ... u_{j_1 - 1} u_{j_1 + 1} ... u_n] x_{j_1} + ... +$$

$$+ \sum_{\{j_1, j_2, ..., j_l\} \in S^l_{[1..n]}} [\sum_{i_1 \in [1..n] \setminus \{j_1, j_2, ... j_l\}} a_{\tau(\{j_1, j_2, ..., j_l, i_1\})} u_{i_1} + \sum_{\substack{i_1, i_2 \in [1..n] \setminus \{j_1, j_2, ... j_l\}, \\ i_1 < i_2}} a_{\tau(\{j_1, j_2, ..., j_l, i_1, i_2\})} u_{i_1} u_{i_2} + ... +$$

$$+\sum_{\substack{i_1,i_2,...,i_{k-l}\in[1..n]\backslash\{j_1,j_2,...,j_l\},\\ i_1<i_2<...<i_{k-l}}} a_{\tau(\{j_1,j_2,...,j_l,i_1,...,i_{k-l}\})}u_{i_1}u_{i_2}...u_{i_{k-l}} +...+ +a_{12...n}\prod_{j\in[1..n]\backslash\{j_1,j_2,...,j_l\}}u_j]x_{j_1}x_{j_2}...x_{j_l} +...+$$

$$+\sum_{\{j_1,j_2,...,j_{n-1}\}\in S^{n-1}_{[1..n]}}\sum_{i_1\in[1..n]\backslash\{j_1,j_2,...,j_{n-1}\}} a_{\tau(\{j_1,j_2,...,j_{n-1},i_1\})}u_{i_1}x_{j_1}x_{j_2}...x_{j_{n-1}}.$$

Согласно теореме 1 $(D_{\overline{u}}f)(\overline{x})$ может быть представлена в виде:

$$(D_{\overline{u}}f)(\overline{x}) = b_0 + \sum_{i_1=1}^{n} b_{i_1}x_{i_1} + \sum_{1\le i_1<i_2\le n} b_{i_1i_2}x_{i_1}x_{i_2} +...+$$

$$\sum_{1\le i_1<i_2<...<i_k\le n} b_{i_1i_2...i_k}x_{i_1}x_{i_2}...x_{i_k} +...+ b_{12...n}x_1x_2...x_n.$$

Сравним коэффициенты при соответствующих мономах и получим полиномиальную систему, состоящую из уравнений вида:

$$\sum_{i_1\in[1..n]\backslash\{j_1,j_2,...,j_l\}} a_{\tau(\{j_1,j_2,...,j_l,i_1\})}u_{i_1} +...+ \sum_{\substack{i_1,i_2\in[1..n]\backslash\{j_1,j_2,...,j_l\},\\ i_1<i_2}} a_{\tau(\{j_1,j_2,...,j_l,i_1,i_2\})}u_{i_1}u_{i_2} +...+ \quad (8)$$

$$+\sum_{\substack{i_1,i_2,...,i_{k-l}\in[1..n]\backslash\{j_1,j_2,...,j_l\},\\ i_1<i_2<...<i_{k-l}}} a_{\tau(\{j_1,j_2,...,j_l,i_1,...,i_{k-l}\}}u_{i_1}u_{i_2}...u_{i_{k-l}} +...+$$

$$+a_{12...n}\prod_{j\in[1..n]\backslash\{j_1,j_2,...,j_l\}}u_j = b_{j_1j_2...j_l},$$

где $\{j_1,j_2,...,j_l\}\subset 2^{[1..n]}$. Пусть $\varnothing\subset 2^{[1..n]}$ соответствует b_0. Очевидно, что $b_{12...n}=0$. Таким образом, система, состоящая из уравнений (8), связывает коэффициенты исходной булевой функции и ее производной по направлению.

Пример. Рассмотрим Φ_2. Тогда система уравнений (8) принимает вид:

$$\begin{cases} a_1u_1 + a_2u_2 + a_{12}u_1u_2 = b_0, \\ a_{12}u_2 = b_1, \\ a_{12}u_1 = b_2, \\ 0 = b_{12}. \end{cases}$$

Рассмотрим Φ_3. Тогда система уравнений (8) принимает вид:

$$\begin{cases} a_1u_1 + a_2u_2 + a_3u_3 + a_{12}u_1u_2 + a_{13}u_1u_3 + a_{23}u_2u_3 + a_{123}u_1u_2u_3 = b_0, \\ a_{12}u_2 + a_{13}u_3 + a_{123}u_2u_3 = b_1, \\ a_{12}u_1 + a_{23}u_3 + a_{123}u_1u_3 = b_2, \\ a_{13}u_1 + a_{23}u_2 + a_{123}u_1u_2 = b_3, \\ a_{123}u_3 = b_{12}, \\ a_{123}u_2 = b_{13}, \\ a_{123}u_1 = b_{23}, \\ 0 = b_{123}. \end{cases}$$

Далее матрицу системы уравнений вида (8) относительно коэффициентов a_i обозначим $A\in M_{2^n\times(2^n-1)}(F_2)$. Расширенную матрицу системы обозначим через $A'\in M_{2^n\times 2^n}(F_2)$. Определим условия совместности системы из уравнений вида (8) при любом фиксированном $\overline{u}=(u_1,u_2,...,u_n)\in F_2^n$. Из теоремы Кронекера-Капелли [10] известно, что СЛАУ совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы. Следовательно, необходимо выбрать подходящие значения коэффициентов b_i в (8), чтобы $rank(A)=rank(A')$. Далее, определив значения b_i и a_j, построим булеву функцию g и вектор $\overline{y}$: $D_{\overline{y}}g = D_{\overline{u}}f$. Согласно определению производной по направлению из рассмотрения можно исключить случай, когда $\overline{u}=\overline{0}$.

Построение множества векторов, имеющих прообразы. Элементы векторного пространства $F_2^{2^n}$, взаимно однозначно соответствующие булевым функциям пространства Φ_n, для которых существует прообраз, назовем «разрешёнными». Множество «разрешённых» векторов обозначим $Allowed=\{\overline{y}\in F_2^{2^n} \mid \exists f\in\Phi_n, \overline{u}\ne\overline{0}\in F_2^n : D_{\overline{u}}f=\gamma^{-1}(\overline{y})\}$, где γ — биекция (3). Множество «запрещенных» векторов пространства булевых функций Φ_n обозначим $NotAllowed = F_2^{2^n}\setminus Allowed$. Очевидно, что $\Phi_n = Allowed\cup NotAllowed$, $Allowed\cap NotAllowed=\varnothing$.

Построим множества разрешенных и запрещенных векторов для Φ_1: $Allowed=\{(0,0),(1,0)\}$, $NotAllowed=\{(0,1),(1,1)\}$. Действительно,

$$(D_{(u_1)}f)(x_1) = a_0 + a_1(x_1+u_1) + a_0 + a_1x_1 = a_1u_1.$$

Положим, что $n > 1$. Будем последовательно строить множество «разрешённых» векторов пространства булевых функций Φ_n. Построим «разрешённые» векторы при $\overline{u} = (1,0,...,0)$. Тогда система, состоящая из уравнений (8), содержит следующие уравнения:

$$a_1 = b_0 ,$$

$$0 = b_1 ,$$

$$a_{1 j_1 \dots j_k} = b_{j_1 \dots j_k} ,$$

$$0 = b_{1 j_1 \dots j_k} ,$$

где $2 \le j_1 < ... < j_k \le n$, $1 \le k \le n-1$. Таким образом, при $\overline{u} = (1,0,...,0)$ множество «разрешённых» векторов A_1, состоит из $\overline{y} \in F_2^{2^n}$: $\forall \{j_1,..., j_k\} \subset 2^{[1..n]\setminus\{1\}}$, где $1 \le k \le n-1$,

$$y_{\lambda(\tau(\{1, j_1,..., j_k\}))} = 0 ,$$

где λ определено формулой (6), τ — формулой (7).

При $\overline{u} = (0,...,0,1_i,0,...,0)$, где $i = \overline{1,n}$, множество «разрешённых» векторов A_i, состоит из $\overline{y} \in F_2^{2^n}$: $\forall \{j_1,..., j_k\} \subset 2^{[1..n]\setminus\{i\}}$, где $1 \le k \le n-1$,

$$y_{\lambda(\tau(\{i, j_1,..., j_k\}))} = 0 .$$

Рассмотрим теперь вектор $\overline{u}$, который имеет l ненулевых координат u_{i_1}, u_{i_2}, … , u_{i_l}, где $1 \le i_1 < i_2 < ... < i_l \le n$, $1 \le l \le n$. Положим, что $I = \{i_1, i_2,..., i_l\}$. Тогда из системы уравнений вида (8) после подстановки такого $\overline{u}$ получаем систему, которая будет состоять из уравнений следующего вида:

$$\textstyle\sum_{k=1}^{l} \sum_{\{j_1, j_2,..., j_k\} \subset S_I^k} a_{\tau(\{j_1,..., j_k\})} = b_0 , \qquad (9.1)$$

$$\textstyle\sum_{k=1}^{l-h} \sum_{\{j_1, j_2,..., j_k\} \subset S^k_{I\setminus\{i_1', i_2',..., i_h'\}}} a_{\tau(\{i_1', i_2',..., i_h', j_1, j_2,..., j_k\})} = b_{\tau(\{i_1', i_2',..., i_h'\})} , \qquad (9.2)$$

$$0 = b_{\tau(\{i_1, i_2,..., i_l, j_1', j_2',..., j_h'\})} , \qquad (9.3)$$

$$\textstyle\sum_{k=1}^{l-d} \sum_{\{j_1, j_2,..., j_k\} \subset S^k_{I\setminus\{i_1', i_2',..., i_d'\}}} a_{\tau(\{i_1', i_2',..., i_d', j_1', j_2',..., j_v', j_1, j_2,..., j_k\})} = b_{\tau(\{i_1', i_2',..., i_d', j_1', j_2',..., j_v'\})} , \qquad (9.4)$$

где $\{i_1', i_2',..., i_h'\} \subset 2^I$, $h = \overline{1, l-1}$; $\{j_1', j_2',..., j_h'\} \subset 2^{[1..n]\setminus I}$, $h = \overline{1, n-l}$; $\{i_1', i_2',..., i_d'\} \subset \bigcup_{d=0}^{l-1} S_I^d$, $\{j_1', j_2',..., j_v'\} \subset 2^{[1..n]\setminus I}$, $v = \overline{1, n-l}$.

Строка матрицы A системы уравнений вида (8), соответствующая уравнению вида (9.1), является линейно независимой относительно остальных строк матрицы. Строки, соответствующие уравнениям вида (9.3), являются нулевыми. Выделим среди строк матрицы A, соответствующих уравнениям вида (9.2), линейно зависимые. Для линейной зависимости двух векторов, соответствующие уравнениям вида (9.2), необходимо и достаточно, чтобы в левой части уравнения стояли одинаковые неизвестные. Следовательно, для таких уравнений число фиксированных координат, фигурирующих при индексе свободных членов, должно быть одинаково.

Рассмотрим два уравнения, соответствующие линейно зависимым строкам:

$$\textstyle\sum_{k=1}^{l-h} \sum_{\{j_1^{(1)}, j_2^{(1)},..., j_k^{(1)}\} \subset S^k_{I\setminus\{i_1^{(1)}, i_2^{(1)},..., i_h^{(1)}\}}} a_{\tau(\{i_1, i_2,..., i_z, i_{z+1}^{(1)}, i_{z+2}^{(1)},..., i_h^{(1)}, j_1^{(1)}, j_2^{(1)},..., j_k^{(1)}\})} = b_{\tau(\{i_1^{(1)}, i_2^{(1)},..., i_h^{(1)}\})} ,$$

$$\textstyle\sum_{k=1}^{l-h} \sum_{\{j_1^{(2)}, j_2^{(2)},..., j_k^{(2)}\} \subset S^k_{I\setminus\{i_1^{(2)}, i_2^{(2)},..., i_h^{(2)}\}}} a_{\tau(\{i_1, i_2,..., i_z, i_{z+1}^{(2)}, i_{z+2}^{(2)},..., i_h^{(2)}, j_1^{(2)}, j_2^{(2)},..., j_k^{(2)}\})} = b_{\tau(\{i_1^{(2)}, i_2^{(2)},..., i_h^{(2)}\})} ,$$

где $\{i_1, i_2,..., i_z\} = \{i_1^{(1)}, i_2^{(1)},..., i_h^{(1)}\} \cap \{i_1^{(2)}, i_2^{(2)},..., i_h^{(2)}\}$, $\{i_{z+1}^{(1)}, i_{z+2}^{(1)},..., i_h^{(1)}\} = \{i_1^{(1)}, i_2^{(1)},..., i_h^{(1)}\} \setminus \{i_1^{(2)}, i_2^{(2)},..., i_h^{(2)}\} \ne \varnothing$, $\{i_{z+1}^{(2)}, i_{z+2}^{(2)},..., i_h^{(2)}\} = \{i_1^{(2)}, i_2^{(2)},..., i_h^{(2)}\} \setminus \{i_1^{(1)}, i_2^{(1)},..., i_h^{(1)}\} \ne \varnothing$,

l — число ненулевых координат в $\overline{u}$. Легко увидеть, что

$$a_{\tau(\{i_1, i_2,..., i_z, i_{z+1}^{(1)}, i_{z+2}^{(1)},..., i_h^{(1)}, j_1^{(1)}\})} = a_{\tau(\{i_1, i_2,..., i_z, i_{z+1}^{(2)}, i_{z+2}^{(2)},..., i_h^{(2)}, j_1^{(2)}\})} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow j_1^{(1)} \in \{i_{z+1}^{(2)}, i_{z+2}^{(2)},..., i_h^{(2)}\} ,\ j_1^{(2)} \in \{i_{z+1}^{(1)}, i_{z+2}^{(1)},..., i_h^{(1)}\} ,\ h = z+1 .$$

Таким образом, равенства преобразуются к виду

$$a_{\tau(\{i_1, i_2,..., i_z, i_{z+1}^{(1)}, i_{z+1}^{(2)}\})} = a_{\tau(\{i_1, i_2,..., i_z, i_{z+1}^{(2)}, i_{z+1}^{(1)}\})} .$$

Следовательно, в силу произвольности выбора элементов $j_1^{(1)}$ и $j_1^{(2)}$, $h = l-1$. Таким образом, для того чтобы два вектора из матрицы A, соответствующих уравнениям вида (9.2), со свободными членами равными $b_{\tau(\{i_1^{(1)}, i_2^{(1)}, ..., i_h^{(1)}\})}$ и $b_{\tau(\{i_1^{(2)}, i_2^{(2)}, ..., i_h^{(2)}\})}$ были линейно зависимы необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия

$$h = l-1,$$

$$\{i_1^{(1)}, i_2^{(1)}, ..., i_h^{(1)}\} \Delta \{i_1^{(2)}, i_2^{(2)}, ..., i_h^{(2)}\} = \{i, j\},$$

где $I \setminus \{i_1^{(1)}, i_2^{(1)}, ..., i_h^{(1)}\} = \{i\}$, $I \setminus \{i_1^{(2)}, i_2^{(2)}, ..., i_h^{(2)}\} = \{j\}$, а знак «$\Delta$» обозначает симметрическую разность множеств.

Положим теперь, что в матрице A найдутся три или более линейно зависимые строки, получаемые из уравнений вида (9.2). Пусть для некоторых $\alpha_i \in F_2$, где $i = \overline{2, g}$, $g \in N$,

$$\sum_{k=1}^{l-h} \sum_{\{j_1^{(1)}, j_2^{(1)}, ..., j_k^{(1)}\} \subset S^k_{I \setminus \{i_1^{(1)}, i_2^{(1)}, ..., i_h^{(1)}\}}} a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(1)}, i_{z+2}^{(1)}, ..., i_h^{(1)}, j_1^{(1)}, j_2^{(1)}, ..., j_k^{(1)}\})} =$$

$$= \sum_{d=2}^{g} \alpha_d \sum_{k=1}^{l-h} \sum_{\{j_1^{(d)}, j_2^{(d)}, ..., j_k^{(d)}\} \subset S^k_{I \setminus \{i_1^{(d)}, i_2^{(d)}, ..., i_h^{(d)}\}}} a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(d)}, i_{z+2}^{(d)}, ..., i_h^{(d)}, j_1^{(d)}, j_2^{(d)}, ..., j_k^{(d)}\})},$$

где $\{i_{z+1}^{(d)}, i_{z+2}^{(d)}, ..., i_h^{(d)}\} = \{i_1^{(d)}, i_2^{(d)}, ..., i_h^{(d)}\} \setminus B$, $B = \{i_1, i_2, ..., i_z\} = \bigcap_{i=1}^{g} \{i_1^{(d)}, i_2^{(d)}, ..., i_h^{(d)}\}$.

Рассмотрим некоторый коэффициент из левой части равенства $a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(1)}, i_{z+2}^{(1)}, ..., i_h^{(1)}, j_1^{(1)}\})}$. Так как $h < n$, то без нарушения общности

$$a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(1)}, i_{z+2}^{(1)}, ..., i_h^{(1)}, j_1^{(1)}\})} = \sum_{d=2}^{g} \alpha_i a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(d)}, i_{z+2}^{(d)}, ..., i_h^{(d)}, j_1^{(d)}\})} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(1)}, i_{z+2}^{(1)}, ..., i_h^{(1)}, j_1^{(1)}\})} = \sum_{d=2}^{2k+2} a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(d)}, i_{z+2}^{(d)}, ..., i_h^{(d)}, r_1^{(d)}\})},$$

где $2k+2 \le g$, $k \in Z_{\ge 0}$,

$$a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(1)}, i_{z+2}^{(1)}, ..., i_h^{(1)}, j_1^{(1)}\})} = a_{\tau(\{_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(d)}, i_{z+2}^{(d)}, ..., i_h^{(d)}, r_1^{(d)}\})}.$$

Из предыдущих рассуждений следует

$$a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(1)}, i_{z+2}^{(1)}, ..., i_h^{(1)}, j_1^{(1)}\})} = a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(d)}, i_{z+2}^{(d)}, ..., i_h^{(d)}, r_1^{(d)}\})} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow j_1^{(1)} \in \{i_{z+1}^{(d)}, i_{z+2}^{(d)}, ..., i_h^{(d)}\},\ r_1^{(i)} \in \{i_{z+1}^{(1)}, i_{z+2}^{(1)}, ..., i_h^{(1)}\},\ h = z+1.$$

Таким образом, верны равенства

$$a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(1)}, i_{z+1}^{(d)}\})} = a_{\tau(\{i_1, i_2, ..., i_z, i_{z+1}^{(d)}, i_{z+1}^{(1)}\})},$$

где $i = \overline{1, 2k+1}$. В проведенных рассуждениях элементы $j_1^{(1)}$ и $j_1^{(d)}$ выбраны произвольно, $d = \overline{2, 2k+2}$, $h = l-1$. Таким образом, доказана следующая лемма.

Лемма 1. Линейно зависимые строки матрицы A системы уравнений вида (8), соответствующие уравнениям вида (9.2), при подстановке вектора $\bar{u}$ с l ненулевыми координатами $I = \{u_{i_1}, u_{i_2}, ..., u_{i_l}\}$, где $1 \le i_1 < i_2 < ... < i_l \le n$, $1 \le l \le n$, имеют вид

$$a_{\tau(\{i'_1, i'_2, ..., i'_{l-1}, j\})} = b_{\tau(\{i'_1, i'_2, ..., i'_{l-1}\})},$$

где $\{i'_1, i'_2, ..., i'_{l-1}\} \subset S_I^{l-1}$; $I \setminus \{i'_1, i'_2, ..., i'_{l-1}\} = \{j\}$. •

Теперь выделим линейно зависимые строки матрицы A системы уравнений вида (8) среди соответствующих уравнениям (9.4). Легко увидеть, что уравнения (9.2) отличаются от уравнений (9.4), наличием в последних среди фиксированных индексов свободного члена и неизвестных элементов, не принадлежащих множеству I номеров позиций ненулевых координат вектора $\bar{u}$, подставляемого в (8). Но суммирование в левой части обоих уравнений ведется по некоторому подмножеству I, которое является одинаковым для обоих видов уравнений (9.2) и (9.4). Таким образом, применяя рассуждения аналогичные рассуждениям для случая уравнений вида (9.2), можно убедиться, что верна

Лемма 2. Линейно зависимые строки матрицы A системы уравнений вида (8), соответствующие уравнениям вида (9.4), при подстановке $\bar{u}$ с l ненулевыми координатами $I = \{u_{i_1}, u_{i_2}, ..., u_{i_l}\}$, где $1 \le i_1 < i_2 < ... < i_l \le n$, $1 \le l \le n$, имеют вид

$$a_{\tau(\{i'_1, i'_2, ..., i'_{l-1}, j'_1, j'_2, ..., j'_v, j\})} = b_{\tau(\{i'_1, i'_2, ..., i'_{l-1}, j'_1, j'_2, ..., j'_v\})},$$

где $\{i'_1, i'_2, ..., i'_{l-1}\} \subset S_I^{l-1}$, $I \setminus \{i'_1, i'_2, ..., i'_{l-1}\} = \{j\}$, $\{j'_1, j'_2, ..., j'_v \subset S^v_{[1..n] \setminus I}\}$, $1 \le v \le n-l$. •

Таким образом, в общем случае, когда $\overline{u}$ имеет l ненулевых координат $I=\{u_{i_1},u_{i_2},...,u_{i_l}\}$, где $1 \le i_1 < i_2 < ... < i_l \le n$, $1 \le l \le n$, из лемм 1 и 2, а также формул (9.1)–(9.4) следует, что множество «разрешенных» векторов $A_{i_1 i_2 ... i_l}$ состоит из векторов $\overline{y} \in F_2^{2^n}$, для коэффициентов которых выполняются следующие свойства:

1. $y_{\lambda(\tau(\{i_1,i_2,...,i_l,j_1^{'},j_2^{'},...,j_h^{'}\}))}=0$, $\forall\{j_1^{'},j_2^{'},...,j_h^{'}\} \subset 2^{[1..n]\backslash I}$, $h=\overline{1,n-l}$;

2. $y_{\lambda(\tau(\{i_1^{'},i_2^{'},...,i_{l-1}^{'}\}))}=y_{\lambda(\tau(\{i_1^{''},i_2^{''},...,i_{l-1}^{''}\}))}$: $\forall\{i_1^{'},i_2^{'},...,i_{l-1}^{'}\}$, $\{i_1^{''},i_2^{''},...,i_{l-1}^{''}\} \subset S_I^{l-1}$;

3. $y_{\lambda(\tau(\{i_1^{'},i_2^{'},...,i_{l-1}^{'},j_1^{'},j_2^{'},...,j_v^{'}\}))}=y_{\lambda(\tau(\{i_1^{''},i_2^{''},...,i_{l-1}^{''},j_1^{'},j_2^{'},...,j_v^{'}\}))}$: $\forall\{i_1^{'},i_2^{'},...,i_{l-1}^{'}\}$, $\{i_1^{''},i_2^{''},...,i_{l-1}^{''}\} \subset S_I^{l-1}$, при фиксированном $\{j_1^{'},j_2^{'},...,j_v^{'}\} \subset S_{[1..n]\backslash I}^{v}$, $1 \le v \le n-l$;

4. все элементы вектора $\overline{y} \in F_2^{2^n}$, не определенные свойствами 1–3, являются произвольными элементами поля F_2.

Теорема 2 (о существовании производной по направлению). Рассмотрим Φ_n. Пусть вектор $\overline{u} \in F_2^n$ содержит l ненулевых координат $I=\{u_{i_1},u_{i_2},...,u_{i_l}\}$, где $1 \le i_1 < i_2 < ... < i_l \le n$, $1 \le l \le n$. Положим, что $A_{i_1 i_2 ... i_l}$ — множество «разрешенных» векторов, определенных при подстановке в систему уравнений вида (8) вектора $\overline{u}$. Для булевой функции $g \in \Phi_n$ существует такая булева функция f, что

$$(D_{\overline{u}} f)(\overline{x})=g(\overline{x}) \Leftrightarrow \gamma(g) \in \bigcup_{i \in C_{[1..n]}} A_i,$$

где γ — биекция (3); $C_{[1..n]}$ определено (5).

Доказательство. Докажем, что $\bigcup_{i \in C_{[1..n]}} A_i = Allowed$. Если это равенство верно, то утверждение теоремы будет выполняться в силу определения множества $Allowed$.

Очевидно, что в силу своего построения $\bigcup_{i \in C_{[1..n]}} A_i \subset Allowed$. Множество $A_{i_1 i_2 ... i_l}$ содержит все возможные вектора свободных членов $\overline{b}$, при которых система уравнений вида (8) совместна при подстановке вектора $\overline{u}$. Пусть $\overline{w} \in A_{i_1 i_2 ... i_l}$. При фиксировании $\overline{w}$ в качестве свободных членов системы (8) можно найти все возможные решения данной системы, которые определяют все булевы функции $f \in \Phi_n$: $D_{\overline{u}} f = \gamma^{-1}(\overline{w})$. Поскольку при построении множеств A_i, $i \in C_{[1..n]}$, перебираются все вектора $\overline{u} \in F_2^n$, кроме нулевого, то $Allowed \subset \bigcup_{i \in C_{[1..n]}} A_i$. •

Алгоритм определения существования прообраза. Представим в краткой форме алгоритм, позволяющий определить существование для данной булевой функции прообраза. На вход алгоритма поступает булева функция $g \in \Phi_n$ $(n>1)$, на выходе алгоритм выдает значение $true$, если прообраз для входной функции существует, иначе, при отсутствии прообраза, алгоритм возвращает значение $false$. Будем рассматривать алгоритм в виде двух частей, которые обозначим как алгоритмы А и Б. Алгоритм А определяет возможное направление, по которому была взята производная и отправляет его на вход алгоритма Б, который проверяет существует ли прообраз для булевой функции, поступившей на вход алгоритма с учетом выбранного направления.

Рассмотрим работу алгоритмов. На вход алгоритма А поступает вектор $\gamma(g)=(g_1,...,g_{2^n}) \in F_2^{2^n}$. Выполняется проверка значения коэффициента g_{2^n}. Если этот коэффициент ненулевой, то согласно теореме 2 прообраза не существует, и алгоритм выдает $false$, иначе алгоритм продолжает работу. Далее алгоритм А формирует вектор $\overline{u}=(g_{2^n-1},g_{2^n-2},...,g_{2^n-n}) \in F_2^n$, в направлении которого была предположительно взята производная, при условии, что $\overline{u} \ne \overline{0}$. Объяснение этого предположения легко видеть из (8). Если $\overline{u} \ne \overline{0}$, то происходит вызов алгоритма Б, работа которого описана ниже, иначе, если $\overline{u}=\overline{0}$, в цикле происходит последовательный перебор всех ненулевых векторов, принадлежащих F_2^n, которые подаются на вход алгоритма Б в качестве предполагаемого вектора, в направлении которого была взята производная. Если при выполнении алгоритма Б было установлено существование прообраза, то алгоритм А возвращает $true$.

Опишем работу алгоритма Б. На его вход которого поступают векторы $\gamma(g) \in F_2^{2^n}$ и $\overline{u} \in F_2^n$. Алгоритм Б проверяет выполняются ли для входного вектора $\gamma(g)$ необходимые и достаточные условия существования прообраза

по заданному направлению $\overline{u}$, то есть определяет принадлежность вектора $\gamma(g)$ множеству $A_{i_1 i_2 \ldots i_l}$, где $i_1 i_2 \ldots i_l \in C_{[1..n]}$, $W_{\overline{u}} = \{i_1, i_2, \ldots, i_l\}$, множество $W_{\overline{u}}$ содержит номера ненулевых элементов вектора $\overline{u}$. Для поиска ответа алгоритм последовательно проверяет выполнение свойств 1-3 (см. список перед теоремой 2) для заданного входного вектора. Если входной вектор удовлетворяет всем трем свойствам, то, согласно теореме 2, можно утверждать, что для булевой функции, взаимно однозначно соответствующей данному вектору, существует прообраз в заданном направлении, и, следовательно, алгоритм Б возвращает значение $true$, иначе, при невыполнении хотя бы одного из условий, алгоритм возвращает $false$.

Авторами получена оценка временной сложности алгоритма $O(n + 2^{3n})$. Доказательства оценки сложности данного алгоритма и других алгоритмов, представленных ниже, в данной работе не приводится в связи с их громоздкостью.

Пример.

Рассмотрим Φ_3. Пусть

$$\gamma(g(x_1, x_2, x_3)) = (g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6 . g_7, g_8) = (1,1,0,1,0,0,0,0) \in F_2^{2^3},$$
$$g(x_1, x_2, x_3) = 1 + x_1 + x_3,$$

где $g(x_1, x_2, x_3) \in F_2[x_1, x_2, x_3]$.

Поскольку $g_8 = 0$, то пока нет оснований утверждать, что прообраза не существует. Рассмотрим вектор $\overline{u} = (g_7, g_6, g_5) = (0,0,0) \in F_2^3$. Следовательно, будем перебирать все ненулевые вектора F_2^3 в поисках подходящего направления. Упорядочим элементы F_2^3 следующим образом:

$$(0,0,0) < (1,0,0) < (0,1,0) < (0,0,1) < (1,1,0) < (1,0,1) < (0,1,1) < (1,1,1).$$

Пусть $\overline{u} = (1,0,0)$. Тогда $W_{\overline{u}} = \{1\}$, $2^{[1..3] \setminus W_{\overline{u}}} = \{\varnothing, \{2\}, \{3\}, \{2,3\}\}$. Очевидно, что $g_{\lambda(1)} = g_2 = 1$, то есть вектор $\overline{u}$ не удовлетворяет свойству 1 (см. список перед теоремой 2). Следовательно, алгоритм 1.2 возвращает значение $false$.

Пусть $\overline{u} = (0,1,0)$. Тогда $W_{\overline{u}} = \{2\}$, $2^{[1..3] \setminus W_{\overline{u}}} = \{\varnothing, \{1\}, \{3\}, \{1,3\}\}$. Вектор $\overline{u}$ удовлетворяет свойству 1: $g_{\lambda(2)} = g_3 = 0$, $g_{\lambda(12)} = g_5 = 0$, $g_{\lambda(23)} = g_7 = 0$ и $g_{\lambda(123)} = g_8 = 0$. Далее $S_3^0 = \{\varnothing\}$, то есть нет необходимости проверять выполняется ли свойство 2. Проверим выполнение свойства 3 для вектора $\overline{u}$. $S^1_{[1..3] \setminus W_{\overline{u}}} = \{\{1\}, \{3\}\}$, следовательно $g_{\lambda(1)} = g_2 = 1$, $g_{\lambda(3)} = g_4 = 1$. Далее $S^2_{[1..3] \setminus W_{\overline{u}}} = \{\{1,3\}\}$, следовательно $g_{\lambda(13)} = g_6 = 0$, то есть вектор $\overline{u}$ удовлетворяет свойству 3. Поскольку вектор $\overline{u}$ удовлетворил всем трем свойствам, то согласно теореме 2 для $g(x_1, x_2, x_3)$ существует прообраз. Следовательно, алгоритм А, а затем и алгоритм Б, выдает на выход значение $true$. $\bullet$

Способ поиска интеграла булевой функции. Опишем еще один подход к решению задачи интегрирования булевых функций. Положим, что для фиксированного вектора при помощи алгоритма существования прообраза установлено, что решение существует. Легко увидеть, что при работе этого алгоритма находится вектор, в направлении которого взята производная. Таким образом, из теоремы 2 следует, что система уравнений вида (8) при подстановке в нее найденного вектора совместна и неопределенна. То есть можно построить общее решение [10] для этой системы, приняв в качестве неизвестных a_i, где $i \in C_{[1..n]}$, и выбрав в качестве неизвестного a_0 произвольный элемент поля F_2. Заметим, что a_i являются коэффициентами прообраза булевой функции, поступившей на вход алгоритма поиска прообраза. Можно использовать любой прямой метод для решения данной СЛАУ. К примеру, если использовать метод Гаусса [10], сложность которого равна $O(n^3)$, где n — количество неизвестных, встречающихся в системе, то можно показать, что асимптотическая оценка сложности решения задачи интегрирования булевой функции (с использованием метода Гаусса для решения СЛАУ) составляет $O(n + 2^{3n}) + O(2^{3n}) = O(n + 2^{3n})$. Авторами также установлено, что при использовании метода полного перебора для поиска прообраза, сложность решения задачи интегрирования булевой функции равна $O(2^{2^n + 2n - 2}(3n + 10) + 2^{3n} + n)$. Таким образом, использование предложенных методов уменьшает алгоритмическую сложность поиска прообраза по сравнению с методом полного перебора примерно в $O(2^{2^n})$ раз.

Заключение. В работе получены существенные теоретические результаты, связанные с решением задач проверки существования и поиска прообраза для произвольной булевой функции, которая рассматривается как

значение производной по направлению. На основе полученных результатов построены соответствующие алгоритмы, проведена оценка их алгоритмической сложности. Выполненная работа может быть полезна для ряда разделов криптографии и теории кодирования, использующих булевы функции нескольких переменных.

Библиографический список

1. Логачев, О. А. Булевы функции в теории кодирования и криптологии / О. А. Логачев, А. А. Сальников, В. В. Ященко. — Москва: МЦНМО, 2004. — 470 с.

2. Мак-Вильямс, Ф. Дж. Теория кодов, исправляющих ошибки. / Ф. Дж. Мак-Вильямс, Н. Дж. А. Слоэн. — Москва : Связь, 1979. — 744 с.

3. Сидельников, В. М. Теория кодирования / В. М. Сидельников. — Москва : ФИЗМАТЛИТ. — 2008. — 324 с.

4. Деундяк В. М. Модель троичного канала передачи данных с использованием декодера мягких решений кодов Рида-Маллера второго порядка / В. М. Деундяк, Н. С. Могилевская // Известия вузов. Сев.-Кав. регион. Техн. науки. — 2015.— №1(182). — С.3–10.

5. Могилевская, Н. С. Экспериментальное исследование декодеров кодов Рида-Маллера второго порядка / Н. С. Могилевская, В. Р. Скоробогат, В. С. Чудаков // Вестник Донского гос. тех. ун-та. — 2008. — Т.8, № 3. — С.231–237.

6. Могилевская, Н. С. Корректирующая способность декодера мягких решений троичных кодов Рида-Маллера второго порядка при большом числе ошибок / Н. С. Могилевская // Вестник Донского гос. тех. ун-та. — 2015. — № 1. — С.121–130.

7. Бохманн, Д. Двоичные динамические системы / Д. Бохманн, Х. Постхоф. — Москва : Энергоатомиздат, 1986. — 400 с.

8. Деундяк, В. М. Интегрируемость систем полиномов нескольких переменных первой и второй степени над простыми полями Галуа / В. М Деундяк, А. В. Кнутова // Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. — 2016. — №2. — С.41–46.

9. Алгоритм восстановления булевой функции по ее производной по направлению (электронный ресурс) / А. В. Мазуренко, Н. С. Могилевская // Системный анализ, управление и обработка информации: сб. трудов VI международного семинара. — Ростов-на-Дону, 2015. — Т. 1. — С.256–262. — Режим доступа : http://ntb.donstu.ru/content/2015421/ (дата обращения: 13.11.2016).

10. Глухов, М. М. Алгебра. Т. 1. / М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев. — Москва : Гелиос АРВ, 2003. — 336 с.

References

1. Logachev, O.A., Salnikov, A.A., Yashchenko, V.V. Bulevy funktsii v teorii kodirovaniya i kriptologii. [Boolean functions in coding theory and cryptology.] Moscow: MTsNMO, 2004, 470 p. (in Russian).

2. McWilliams, F.J., Sloane, N.J.A. Teoriya kodov, ispravlyayushchikh oshibki. [The theory of error-correcting codes.] Moscow: Svyaz', 1979, 744 p. (in Russian).

3. Sidelnikov, V.M. Teoriya kodirovaniya. [Coding Theory.] Moscow: FIZMATLIT, 2008, 324 p. (in Russian).

4. Deundyak, V.M., Mogilevskaya, N.S. Model' troichnogo kanala peredachi dannykh s ispol'zovaniem dekodera myagkikh resheniy kodov Rida-Mallera vtorogo poryadka. [The model of the ternary communication channel with using the decoder of soft decision for Reed – Muller codes of the second order.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2015, no. 1(182), pp. 3–10 (in Russian).

5. Mogilevskaya, N.S., Skorobogat, V.R., Chudakov, V.S. Eksperimental'noe issledovanie dekoderov kodov Rida-Mallera vtorogo poryadka. [Experimental research of second order Reed-Muller codes.] Vestnik of DSTU, 2008, vol. 8, no. 3, pp. 231–237 (in Russian).

6. Mogilevskaya, N.S. Korrektiruyushchaya sposobnost' dekodera myagkikh resheniy troichnykh kodov Rida-Mallera vtorogo poryadka pri bol'shom chisle oshibok. [Correcting capacity of soft-decision decoder of ternary Reed – Muller second-order codes with a large number of errors**.**] Vestnik of DSTU, 2015, no. 1, pp. 121–130 (in Russian).

7. Bohmann, D., Posthoff, Kh. Dvoichnye dinamicheskie sistemy. [Binary dynamic systems.] Moscow: Energoatomizdat, 1986, 400 p. (in Russian).

8. Deundyak, V.M., Knutova, A.V. Integriruemost' sistem polinomov neskol'kikh peremennykh pervoy i vtoroy stepeni nad prostymi polyami Galua. [Integrability of Systems of the First and Second Degree Polynomials of Several Variables over Simple Galois Fields.] Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Natural Sciences. 2016, no. 2, pp. 41–46 (in Russian).

9. Mazurenko, A.V., Mogilevskaya, N.S. Algoritm vosstanovleniya bulevoy funktsii po ee proizvodnoy po napravleniyu. [Algorithm of Boolean function recovery from its directional derivative.] Sistemnyy analiz, upravlenie i obrabotka informatsii: sb. trudov VI mezhdunarodnogo seminara. [System analysis, information control and processing: Proc.

VI Int. Seminar.] Rostov-on-Don, 2015, vol. 1, pp. 256–262. Available at: http://ntb.donstu.ru/content/2015421/ (accessed: 13.11.2016) (in Russian).

10. Glukhov, M.M., Yelizarov, V.P., Nechaev, A.A. Algebra. T. 1. [Algebra. Vol.1.] Moscow: Gelios ARV, 2003, 336 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 25.11.2016
Сдана в редакцию 25.11.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 25.11.2016
Submitted 25.11.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторах:

Мазуренко Александр Вадимович, студент Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/ 0000-0001-9541-3374, mazurencoal@gmail.com

Могилевская Надежда Сергеевна, доцент кафедры «Кибербезопасность информационных систем» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: http://orcid.org/0000-0003-1357-5869, 79044430127@yandex.ru

Authors:

Mazurenko, Alexander V., student, Don State Technical University (RF, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), ORCID: http://orcid.org/ 0000-0001-9541-3374, mazurencoal@gmail.com

Mogilevskaya, Nadezhda S., associate professor of the Cybersecurity of IT Systems Department, Don State Technical University (RF, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Cand. Sci. (Eng.), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-1357-5869, 79044430127@yandex.ru

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 004: 378.147 10.23947/1992-5980-2017-17-1-132-143

Обзор литературных источников по теме «Автоматизация составления расписания занятий и экзаменов в высших учебных заведениях»[*]

В. М. Аль-Габри[**]
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Literature review for the topic of automation of scheduling classes and exams in higher education institutions[***]

W. M. Al-Gabri[**]
Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Расписания занятий и экзаменов являются важнейшими компонентами организации обучения. Их качество напрямую влияет на успешность освоения учебных материалов, играет важную роль в обеспечении физического и психологического здоровья участников образовательного процесса. В статье рассматривается влияние особенностей образовательных систем на постановку и методы решения задач при построении расписаний. Основное внимание уделяется проблемам построения расписаний в высших учебных заведениях.
Материалы и методы. Излагаются результаты аналитического исследования ряда российских и зарубежных источников, посвященных методам и алгоритмам автоматизации построения расписаний занятий и экзаменов. Данные методы и алгоритмы сравниваются с позиций современных методов системного анализа. Расписание рассматривается как часть системы поддержки образовательного процесса и, в сою очередь, обладает признаками системы, объединяющей такие объекты, как обучающиеся, преподаватели, дисциплины, аудитории. Применение методов системного анализа позволило выделить основные признаки реализованных систем построения расписаний, классифицировать и оценить их.
Результаты исследования. В результате проведенного исследования установлено, что постановки задач построения расписания занятий и расписания экзаменов практически эквивалентны и содержат: критерий качества расписания, мягкие и жесткие ограничения. Российские источники содержат подробные исследования различных задач построения расписания занятий. В то же время среди этих источников не было обнаружено работ, посвященных созданию методов и алгоритмов построения расписаний экзаменов. Зарубежные же источники почти полностью посвящены расписаниям экзаменов. Для решения рассматриваемых задач применяются методы теории графов, эвристические и гибридные оптимизационные алгоритмы, методы линейного целочисленного и нечеткого программирования, методы системного анализа и другие современные методы дискретной математики.

Introduction. Schedules of classes and exams are crucial components in the training process organization. Their quality directly affects the successful mastering of learning materials and ensures physical and psychological health of the educational process participants. The influence of educational systems features on the problem setting and solving methods under timetabling is considered. The emphasis is upon the timetabling problems in the higher education systems.
Materials and Methods. The analytical study results of a number of the Russian and foreign sources on methods and algorithms of the classes and exams timetabling automation are described. These techniques and algorithms are compared from the standpoint of modern system-analysis methods. Schedule is considered as part of the educational process support system, and, in its turn, has features of the system combining such objects as students, teachers, disciplines, and classrooms. The application of the system analysis methods allows allocating essential features of the implemented systems of timetabling, classifying and evaluating them.
Research Results. It is found that the tasking of classes scheduling and exams timetabling are practically equivalent and include the timetable quality criterion, soft and hard constraints. Russian sources contain detailed studies of various tasks of the classes timetabling. At the same time, no papers devoted to developing methods and algorithms for the examination schedules are found among these sources. However, foreign sources are largely devoted to the examination schedules. Graph theory methods, heuristic and hybrid optimization algorithms, linear integer programming techniques, system analysis methods, and other modern techniques of discrete mathematics are applied to solve the problems in hand.
Discussion and conclusions. In general, in one and the same institution, the dimension, as well as the solution to the examination

[*]Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
[**]E-mail: wadah@mail.ru
[***]The research is done within the frame of independent R&D.

Обсуждение и заключения. В общем случае в рамках одного и того же вуза размерность, а значит и сложность решения задачи построения расписания экзаменов ниже аналогичной задачи для занятий. В связи с расширением индивидуализации обучения в российской образовательной системе следует ожидать повышение актуальности исследований методов и алгоритмов построения расписаний экзаменов.

scheduling problem is less complicated than the classes scheduling. In connection with the expansion of the individualization of the learning process in the Russian educational system, the improvement of the research methods and algorithms relevance for constructing exams schedule is expected.

Ключевые слова: расписание экзаменов, расписание занятий, NP-полные задачи, автоматизация, ограничения.

Keywords: exam timetable, class schedule, NP-complete problems, automation, constraints.

Введение. Задача построения расписаний в образовательных системах является достаточно сложной. В общем случае она относится к классу оптимизационных NP-полных задач с ограничениями. Расписание как часть учебного процесса занимает важное место в системе образования, и составление современного рационального расписания невозможно без учета научных данных, представленных в зарубежных и российских источниках [1].
В связи с участием системы образования России в Болонском процессе задача автоматизации составления расписаний будет только расти. Интеграция российского образования с образовательной системой Европы привела к принятию ряда новых стандартов, предполагающих реформу национального высшего образования в соответствии с основными положениями Болонской декларации [2].

Изучение разработанности данной темы в России позволяет утверждать, что качественные исследования функционирования и автоматизации расписаний на данный момент практически отсутствуют.

Объектом исследования в рамках данной научной работы являются автоматизированные системы построения расписаний.

Задача составления расписания занятий и экзаменов имеет важное теоретико-методологическое и практическое значение. Ее практическая реализация предполагает учет различных предметов и форм обучения, уровня насыщенности учебных программ, а также внедрение информационных технологий в систему администрирования учебного процесса.

Задачи построения расписании экзаменов и занятий выглядят во многом эквивалентными. Тем не менее необходимо отметить, что задача построения расписания экзаменов выглядит частной задачей построения расписания занятий, т. к. в последнем случае анализируется большее количество параметров и ограничений. В любом случае решение задачи составления расписания занятий и экзаменов в вузах является вычислительно сложной и многокритериальной. Во многом это объясняется следующими ее особенностями.

— Отсутствует единый источник входной информации, что требует тщательной подготовки, сбора, обработки и структуризации большого объема разнообразных данных, поступающих от различных подразделений вуза.

— Известную сложность представляет четкая формализация и идентификация ряда исходных параметров и ограничений при составлении расписания. Таким образом, подразумевается довольно высокий уровень квалификации сотрудника, ответственного за составление расписания.

— Возможен конфликт интересов основных участников учебного процесса (преподавателей и студентов), что обусловливает сложности формализации единых требований при составлении расписания и поиска оптимального решения, удовлетворяющего заинтересованных лиц.

— Решение задачи составления расписания исключительно автоматическим путем (без участия человека) противоречит необходимости использования эвристических методов решения плохо формализуемых задач на основе принципов системного подхода.

— Универсальные алгоритмы автоматизации составления расписания занятий и экзаменов или готовых коробочных программных продуктов сложно адаптировать к конкретным условиям функционирования вуза.

Как показывает анализ литературных источников и эмпирических исследований, большинство задач автоматизации расписания экзаменов являются задачами формирования и оптимизации процесса обслуживания конечного множества требований (заявок) на осуществление определенных действий (работ, событий, операций) при существующем ограничении набора и количества ресурсов.

При составлении расписаний все существующие задачи можно разделить на две группы.

1. Задачи, которые содержат перебор большого количества параметров — исходных данных, заданных вполне конкретно (аудиторный фонд, учебные группы, дни недели и др.). Подобные задачи могут быть достаточно легко автоматизированы и решаться с помощью математических алгоритмов, заложенных в некоторую автоматизированную систему генерирования расписания занятий (экзаменов).

2. Задачи, которые содержат исходные данные, несущие ограниченную (неполную), неточную, недостоверную или неявную информацию (например, преподаватели, студенты и др.).

Именно решение задач второй группы и представляет основную сложность при составлении расписаний занятий и экзаменов в вузах.

Исходя из задачи оптимизации и автоматизации расписания экзаменов можно выделить две основные группы критериев при формировании расписаний:
— быстродействие (минимизация времени расписания) обслуживания требований;
— эффективность обслуживания требований (заявок) для задаваемого интервала времени, внутри которого формируется расписание.

Подходы и программные средства автоматизации расписаний. С позиции практического применения наибольший интерес представляет рассмотрение эффективности обслуживания требований (заявок) как показатель эффективности использования ресурсов системы. Рассмотрим существующие подходы в российской теории и практике решения задач автоматизированного составления расписания занятий и экзаменов.

Профессором Н. Н. Клеванским и рядом сотрудников Саратовского государственного аграрного университета разработаны подходы и реализовано математическое моделирование построения расписания занятий на основе мультипроектного планирования, иерархий заявок и методов ранжирования [3–6].

Исследователи исходят из того, что практическая значимость задачи формирования расписания имеет смысл, только если реализация данной задачи находится в составе интегрированной системы управления деятельностью учебного заведения. В этом случае исходные данные для формирования расписания будут генерироваться системой при решении предшествующих задач, а данные полученного расписания будут использоваться последующими задачами в системе процессов вуза.

Для решения задач построения расписания используется двухэтапный подход, включающий формирование начального расписания и его последующую оптимизацию. Под начальным расписанием понимается любое непротиворечивое расписание, удовлетворяющее обязательным ограничениям.

Задача формирования начального расписания решается последовательным выбором заявки или совокупности заявок и последующим ее включением в расписание в выбранное время начала выполнения действия. Таким образом, на каждом шаге решения задачи формирования начального расписания присутствуют две операции выбора, после чего принимаются некоторые решения.

Задача оптимизации начального расписания решается последовательным выбором действия или совокупности действий и последующей их перестановкой в расписании. В данном случае на каждом шаге решения задачи оптимизации начального расписания также присутствуют две операции выбора, после чего принимаются некоторые решения.

Исследователи С. В. Балтак и Ю. Н. Сотсков предлагают представлять процесс составления расписания как раскраску вершин графа с дополнительными ограничениями на множестве цветов [7]. При этом для оптимизации раскраски графа предложено создание эвристических алгоритмов, позволяющих строить практически приемлемые расписания учебных занятий в средних, специальных или высших учебных заведениях.

Выбор графовой модели авторы объясняют тем, что процесс обучения в общеобразовательной школе можно считать детерминированным, поскольку для каждого класса заранее определен список предметов, который не изменяется в образовательном процессе в течение длительного периода времени. Преподавательский коллектив и группы учеников (классы), как правило, остаются неизменными во время всего планового периода. В силу такой детерминированности задача построения расписания может быть сформулирована в терминах раскраски вершин графа.

Функция ф выступает раскраской (вершин) графа $G = (V, E)$. Для каждой вершины $V_i \in V$ она определяет натуральное число (цвет) $\phi(V_i) \in N$ так, что из включения $[V_i, V_j] \in E$ следует соотношение $\phi(V_i) \neq \phi(V_j)$. N обозначает подмножество множества натуральных чисел. В задаче оптимальной раскраски графа требуется построить раскраску $\phi: V \to N$ вершин графа $G = (V, E)$, которая содержит минимальное число цветов.

Предложенная система на основе использования стандартного пакета *Microsoft Office* (инструмент *Excel*) была протестирована авторами в средней общеобразовательной школе № 21 г. Минска. В качестве множества переменных и существующих ограничений авторы приводят следующие фактические данные:
— учебных классов — 17;
— преподавателей — 34;
— аудиторий — 27;
— общее количество занятий, проведенных за неделю, — 503.

Авторы отмечают, что после соответствующей настройки разработанная ими система может быть использована и для составления расписаний занятий в училищах и колледжах.

Представленная система может использоваться также при составлении расписаний в высших учебных заведениях. При этом следует учитывать, что что вузовские аудитории могут располагаться в разных зданиях, в связи с чем

возникает задача оптимального распределения занятий между зданиями. Эта задача также представляется в терминах раскраски вершин графа с критерием минимизации переходов групп студентов и преподавателей из одного здания в другое, что соответствует запрещению некоторых последовательностей цветов для некоторых подмножеств вершин.

Похожий теоретико-методологический подход был использован С. Н. Зиминым для разработки программного модуля *DemoGraph*, способного составлять учебные расписания на основе исходных данных, вводимых пользователем. Кроме того, процесс визуализируется и сохраняются полученные результаты [8].

Кроме модуля *DemoGraph* в программу включен модуль *IniCreator*, позволяющий создавать файлы входных данных.

Работа программы реализуется в три этапа.

1. Загрузка специального конфигурационного файла *.ini с помощью кнопки Открыть или пункта меню Файл Открыть (*Ctrl-O*). При этом согласно информации, содержащейся в файле, сформируется граф.

2. Раскраска графа осуществляется с помощью кнопки Раскрасить.

3. Сохранение составленного расписания осуществляется с помощью кнопки Сохранить или пункта меню Файл Сохранить (*Ctrl-S*).

Программа на основе раскрашенного графа создает расписание и сохраняет его в виде таблицы в указанном файле. Созданию расписания предшествует загрузка входной информации, содержащейся в специальном файле с фиксированной структурой. Для создания таких файлов автором и был разработан модуль *INICreator*. Запуск данного модуля возможен из окна программы с помощью кнопки Редактор либо из папки с программой (файл *INICreator.exe*).

Доктором технических наук, профессором И. Ф. Астаховой и другими специалистами Воронежского государственного технического университета в ряде работ изложены подходы к составлению расписания учебных занятий на основе генетического алгоритма [9–12].

Предложенная И. Ф. Астаховой и А. М. Фирас математическая модель на основе генетического алгоритма состоит из следующих основных шагов:

— формирование начальной популяции;
— селекция особей;
— скрещивание особей случайными значениями функции пригодности;
— операция мутации над потомством;
— отбор особей в новую популяцию;
— проверка критерия остановки алгоритма;
— выбор наилучшей особи [10].

Авторами было составлено расписание для одного из факультетов Воронежского государственного университета на один семестр. Каждая учебная неделя состояла из пяти дней по 3 пары в день. Для составления расписания были задействованы 8 учебных групп, 18 преподавателей, 53 учебных предмета (дисциплины), 7 аудиторий. На основе использования математической модели был разработан программный комплекс на языке C# и в конкретной ситуации проведен вычислительный эксперимент, который показал, что разработанный комплекс может быть успешно реализован для составления расписаний учебных занятий в вузах.

В диссертационном исследовании Г. Ф. Низамовой используются методы системного анализа. Это позволяет упростить решаемую задачу, но обусловливает необходимость жесткой привязки составленного расписания к преподавательскому составу [13].

Диссертационное исследование И. С. Семенюта посвящено вопросам проведения системного анализа и оптимизации технологического процесса автоматизации составления расписания занятий вуза с детерминированными ограничениями. Автором построена математическая модель задачи составления расписания занятий вуза в терминах линейного целочисленного программирования. Разработана методика ранжировки критериев и упорядочения альтернатив по качеству на основе попарного сравнения порогов совместимости, а также методика проектирования объектно-ориентированной структуры базы данных на основе построения мультиграфа, который представляет собой объектную модель предметной области, объединяющую информационные элементы и технологии обработки данных [14].

Т. С. Бабкина из Нижегородского филиала Государственного университета — Высшей школы экономики предлагает решать задачу составления расписаний на основе построения математической модели с использованием многоагентного подхода [15].

Т. В. Милехина в своем диссертационном исследовании формулирует задачу построения расписания учебных занятий как задачу линейного целочисленного программирования. Составление расписания представлено автором как распределенный во времени процесс выполнения некоторого набора заданий с помощью некоторого набора ресурсов с учетом ряда начальных и граничных условий и требований, налагаемых на искомое расписание. При формализации автором выделены следующие объекты: студенческие группы, преподаватели, учебные дисциплины, временные ин-

тервалы и аудитории. Также в работе рассматриваются 4 жестких ограничения и 10 мягких, из которых конструируются частные критерии оптимальности, и для них выполняется линейная свертка с получением одного критерия оптимальности. Для решения задачи автором применяется эвристический алгоритм последовательного размещения учебных занятий в сетке расписания [16].

В диссертационном исследовании Ф. М. Асвад представлена типовая формализация построения задачи составления расписания занятий с выделением объектов, связей между ними и введением ограничений (жестких и мягких). Для решения задачи составления расписания занятий разработана модификация генетического алгоритма с мультихромосомным представлением и специализированными генетическими операторами [17].

В последние годы особое распространение получили исследования методов эволюционного поиска. Применение таких методов приводит к получению хороших результатов, однако имеет место высокая вычислительная трудоемкость и относительная неэффективность на заключительных этапах эволюции.

В настоящее время для решения задачи составления расписания применяется инновационный подход на основе использования нейронных сетей. Проблемой применения данного подхода является сложность выбора начального состояния нейронной сети.

Необходимо отметить, что для составления расписания занятий в высших учебных заведениях сегодня существует несколько различных программных продуктов, например: *AVTOR*-2003 *High Shool Pro*, «АСТРА», «ХроноГраф 3.0 Мастер», «Экспресс-расписание», «Составитель расписания — 2007», «Расписание 98» и др. Указанные системы имеют ряд возможностей:

— ручной и автоматизированный режимы составления расписания, добавления, удаления и редактирования учебных групп, списка учебных аудиторий, списков преподавателей и их пожеланий по времени работы;
— редактирование учебного плана и списка учебных предметов;
— внесение изменений в полученное расписание;
— экспорт и печать полученных результатов;
— публикация на сайте учебного заведения.

Например, программа «Составитель расписания» позволяет выполнять следующие функции:

— задавать все необходимые параметры для составления расписания;
— импортировать и экспортировать исходные данные для составления расписания на локальном компьютере;
— заполнять сетку расписания как в автоматическом, так и в ручном режиме;
— выявлять и контролировать конфликтные ситуации в расставленных часах расписания;
— получать результаты работы программы в виде отчетов;
— публиковать расписание в сети интернет как на сайте учебного заведения, так и на сервисе «Составитель расписания» [18].

В табл. 1 представлены основные характеристики программы «Составитель расписания».

Таблица 1
Table 1

Основные характеристики программы «Составитель расписания»
Main features of “Schedule Provider” program

Параметр	Содержание
Количество предметов/дисциплин	Не ограничено
Количество учебных планов	Не ограничено
Количество уровней обучения	Не ограничено
Количество графиков (преподаватели, помещения, классы)	Не ограничено
Деление классов на группы	Да
Количество групп в классе	Не ограничено
Объединение классов или групп в потоки	Да
Период составления	На 2 недели
Интерактивный контроль ошибок при составлении	Да

Как следует из описания программного продукта «Составитель расписания» и его основных характеристик, он предназначен, прежде всего, для составления школьных расписаний. При определенной адаптации его можно применить для вуза, но серьезным недостатком является ограниченный период планирования (не более 2 недель).

Другие программные продукты в области автоматизации составления расписания также не лишены недостатков. Например, в них отсутствует интерфейс преподавателя, позволяющий просматривать график его работы, не учитывается вместимость аудиторий и их специфика, отсутствует возможность объединения учебных групп в потоки для проведения потоковых занятий.

Как показывает проведенный анализ, в основном данные программные продукты ориентированы на использование в средних учебных заведениях, колледжах и гимназиях.

Одна из немногих программ, позволяющих составлять расписания в вузах, — «Расписание 98». Ее специфика заключается в составлении расписания по учебным парам как в ручном, так и в автоматическом режиме. Детализация составления расписания недельная, а период составления — один год. В «Расписании 98» недельная нагрузка преподавателей может быть распределена на весь учебный год, исходя из графика учебного процесса. Возможно составление уникального расписания для любой учебной недели в течение года, а также получение вычитки часов для учебной группы, преподавателя или по учебному предмету [19].

Используемая программой «Расписание 98» база данных может быть создана автономно или импортирована из программы «Учебный план». Важное преимущество программы — возможность составления шаблонного расписания занятий на семестр при синхронизации недельного расписания занятий. Также программа позволяет подбирать замены, распределять аудитории в ручном и автоматическом режиме.

Несомненный интерес представляют отечественные разработки системы «АВТОРасписание» (прежде всего, *AVTOR*-2003 *High Shool Pro* как наиболее сложный вариант программы для вузов), предназначенной для быстрого, удобного и качественного составления расписаний занятий для средних и высших учебных заведений, а также их сопровождения в течение всего учебного года.

Первая версия программы *AVTOR* была разработана в 1993 году научным сотрудником Ростовского государственного университета (сейчас Южный федеральный университет) И. О. Губенко. Первоначально программа предназначалась для использования в многопрофильном лицее при университете. В 2001 году была впервые внедрена в эксплуатацию первая вузовская версия для заочной формы обучения [20].

На сегодняшний день существует несколько различных разработок программы *AVTOR*, ориентированных на использование в различных учебных заведениях (рис. 1).

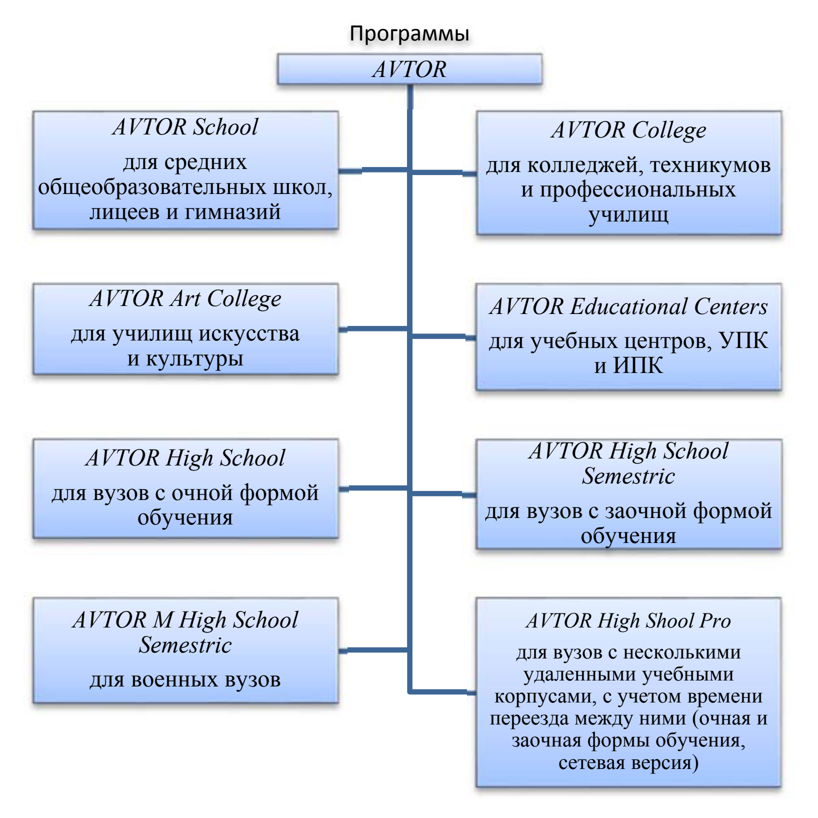


Рис. 1. Программы *AVTOR*, ориентированные на использование в различных учебных заведениях

Fig. 1. *AVTOR* programs for application in various educational institutions

Сравнительный анализ работы программы *AVTOR* и программ других разработчиков неоднократно проводился специалистами разных учебных заведений. Результаты этих исследований позволяют утверждать, что *AVTOR* имеет

самый мощный алгоритм автоматического составления и оптимизации расписаний. Работая в 10–20 раз быстрее аналогов, программа строит более качественные расписания по многим критериям. Например, количество «окон» в расписании преподавателей в 2–3 раза меньше, чем при использовании других программ.

AVTOR является программным продуктом с уникальными возможностями. Основные преимущества данной программы по сравнению с существующими аналогами:

— быстродействие, компактность системных файлов и возможность работы программы в масштабных и территориально разобщенных учебных заведениях со сложными расписаниями;

— высокий уровень автоматизации составления расписания (размещает 100 % возможных занятий);

— высокая производительность: система позволяет в течение одного сеанса работы создать новое расписание, а затем быстро корректировать, сохранять, распечатывать различные варианты расписаний, модифицируя их при необходимости в течение всего учебного года;

— мощный автоматизированный «Редактор расписаний» позволяет легко выполнять любые действия с расписанием (добавление, удаление, перестановка занятий, расчет и оптимизация расписания, смена кабинетов, замена преподавателей и т. д.), подсказывая при этом различные варианты перестановок (изменений) расписания и сравнивая их качество;

— наличие подробной статистики и объективной оценки качества любого варианта расписания;

— возможность поддержки любого национального языка (по желанию клиента) [20].

Кроме того, *AVTOR* модифицируется и настраивается под условия конкретного учебного заведения (с учетом специфики организации учебного процесса, режима работы, формы документов и т. п.).

Сегодня программы *AVTOR* используются в десятках вузов России, например, в таких, как: Ростовский государственный экономический университет, Ростовский институт управления, бизнеса и права, Донской государственный технический университет и др.

Специалистами Международного университета природы, общества и человека «Дубна» (филиал «Дмитров») разработана собственная программа для составления расписания в вузе [21].

При этом был предложен метод решения задачи, основанный на выборе лучшего варианта расписания из некоторого числа случайно сгенерированных расписаний, удовлетворяющих всем заявленным требованиям. Интересно, что для оценки качества расписания авторами использована штрафная функция, которая позволяет сопоставить любому варианту расписания числовой эквивалент. В результате задача поиска оптимального расписания сводится к выбору такого варианта расписания, для которого значение штрафной функции будет минимальным.

Созданная автоматизированная система разработки расписания включает в себя следующие основные компоненты: интерфейсы учебной части, преподавателя и студента, а также модули экспортирования данных на сайт и генерации расписания.

Сотрудник учебной части вуза, используя логин и пароль, через специальный интерфейс вводит в систему исходные данные: список кафедр, курсов, групп, аудиторий, преподавателей и учебный план. Преподаватели, используя свой интерфейс, логин и пароль, вводят в систему дни недели, в которые они могут проводить занятия в университете. После внесения исходных данных система запускается для генерации оптимального варианта расписания. Этот вариант можно отредактировать, распечатать, сохранить и с помощью модуля экспортирования данных разместить на сайте, где произойдет его автоматическое обновление.

Студент, используя специальный интерфейс, может просмотреть все расписание или выборочно для конкретной учебной группы. Система позволяет преподавателю просмотреть график его работы. Система может функционировать на одном компьютере, в локальной сети или в глобальной сети интернет.

Разработанный алгоритм генерации расписания позволяет выявить ошибки, при которых сгенерировать расписание невозможно. При появлении таких ошибок авторы рекомендуют запустить процесс генерации еще раз, а при последующем их появлении пересмотреть учебный план, рабочие дни преподавателей, список учебных аудиторий и списки групп.

При тестировании в систему были введены данные для генерации расписания занятий 8 учебных групп студентов и использовались следующие входные данные:

— список преподавателей включал 23 человека;

— список учебных предметов включал 68 наименований (при этом лекция и семинар по одной дисциплине рассматривались как разные предметы);

— список аудиторий содержал 10 наименований (включая 2 компьютерные аудитории и спортзал);

— учебный план.

Проведя генерацию 1000 вариантов расписаний, авторы получили оптимальное расписание со значением штрафной функции, равным 11640 баллам и 7 «окнами». Время генерации при этом составило 1473 секунд (около 25

минут). Для сравнения, расписание, составленное методистом учебной части вуза, содержало 10 «окон», значение штрафной функции для него составило 19600 баллов [21].

В данной ситуации важно, что после автоматической генерации полученное расписание можно отредактировать и тем самым еще уменьшить значение штрафной функции, т. е. улучить вариант расписания.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что в нашей стране задача построения расписания решается преимущественно с позиции формирования сетки занятий, где экзамены выступают лишь частным случаем общей системы занятий по различным предметам обучения в течение учебного года.

Анализ зарубежного опыта показывает, что разработка расписания экзаменов является востребованной и актуальной задачей для многих вузов и колледжей.

Так, специалистами факультета информационных наук и технологий Университета Малайзии (University Kebangsaan Malaysia) было разработано интеллектуальное программное обеспечение «Экспертиза расписаний» (Intelligent Examination Timetabling Software) [22].

Ранее функцию планирования в университете осуществлял сотрудник на основе собственного опыта и знаний, с использованием стандартного пакета компьютерного программного обеспечения, что представляло собой довольно трудоемкий процесс. Поэтому специалисты университета предложили интеллектуальный коммерческий планировщик, который способен качественно выполнять экспертизу графика с использованием метаэвристического метода. При этом разработчиками использована целевая функция для оценки качества графика. Во-первых, она учитывает временные интервалы и дни при назначении экзаменов на этих временных интервалах. Во-вторых, она дает более высокий приоритет минимизации количества студентов, имеющих в тот же день другие экзамены. Это позволяет не только получить удобное расписание экзаменов, но и снизить экзаменационный стресс среди студентов, улучшить результаты экзаменов.

При разработке программного решения проведение экспертизы расписаний представляется в виде трудноразрешимой задачи, которая может быть определена как процедура назначения некоторого набора экзаменов на заданном числе временных интервалов и помещений при имеющемся множестве жестких и мягких ограничений.

Жесткие ограничения должны быть удовлетворены при любых обстоятельствах. Например, студент не может иметь два экзамена одновременно. Мягкие ограничения должны быть удовлетворены в максимально возможной степени. Примером мягкого ограничения выступает распределение экзаменов как можно более равномерно по всему графику. Из-за сложности задачи, как правило, невозможно найти решение, которое удовлетворяло бы всем мягким ограничениям. Поэтому для оценки качества расписания авторами использована система штрафов за нарушение мягких ограничений.

Предлагаемая исследователями система построения расписания экзаменов состоит из двух этапов. На первом строится расписание, удовлетворяющее всем жестким ограничениям. На втором этапе с помощью метаэвристических методов происходит поиск варианта расписания с наименьшим количеством нарушений мягких ограничений. Разработанная система является гибкой, пользователь может выбрать жесткие и мягкие ограничения для конструктивного формирования расписания экзаменов. Результаты проведенного исследования направлены на практическое применение в Bahagian Pengurusan Akademik для построения расписаний высокого качества за короткие сроки.

Специалистами Университета короля Сауда в Эр-Рияде (Саудовская Аравия) разработаны подходы к составлению расписания экзаменов на основе использования генетического алгоритма [23].

При решении задачи календарного планирования экзаменов исследователями были использованы две фазы оптимизации расписания. Каждая из этих фаз имеет различный набор жестких ограничений, которые подлежат обязательному удовлетворению при составлении расписания (например, «аудитория не может быть использована для двух экзаменов одновременно» или «для каждого экзамена количество мест в аудитории должно быть равно или больше, чем число студентов, сдающих экзамен»). Кроме того, исследователями обозначены мягкие ограничения, призванные улучшить качество расписания экзаменов (например, «количество свободных мест во всех аудиториях должно быть сведено к минимуму»).

На первом этапе исследования используется двухмерная перестановка кодирования для построения «хромосомы». Каждый экзамен назначается на одну или несколько аудиторий (ячеек в двухмерной матрице). Первое измерение хромосомы (матрица, строка) представляет собой количество дней в период трехнедельной экспертизы. Второе измерение (столбец) представляет собой набор экзаменов. Пересечение строки и столбца представляет собой аудиторию (позицию), назначенную для каждого экзамена, которая в дальнейшем подвергается оптимизации на основе изменения сочетаний. Для поиска оптимального решения используется функция затрат. Перемешивание (изменение, мутация) продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто наилучшее сочетание показателей (популяция).

На втором этапе для поиска лучшей популяции используются новые жесткие и мягкие ограничения с позиции контроля проведения экзаменов. Пример для первого случая: «лицо, контролирующее экзамен, не может контролировать более одного экзамена в одно и то же время или более чем один экзамен в тот же день». Пример для второго слу-

чая: «каждый прокурист имеет максимальное количество часов для контроля в течение трех недель в зависимости от общего количества экзаменов и количества доступных прокуристов».

Как и на первом шаге, в данном случае происходит мутация полученных решений с целью поиска наилучшей популяции, удовлетворяющей ограничениям в области наиболее эффективного использования прокуриста. Для поиска оптимального решения используется функция затрат, а изменения продолжаются до тех пор, пока не будет достигнуто наилучшее сочетание показателей.

Экспериментальные результаты показали эффективность разработанного алгоритма. Так, например, по мягким ограничениям улучшение после оптимизации составляло свыше 80 %, а по жестким — свыше 35 %. Время поиска оптимального решения составляло около 13 секунд (без учета времени ввода данных).

В 2010 году специалистами из Иордании было проведено подобное исследование по улучшению оптимизации выбора расписания экзаменов на основе совершенствования алгоритма отбора оптимальных решений [24].

Похожие подходы по использованию генетического алгоритма для оптимизации расписания экзаменов были использованы специалистами Университета Тайской торговой палаты (Бангкок, Таиланд) в ряде исследований, проведенных в течение 2007–2013 гг. [25, 26].

Тайскими специалистами Танг Ван Ту и Со Сан Вин проблема составления расписания экзаменов рассмотрена с позиции кластеризации. Результаты проведенных экспериментов показали, что распределение экзаменов на временные интервалы на основе кластеризации позволяет получить меньшее количество конфликтов между существующими ограничениями. Эвристический подход на основе последовательного кругового поиска оптимального решения позволяет найти наилучший временной интервал для проведения экзамена и дает наиболее справедливое распределение экзаменов по временному периоду [25, 26].

Выводы. Таким образом, на основе обзора литературных источников по теме автоматизации составления расписания занятий и экзаменов можно сделать следующие выводы.

1. Задачи построения расписаний занятий и экзаменов сходны по постановке, целям и методам решения.
2. Размерность и сложность решения задачи построения расписания занятий превышает значение этих параметров в задаче построения расписания экзаменов.
3. Российские исследователи в большей степени занимаются решением задач построения расписания занятий — более сложным классом задач по сравнению с задачами построения расписаний экзаменов.
4. Потребность в решении задач автоматизации построения расписания занятий будет возрастать, что обусловлено развитием российской образовательной системы и переходом к более широкому использованию индивидуальных траекторий обучения.

Библиографический список

1. Моисеенко, Н. А. Трансформационное обучение и холистический подход в информационно-образовательной среде технического вуза [Электронный ресурс] / Н. А. Моисеенко // Инженерный вестник Дона. — 2013. — Т. 27, №4. — С. 80.

2. Анисимова, Г. Б. ИС автоматизации формирования учебно-методических материалов в условиях реформы высшей школы [Электронный ресурс] / Г. Б. Анисимова, М. В. Романенко // Инженерный вестник Дона. — 2013. — Т. 27, № 4. — С. 265.

3. Клеванский, Н. Н. Задача формирования календарных графиков мультипроектного планирования / Н. Н. Клеванский, А. А. Красников // Доклады Академии военных наук. — 2013. — № 3 (58). — С. 89–93.

4. Клеванский, Н. Н. Математическое моделирование формирования начальных многопериодных расписаний / Н. Н. Клеванский, Е. Ф. Кравцов // Вестник Саратовского государственного технического университета. — 2009. — Т. 3, № 1. — С. 100–106.

5. Клеванский, Н. Н. Подходы к формированию расписаний для иерархий заявок / Н. Н. Клеванский, М. М. Михайлова // Доклады Академии военных наук. — 2012. — № 5 (54). — С. 77–82.

6. Клеванский, Н. Н. Формирование расписания занятий университета с использованием методов ранжирования / Н. Н. Клеванский, С. С. Кашин // Вестник Саратовского государственного технического университета. — 2010. — № 4 (49). — С. 143–150.

7. Балтак, С. В. Построение расписаний учебных занятий на основе раскраски вершин графа / С. В. Балтак, Ю. Н. Сотсков // Информатика. — 2006. — № 3. — С. 58–69.

8. Зимин, С. Н. Составление учебного расписания, используя теорию графов / С. Н. Зимин //Современные наукоемкие технологии. — 2007. — № 11. — С. 89–90.

9. Астахова, И. Ф. Разработка информационной системы построения расписания / И. Ф. Астахова, Т. В. Курченкова // Математика. Образование. Экология. Гендерные проблемы : мат-лы междунар. конф. — Москва : Прогресс-Традиция, 2001. — Т. 2. — С. 287–290.

10. Астахова, И. Ф. Составление расписания учебных занятий на основе генетического алгоритма / И. Ф. Астахова, А. М. Фирас // Вестник Воронеж. гос. ун-та. — 2013. — № 2. — С. 93–99.

11. Коробкин, А. А. Использование агрегативного генетического алгоритма для составления расписания / А. А. Коробкин // Вестник Воронеж. гос. техн. ун-та. — 2009. — Т. 5, № 11. — С. 184–186.

12. Коробкин, А. А. Разработка моделей информационной системы построения расписания / А. А. Коробкин, И. Ф. Астахова // Современные проблемы математики и математического моделирования : мат-лы III междунар. науч. конф. — Воронеж : Научная книга, 2009. — Ч. 2. — С. 156.

13. Низамова, Г. Ф. Математическое и программное обеспечение составления расписания учебных занятий на основе агрегативных генетических алгоритмов : автореф. дис. … канд. техн. наук / Г. Ф. Низамова. — Уфа, 2006. — 17 с.

14. Семенюта, И. С. Системный анализ и оптимизация технологического процесса автоматизации составления расписания занятий вуза с детерминированными ограничениями : автореф. дис. … канд. техн. наук / И. С. Семенюта. — Краснодар, 2011. — 24 с.

15. Бабкина, Т. С. Задача составления расписаний: решение на основе многоагентного подхода / Т. С. Бабкина // Бизнес-информатика. — 2008. — № 1. — С. 23–28.

16. Милехина, Т. В. Повышение эффективности кластерных систем обработки информации при решении оптимизационных задач (на примере задачи составления расписания занятий) : автореф. дис. … канд. техн. наук / Т. В. Милехина. — Москва, 2011. — 23 с.

17. Асвад, Ф.-М. Модели составления расписания занятий на основе генетического алгоритма на примере вуза Ирака : автореф. дис. … канд. техн. наук / Ф.-М. Асвад. — Воронеж, 2013. —16 с.

18. Ильинский, В. В. Составительрасписания.рф. Компьютерная программа для составления расписания занятий [Электронный ресурс] / В. В. Ильинский. — Режим доступа : http://www.составительрасписания.рф (дата обращения 28.01.17).

19. Берсон, М. Г. Расписание 98 XP-1.0.2010 [Электронный ресурс] / М. Г. Берсон // Комплекс программ. Официальный сайт разработчика программного обеспечения для учебных организаций. — Режим доступа: http://www.markberson.ru (дата обращения: 28.01.17).

20. Губенко, И. О. Приложение АВТОРасписание [Электронный ресурс] / И. О. Губенко // Лаборатория ММИС. — Режим доступа : http://www.mmis.ru/Default.aspx?tabid=160 (дата обращения: 28.01.17).

21. Завьялов, А. М. Автоматизация задачи составления учебного расписания / А. М. Завьялов, А. В. Новиков // Системный анализ в науке и образовании. — 2009. — № 1. — С. 1–20.

22. Intelligent Examination Timetabling Software / M. Ayob [et al.] // Procedia Social and Behavioral Sciences. — 2011. — № 18. — P. 600–608.

23. Hosny, M. A Mutation-Based Genetic Algorithm for Room and Proctor Assignment in Examination Scheduling / M. Hosny, M. Al-Olayan // Science and Information Conference. — London, 2014. — P. 260–268.

24. AISharafat, W.-S. Adaptive Steady State Genetic Algorithm for Scheduling University Exams / W.-S. AISharafat, M.-S. AISharafat // International Conference on Networking and Information Technology. — Manila, 2010. — P. 70–74.

25. Innet, S. A Noval Approach of Genetic Algorithm for Solving Examination Timetabling Problems a case study of Thai Universities / S. Innet // 13th International Symposium on Communications and Information Technologies (ISCIT). — Surat Thani, 2013. — P. 233–237.

26. To T.-V. Clustering Approach to Examination Scheduling / T.-V. To, S.-S. Win // 3rd International Conference on Advanced Computer Theory and Engineering (ICACTE). — Chengdu, 2010. — Vol. 5. — P. 228–230.

References

1. Moiseenko, N.A. Transformatsionnoe obuchenie i kholisticheskiy podkhod v informatsionno-obrazovatel'noy srede tekhnicheskogo vuza. [Transformational learning and holistic approach to information-educational environment of technical university.] Engineering Journal of Don, 2013, vol. 27, no. 4, pp. 80 (in Russian).

2. Anisimova, G.B., Romanenko, M.V. IS avtomatizatsii formirovaniya uchebno-metodicheskikh materialov v usloviyakh reformy vysshey shkoly. [IP automation of teaching materials formation under conditions of higher school reform.] Engineering Journal of Don, 2013, vol. 27, no. 4, pp. 265 (in Russian).

3. Klevansky, N.N., Krasnikov, A.A. Zadacha formirovaniya kalendarnykh grafikov mul'tiproektnogo planirovaniya. [Task of generating multi-project schedule charts.] Reports of Military Sciences Academy, 2013, no. 3 (58), pp. 89–93 (in Russian).

4. Klevansky, N.N., Kravtsov, E.F. Matematicheskoe modelirovanie formirovaniya nachal'nykh mnogoperiodnykh raspisaniy. [Mathematical modeling for initial multiperiodic timetable.] Vestnik Saratov State Technical University, 2009, vol. 3, no. 1, pp. 100–106 (in Russian).

5. Klevansky, N.N., Mikhailova, M.M. Podkhody k formirovaniyu raspisaniy dlya ierarkhiy zayavok. [Approaches to request hierarchies scheduling.] Reports of Military Sciences Academy, 2012, no. 5 (54), pp. 77–82 (in Russian).

6. Klevansky, N.N., Kashin, S.S. Formirovanie raspisaniya zanyatiy universiteta s ispol'zovaniem metodov ranzhirovaniya. [Solving the university course timetabling problems by the use of ranking methods.] Vestnik Saratov State Technical University, 2010, no. 4 (49), pp. 143–150 (in Russian).

7. Baltak, S.V., Sotskov, Y.N. Postroenie raspisaniy uchebnykh zanyatiy na osnove raskraski vershin grafa. [Generating course timetabling on the basis of vertex graph coloring.] Informatics, 2006, no. 3, pp. 58–69 (in Russian).

8. Zimin, S.N. Sostavlenie uchebnogo raspisaniya, ispol'zuya teoriyu grafov. [Timetabling with the use of graph theory.] Modern High Technologies, 2007, no. 11, pp. 89–90 (in Russian).

9. Astakhova, I.F., Kurchenkova, T.V. Razrabotka informatsionnoy sistemy postroeniya raspisaniya. [Development of information system for timetabling.] Matematika. Obrazovanie. Ekologiya. Gendernye problemy: mat-ly mezhdunar. konf. [Mathematics. Education. Ecology. Gender issues: Proc. Int. Conf.] Moscow: Progress-Traditsiya, 2001, vol. 2, pp. 287–290 (in Russian).

10. Astakhova, I.F., Firas, A.M. Sostavlenie raspisaniya uchebnykh zanyatiy na osnove geneticheskogo algoritma. [Drawing up the schedule of studies on the basis of genetic algorithm.] Proceedings of Voronezh State University. Series: Systems analysis and information technologies, 2013, no. 2, pp. 93–99 (in Russian).

11. Korobkin, A.A. Ispol'zovanie agregativnogo geneticheskogo algoritma dlya sostavleniya raspisaniya. [Use of aggregate genetic algorithm for schedule drawing up.] Proceedings of Voronezh State University, 2009, vol. 5, no. 11, pp. 184–186 (in Russian).

12. Korobkin, A.A, Astakhova, I.F. Razrabotka modeley informatsionnoy sistemy postroeniya raspisaniya. [Development of models of the timetabling information system.] Sovremennye problemy matematiki i matematicheskogo modelirovaniya: mat-ly III mezhdunar. nauch. konf. [Modern problems of mathematics and mathematical modeling: Proc. III Int. Sci. Conf.] Voronezh: Nauchnaya kniga, 2009, Part 2, pp. 156 (in Russian).

13. Nizamova, G.F. Matematicheskoe i programmnoe obespechenie sostavleniya raspisaniya uchebnykh zanyatiy na osnove agregativnykh geneticheskikh algoritmov: avtoref. dis. … kand. tekhn. nauk. [Mathematical and software support for training agenda timetabling based on the aggregative genetic algorithms: Cand.Sci. (Eng.) diss., author's abstract.] Ufa, 2006, 17 p. (in Russian).

14. Semenyuta, I.S. Sistemnyy analiz i optimizatsiya tekhnologicheskogo protsessa avtomatizatsii sostavleniya raspisaniya zanyatiy vuza s determinirovannymi ogranicheniyami: avtoref. dis. … kand. tekhn. nauk . [System analysis and optimization of university timetabling automation process with deterministic constraints: Cand.Sci. (Eng.) diss., author's abstract.] Krasnodar, 2011, 24 p. (in Russian).

15. Babkina, T.S. Zadacha sostavleniya raspisaniy: reshenie na osnove mnogoagentnogo podkhoda. [Scheduling problem: solution based on multi-agent approach.] Business Informatics, 2008, no. 1, pp. 23–28 (in Russian).

16. Milekhina, T.V. Povyshenie effektivnosti klasternykh sistem obrabotki informatsii pri reshenii optimizatsionnykh zadach (na primere zadachi sostavleniya raspisaniya zanyatiy): avtoref. dis. … kand. tekhn. nauk. [Improving the efficiency of clustered data processing systems for solving optimization problems (scheduling problem case): Cand.Sci. (Eng.) diss., author's abstract.] Moscow, 2011, 23 p. (in Russian).

17. Aswad, F.-M. Modeli sostavleniya raspisaniya zanyatiy na osnove geneticheskogo algoritma na primere vuza Iraka: avtoref. dis. … kand. tekhn. nauk. [Scheduling training sessions based on genetic algorithm for Iraqi university: Cand.Sci. (Eng.) diss., author's abstract.] Voronezh, 2013, 16 p. (in Russian).

18. Ilyinskiy, V.V. Sostavitel'raspisaniya.rf. Komp'yuternaya programma dlya sostavleniya raspisaniya zanyatiy. [Sostavitelraspisaniya.rf. A computer program for timtabling.] Available at: http://www.составительрасписания.рф (accessed: 28.01.17) (in Russian).

19. Berson, M.G. Raspisanie 98 XP-1.0.2010. Kompleks programm. Ofitsial'nyy sayt razrabotchika programmnogo obespecheniya dlya uchebnykh organizatsiy. [Schedule 98 XP-1.0.2010. Complex of programs. Official website of software developer for educational institutions] Available at: http://www.markberson.ru (accessed: 28.01.17) (in Russian).

20. Gubenko, I.O. Prilozhenie AVTORaspisanie. Laboratoriya MMIS. [AVTORaspisanie application. Laboratory of MMIS.] Available at: http://www.mmis.ru/Default.aspx?tabid=160 (accessed: 28.01.17) (in Russian).

21. Zavyalov, A.M., Novikov, A.V. Avtomatizatsiya zadachi sostavleniya uchebnogo raspisaniya. [Automation of problem of timetable making.] Sistemnyy analiz v nauke i obrazovanii, 2009, no. 1, pp. 1–20 (in Russian).

22. Ayob, M, et al. Intelligent Examination Timetabling Software. Procedia Social and Behavioral Sciences, 2011, no. 18, pp. 600–608.

23. Hosny, M., Al-Olayan, M. A Mutation-Based Genetic Algorithm for Room and Proctor Assignment in Examination Scheduling. Science and Information Conference. London, 2014, pp. 260–268.

24. AISharafat, W.-S., AISharafat, M.-S. Adaptive Steady State Genetic Algorithm for Scheduling University Exams. International Conference on Networking and Information Technology. Manila, 2010, pp. 70–74.

25. Innet, S. A Noval Approach of Genetic Algorithm for Solving Examination Timetabling Problems: a case study of Thai Universities. 13th International Symposium on Communications and Information Technologies (ISCIT). Surat Thani, 2013, pp. 233–237.

26. To, T.-V., Win, S.-S. Clustering Approach to Examination Scheduling. 3rd International Conference on Advanced Computer Theory and Engineering (ICACTE). Chengdu, 2010, vol. 5, pp. 228–230.

Поступила в редакцию 24.10.2016
Сдана в редакцию 24.10.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 24.10.2016
Submitted 24.10.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторе:

Аль-Габри Вадах Мохаммед Нассер, аспирант Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-3175-5807,
wadah@mail.ru

Author:

Al-Gabri, Wadhah M., postgraduate student, Don State Technical University (RF, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-3175-5807,
wadah@mail.ru

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 004.056.55 10.23947/1992-5980-2017-17-1-144-159

Разработка и исследование параллельной модели алгоритмов пчелиных колоний для решения задач криптоанализа*

Ю. О. Чернышев[1], А. С. Сергеев[2], А. Н. Рязанов[3], Е. О. Дубров[4]**
[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[3] Открытое акционерное общество «711 Военпроект», г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[4] Ростовский научно-исследовательский институт радиосвязи, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Development and investigation of parallel model of bee colony algorithms for cryptanalysis problem solving***

Y. O. Chernyshev[1], A. S. Sergeev[2], A. N. Ryazanov[3], E. O. Dubrov[4]**
[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[3] "711 Voenproekt" JSC, Rostov-on-Don, Russian Federation
[4] Rostov Scientific Research Institute for Radiocommunication, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Научное направление «природные вычисления» в последнее время широко используется для решения оптимизационных NP-полных задач, в том числе комбинаторных задач криптоанализа. В статье приводится краткий обзор публикаций, посвященных применению природных (биоинспирированных) методов для криптоанализа. Основной целью работы является исследование возможности применения алгоритмов пчелиных колоний для реализации криптоанализа блочных шифров.

Материалы и методы. Для решения данной оптимизационной задачи применяются известные методы пчелиных колоний, относящиеся к сравнительно новому классу биоинспирированных оптимизационных методов, имитирующих процессы, протекающие в живой природе. Приводится описание и структурная схема алгоритма колонии пчел для решения задачи криптоанализа, отмечаются основные операции, выполняемые параллельно на глобальном уровне. Далее определяется множество независимых операторов, допускающих параллельное выполнение. С этой целью строятся информационно-логические граф-схемы алгоритма с введенными связями по управлению и по информации, а также формируются матрицы следования, логической несовместимости и независимости. По данной матрице независимости возможно определение множества операторов алгоритма, которые допускают параллельное выполнение. При этом размерность максимального внутренне устойчивого множества определяет максимальное число процессоров, используемых для реализации алгоритма.

Результаты исследования. Основными результатами являются теоретические оценки временной сложности алгоритма пчелиных колоний. Кроме того, приводится решение задачи: для алгоритма криптоанализа на основе построенного информационно-логического графа и для заданного времени найти необходимое наименьшее число процессоров однородной вычислительной системы и план выполнения операторов на них. Приводится оценка необходимого минимального числа процессоров для реализации алгоритма криптоанализа, а также оценка

Introduction. The research area of "natural calculation" is now widely used for the solution to optimization NP-complete problems including combinatorial tasks of cryptanalysis. A quick overview of the publications devoted to the application of the natural (bioinspired) methods for cryptanalysis is provided. The main work objective is to investigate a possibility of applying bee colony algorithms to the realization of block cipher cryptanalysis.

Materials and Methods. The known bee colony techniques belonging to a relatively new class of the bioinspired optimization methods that simulate the processes occurring in wildlife are applied to solve this optimization problem. The description and the block diagram of the bee colony algorithm for the solution to a cryptanalysis task are provided; basic operations performed in parallel at the global level are noted. In the following, a set of independent operators allowing for the concurrent execution is defined. For this purpose, information-logical flowgraphs of the algorithm with the input control and information links are built, as well as matrices of succession, logical incompatibility, and independence are formed. This matrix of independence allows the definition of a set of algorithm operators admitting parallel execution. At that, the dimensionality of the maximal internally stable sets defines the maximum number of the processors used for the algorithm implementation.

Research Results. Theoretical estimates of time complexity of the bee colony algorithm are given as the key data. Besides, the problem solution is provided: to find the required smallest number of processors of the homogeneous parallel computing systems with distributed memory, and a uniform plan for the implementation of operators for them, for the cryptanalysis algorithm based on the constructed information-logical graph data-logical graph, and for the preset time. The assessment of the wanted smallest number of processors for the cryptanalysis algorithm implementation, and the

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 14-01-00634).
**E-mail: myvnn@list.ru, sergeev00765@mail.ru, alexandr_r89@mail.ru, dubrov@spark-mail.ru
*** The research is done with the financial support from RFFI (project 14-01-00634).

общего
Обсуждение и заключения. Основными результатами исследования являются: разработка алгоритма колонии пчел, используемого для решения задачи криптоанализа; описание его структурной схемы и основных параллельно выполняемых этапов; построение матрицы независимости; оценка числа процессоров для реализации алгоритма. Следует заметить (и это отмечалось в предыдущих работах), что отличительной особенностью применения биоинспирированных методов криптоанализа является возможность использования самого алгоритма шифрования (или расшифрования) в качестве целевой функции для оценки пригодности ключа, определенного с помощью операций биоинспирированного метода. Поэтому можно утверждать, что при использовании биоинспирированных методов процесс определения секретного ключа зависит не столько от сложности шифрующих преобразований, сколько от самого биоинспирированного метода, который должен обеспечивать достаточное разнообразие генерации ключей.
времени реализации алгоритма

evaluation of the total time of the algorithm realization are given.
Discussion and Conclusions. The basic research results are: the development of the bee colony algorithm used for the cryptanalysis task solution; the description of its flowchart and the principal parallel executed stages; the construction of a matrix of independence; the evaluation of the number of processors for the algorithm implementation. It should be noted (and it was observed in the previous works) that the distinctive feature of applying the bioinspired methods of cryptanalysis is the applicability of the encryption-decryption algorithm as a criterion function for the evaluation of the key acceptability defined by the bioinspired method operations. Thus, it can be affirmed that when using the bioinspired methods, the secret key definition process depends not so much on the complexity of the encryption transformations, as on the bioinspired method itself which should provide a sufficient diversity of the key generation.

Ключевые слова: криптоанализ, пчелиный алгоритм, пчелы-фуражиры, пчелы-разведчики, информационно-логический граф, матрица независимости.

Keywords: cryptanalysis, bee colony algorithm, bee foragers, scout bees, information-logical graph, matrix of independence.

Введение. Научное направление «природные вычисления», объединяющее математические методы, в которых заложен принцип природных механизмов принятия решений, в последние годы получает все более широкое распространение при решении оптимизационных задач, в том числе задач криптоанализа. В данных методах и моделях основным определяющим элементом является построение начальной модели и правил, по которым она может изменяться (эволюционировать). В течение последних лет были предложены разнообразные схемы эволюционных вычислений: генетический алгоритм, генетическое программирование, эволюционные стратегии, эволюционное программирование, модели поведения роя пчел, стаи птиц и колонии муравьев, модели отжига или потока и другие конкурирующие эвристические алгоритмы. В [1] рассмотрены методы решения задачи криптоанализа, относящейся к переборным задачам с экспоненциальной временной сложностью, для традиционных симметричных криптосистем, использующих шифры перестановки и замены, а также для шифров гаммирования с использованием генетических алгоритмов. Среди последних разработок эвристических методов, используемых для решения задачи параметрической оптимизации технических объектов, можно отметить стохастический алгоритм, основанный на модели поведения роя светлячков, рассмотренный в [2]. В [3] описаны методы криптографических атак на симметричные и ассиметричные криптосистемы с использованием биоинспирированных методов (алгоритмов муравьиных и пчелиных колоний). В [4, 5] исследована возможность применения методов генетического поиска для реализации криптоанализа блочных криптосистем.

Данные задачи криптоанализа в большинстве случаев являются NP-полными и имеют комбинаторную сложность. В связи с этим, как отмечено в [6], основным мотивом для разработок новых алгоритмов решения комбинаторных задач являются возникшие потребности в решении задач большой размерности. В то же время, как отмечено в [7], недостатком методов эволюционной адаптации и генетических алгоритмов является наличие «слепого» поиска, что в ряде случаев приводит к увеличению времени поиска, генерации большого количества одинаковых и плохо приспособленных решений и увеличивает вероятность попадания в локальный оптимум. В этом плане представляет интерес применение эвристических методов, инспирированных природными системами, в которых осуществляется поэтапное построение решения задачи (то есть добавление нового оптимального частичного решения к уже построенному частичному оптимальному решению). Одной из последних разработок в области роевого интеллекта является алгоритм пчел, который довольно успешно используется для нахождения экстремумов сложных многомерных функций [8, 9]. Отметим, что в [8] приводится обзор некоторых публикаций, посвященных применению алгоритмов пчелиных колоний для решения комбинаторных теоретико-графовых задач (задача разбиения графа, раскраска графа, сравнение с другими биоинспирированными методами), решению задачи размещения, задачи разложения составных чисел на простые сомножители, используемой при криптоанализе асимметричных алгоритмов.

Материалы и методы. В данной работе исследуется возможность параллельной реализации алгоритма пчелиных колоний, применение которого для реализации методов криптоанализа (симметричных и асимметричных криптосистем) описано ранее в [8–11]. При описании алгоритма криптоанализа воспользуемся методами и терминологией, используемыми в [6, 8]. Как отмечено в [6, 8], поведение пчелиного роя основано на самоорганизации, обеспечиваю-

щей достижение общих целей роя при двухуровневой стратегии поиска. На первом уровне с помощью пчел-разведчиков формируется множество перспективных областей-источников. На втором уровне с помощью рабочих пчел-фуражиров исследуются окрестности данных областей. При этом основная цель колонии пчел — найти источник с максимальным количеством нектара.

Таким образом, итерационный процесс поиска решений при реализации алгоритма криптоанализа включает:
— последовательное перемещение агентов-пчел на новые позиции в пространстве поиска;
— формирование соответствующих вариантов текста с последующей проверкой их оптимальности;
— выбор соответствующего оптимального (или квазиоптимального) варианта ключа [8].

В соответствии с [6, 8, 12] алгоритм колонии пчел включает следующие основные операции.

1. Формирование пространства поиска и создание популяции пчел.
2. Оценка целевой функции (ЦФ) пчел в популяции путем определения ЦФ, обусловливающей оптимальность исходного текста.
3. Формирование перспективных участков для поиска в их окрестности.
4. Отправка пчел-разведчиков и поиск агентами-разведчиками перспективных позиций для поиска в их окрестности.
5. Выбор пчел с лучшими значениями ЦФ с каждого участка.
6. Отправка рабочих пчел (пчел-фуражиров) для случайного поиска и оценка их ЦФ.
7. Формирование новой популяции пчел.
8. Проверка условия окончания работы алгоритма. Если они выполняются, переход к 9, иначе — к 2.
9. Конец работы алгоритма.

Структурная схема алгоритма колонии пчел приведена в [12]. Рассмотрим описание данного алгоритма для реализации криптоанализа [8, 9]. На первом этапе пчелиного алгоритма осуществляется формирование пространства поиска. Предположим, что каждая позиция a_s пространства поиска представляет собой размещенный в пространстве символ алфавита текста. При этом каждая пчела-агент содержит в памяти упорядоченный список $E_s = \{e_{si}, i = 1,2,\ldots,n\}$ посещенных символов. Этот список E_s, поставленный в соответствие каждому символу, посещенному пчелой в пространстве поиска, фактически представляет решение — текст, для которого могут быть определены секретный ключ и ЦФ (например, с помощью функции Якобсена [1, 3, 8]).

Следующим этапом пчелиного алгоритма является формирование перспективных участков и поиск в их окрестности. Как и в [8], будем предполагать, что пространство поиска, в котором размещено m символов алфавита шифртекста, представляет собой квадратную матрицу A размером mxm. Для каждой позиции a_s определена окрестность размера λ для поиска, то есть множество позиций a_{si}, находящихся на расстоянии (определяемом как количество элементов матрицы), не превышающем λ, от позиции a_s.

Применительно к решению задачи криптоанализа этапы данного алгоритма реализуются в следующей форме. Начальными параметрами алгоритма являются значение максимального размера окрестности для поиска $\lambda_{макс}$ и количество:
— пчел-агентов N,
— итераций L,
— агентов-разведчиков n_r,
— агентов-фуражиров n_f.

На l = 1 итерации алгоритма n_r агентов-разведчиков случайным образом размещаются в пространстве поиска, то есть выбирается произвольным образом n_r символов в матрице A. Значение ЦФ R на начальном этапе полагается равным малому положительному числу.

Далее в соответствии с [6, 12] выбирается n_b лучших (базовых) решений, у которых значения ЦФ R не хуже, чем значения ЦФ у любого другого решения. На начальной итерации этот выбор может быть осуществлен случайным образом. В пространстве поиска формируется множество базовых позиций $A_b = \{a_{bi}\}$, соответствующих базовым решениям.

На следующем шаге алгоритма в окрестности каждой базовой позиции направляется заданное число рабочих пчел (фуражиров), имитирующих поиск нектара [8, 9].

После выбора агентом-фуражиром n_{fi} базовой позиции a_i реализуется случайный выбор позиции a_s, расположенной в окрестности λ в границах $1 \le \lambda \le \lambda_{макс}$ базовой позиции a_i.

Таким образом, каждой пчеле-агенту ставится в соответствие упорядоченный список E_s посещенных символов пространства поиска с определенной для этого списка ЦФ. Данная последовательность ставится в соответствие последнему посещенному пчелой-агентом символу пространства поиска.

Аналогично [6, 8] вводится понятие области D_i, представляющей собой $D_i = a_i \cup O_i$, где O_i — множество позиций, выбранных агентами-фуражирами в окрестности позиции a_i. В каждой области D_i выбирается позиция a^* с луч-

шей оценкой ЦФ R_i^* (оценка области D_i). Среди всех оценок областей R_i^* выбирается лучшая оценка R_i^* и соответствующее решение (список E_s). Вариант исходного текста с лучшим значением ЦФ запоминается, и осуществляется переход к следующей итерации.

На последующих итерациях алгоритма n_{r1} агентов-разведчиков отправляются на поиск новых позиций ($n_{r1} < n_r$). Множество базовых позиций A_b(l) формируется из двух частей A_{b1}(l) и A_{b2}(l), при этом:

— часть A_{b1}(l) содержит n_{b1} лучших решений a^*, найденных в каждой из областей на итерации l-1;

— часть A_{b2}(l) содержит n_{b2} лучших решений из n_{r1} позиций, найденных пчелами-разведчиками на итерации l ($n_{b1} + n_{b2} = n_b$).

Определяется число агентов-фуражиров, отправляемых в окрестности каждой базовой позиции. Каждым агентом-фуражиром n_{fi} выбирается базовая позиция a_i(l), а также позиция a_s(l), расположенная в окрестности этой базовой позиции. Формируются области D_i(l). В каждой области D_i(l) выбирается лучшая позиция a_i^* с лучшей оценкой ЦФ R_i^*, и среди оценок R_i^* выбирается лучшая R^*. Если R^*(l) предпочтительней, чем R^*(l-1), то соответствующее решение запоминается, и осуществляется переход к следующей итерации.

Таким образом, алгоритм криптоанализа на основе пчелиной колонии, приведенный в [8, 9], можно сформулировать следующим образом.

1. Определить начальные параметры алгоритма:

— количество пчел-агентов N;

— количество итераций L;

— количество агентов-разведчиков n_r;

— количество агентов-фуражиров n_f;

— значение максимального размера окрестности $\lambda_{макс}$;

— количество базовых позиций n_b;

— n_{b1} — количество базовых позиций, формируемых из лучших позиций a^*, найденных на l-1 итерации;

— n_{rl} — количество агентов-разведчиков, выбирающих случайным образом новые позиции на итерациях 2,3,..,L;

— n_{b2} — количество базовых позиций, формируемых из n_{rl} новых лучших позиций, найденных агентами-разведчиками на l итерации.

2. Задать номер итерации l = 1.

3. Разместить n_r агентов-разведчиков случайным образом в пространстве поиска, то есть выбрать произвольным образом n_r символов в матрице A. Положить значение ЦФ R равным малому положительному числу.

4. Сформировать множество n_b базовых решений и соответствующее множество базовых позиций $A_b = \{a_{bi}\}$ с лучшими значениями ЦФ R.

5. Задание номера агента-фуражира $f = 1$.

6. Выбор базовой позиции $a_i \in A_b$.

7. Выбор позиции a_s(l), расположенной в окрестности базовой позиции a_i, не совпадающей с ранее выбранными на данной итерации позициями, и соответствующего решения (списка E_s).

8. Включить позицию a_s в множество O_i (где O_i — множество позиций, выбранных агентами-фуражирами в окрестности позиции a_i).

9. Для всех вновь включенных позиций рассчитать и поставить им в соответствие решения E_s и соответствующие значения ЦФ R.

10. $f = f + 1$, если $f > n_f$, переход к п. 11, иначе — к п. 6.

11. Сформировать для каждой базовой позиции a_i области $D_i = a_i \cup O_i$.

12. В каждой области D_i выбрать лучшую позицию a_i^* с лучшим значением ЦФ R_i^*.

13. Среди всех значений R_i^* выбрать лучшее значение R^* и соответствующее решение (список позиций E^*).

14. Если значение R^*(l) предпочтительней значения R^*(l-1), то сохранить значение R^*(l), в противном случае сохраненным остается значение R^*(l-1).

15. Если l < L (не все итерации пройдены), l = l + 1, переход к п. 16, иначе — к п. 20.

16. Начать формирование множества базовых позиций. Во множество A_{b1} включается n_{b1} лучших позиций, найденных агентами среди позиций a_i^* в каждой из областей D_i на итерации l-1.

17. Разместить n_{rl} агентов-разведчиков случайным образом в пространстве поиска для выбора n_{rl} позиций в пространстве поиска.

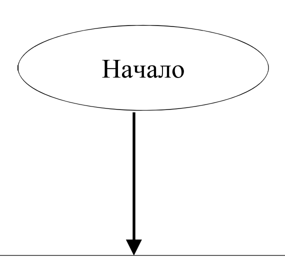
18. Включить в множество A_{b2} n_{b2} лучших позиций из множества n_{rl} новых позиций, найденных агентами-разведчиками на итерации l ($n_{b2} + n_{b1} = n_b$).

19. Определить множество базовых позиций на итерации l как $A_b = A_{b1} \cup A_{b2}$. Перейти к п. 5.

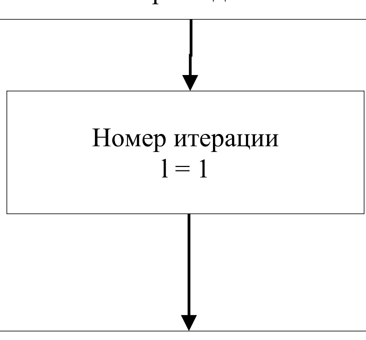
20. Конец работы алгоритма. Список E^* — вариант исходного текста с лучшим значением ЦФ R^*.

Пример реализации данного алгоритма криптоанализа приведен в [4].

Структурная схема данного алгоритма представлена на рис. 1.

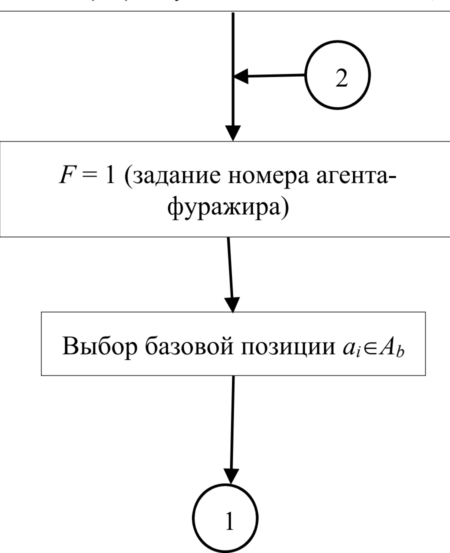


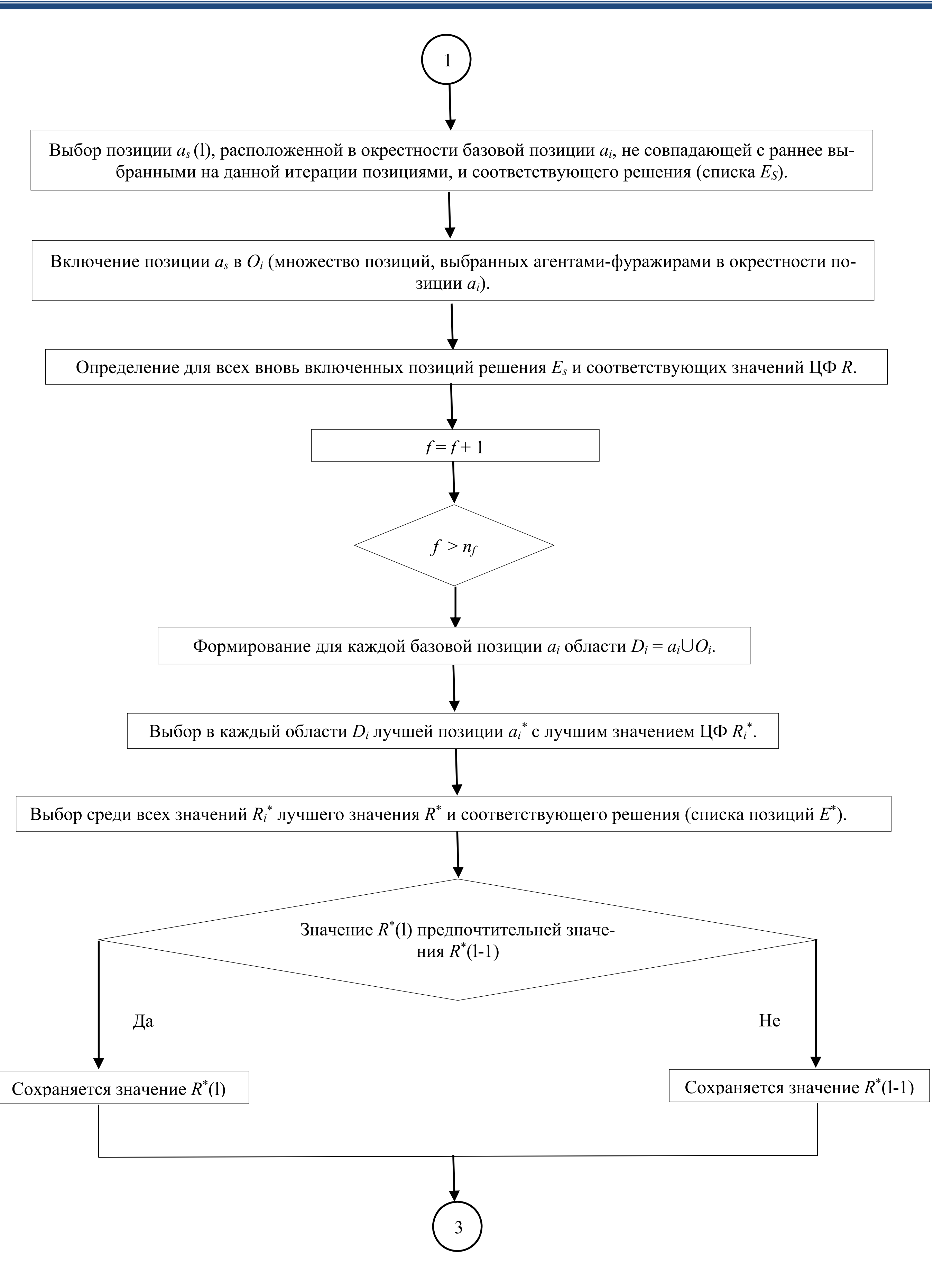
Определение начальных параметров алгоритма: количество пчел-агентов N; количество итераций L; количество агентов-разведчиков n_r; количество агентов-фуражиров n_f; значение максимального размера окрестности $\lambda_{макс}$; количество базовых позиций n_b; n_{b1} — количество базовых позиций, формируемых из лучших позиций a^*, найденных на l-1 итерации; n_{rl} — количество агентов-разведчиков, выбирающих случайным образом новые позиции на итерациях 2,3,..,L; n_{b2} — количество базовых позиций, формируемых из n_{rl} новых лучших позиций, найденных агентами-разведчиками на l итерации.



Размещение n_r агентов-разведчиков случайным образом в пространстве поиска (выбор произвольным образом n_r символов в матрице A). Определить значение ЦФ R равным малому положительному числу.

Сформировать множество n_b базовых решений и соответствующее множество базовых позиций $A_b = \{a_{bi}\}$ с лучшими значениями ЦФ R.




1
Выбор позиции a_s (l), расположенной в окрестности базовой позиции a_i, не совпадающей с раннее выбранными на данной итерации позициями, и соответствующего решения (списка E_S).
Включение позиции a_s в O_i (множество позиций, выбранных агентами-фуражирами в окрестности позиции a_i).
Определение для всех вновь включенных позиций решения E_s и соответствующих значений ЦФ R.
$f = f + 1$
$f > n_f$
Формирование для каждой базовой позиции a_i области $D_i = a_i \cup O_i$.
Выбор в каждый области D_i лучшей позиции a_i^* с лучшим значением ЦФ R_i^*.
Выбор среди всех значений R_i^* лучшего значения R^* и соответствующего решения (списка позиций E^*).
Значение R^*(l) предпочтительней значения R^*(l-1)
Да
Не
Сохраняется значение R^*(l)
Сохраняется значение R^*(l-1)
3

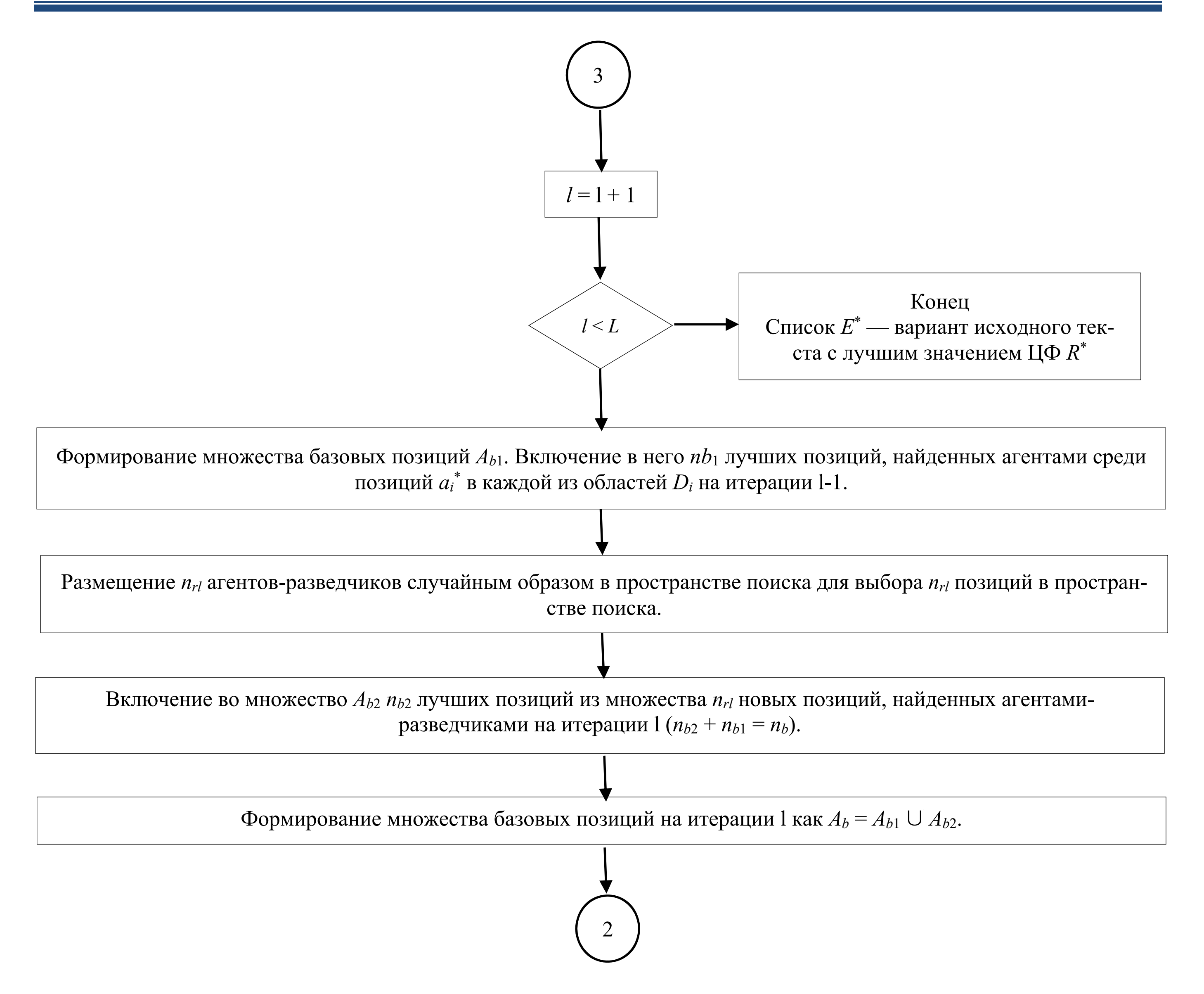


Рис. 1. Структурная схема криптоанализа на основе алгоритма колонии пчел

Fig. 1. Block scheme of cryptanalysis based on bee colony algorithm

Как и ранее в [4, 5], в соответствии с данной структурной схемой на глобальном уровне можно отметить следующие параллельно выполняемые этапы:

— параллельное размещение n_r пчел-разведчиков случайным образом в пространстве поиска;

— параллельный выбор базовых позиций, позиций, расположенных в их окрестности, получение решений E_s и соответствующих значений ЦФ R каждым агентом-фуражиром;

— параллельное формирование областей D_i и выбор в них лучших позиций a_i^* с лучшим значением ЦФ R_i^*;

— параллельное размещение n_{rl} агентов-разведчиков в пространстве поиска для выбора n_{rl} позиций.

Таким образом, с учетом данных преобразований структурную схему пчелиного алгоритма можно представить в виде, показанном на рис. 2. Для упрощения будем предполагать, что:

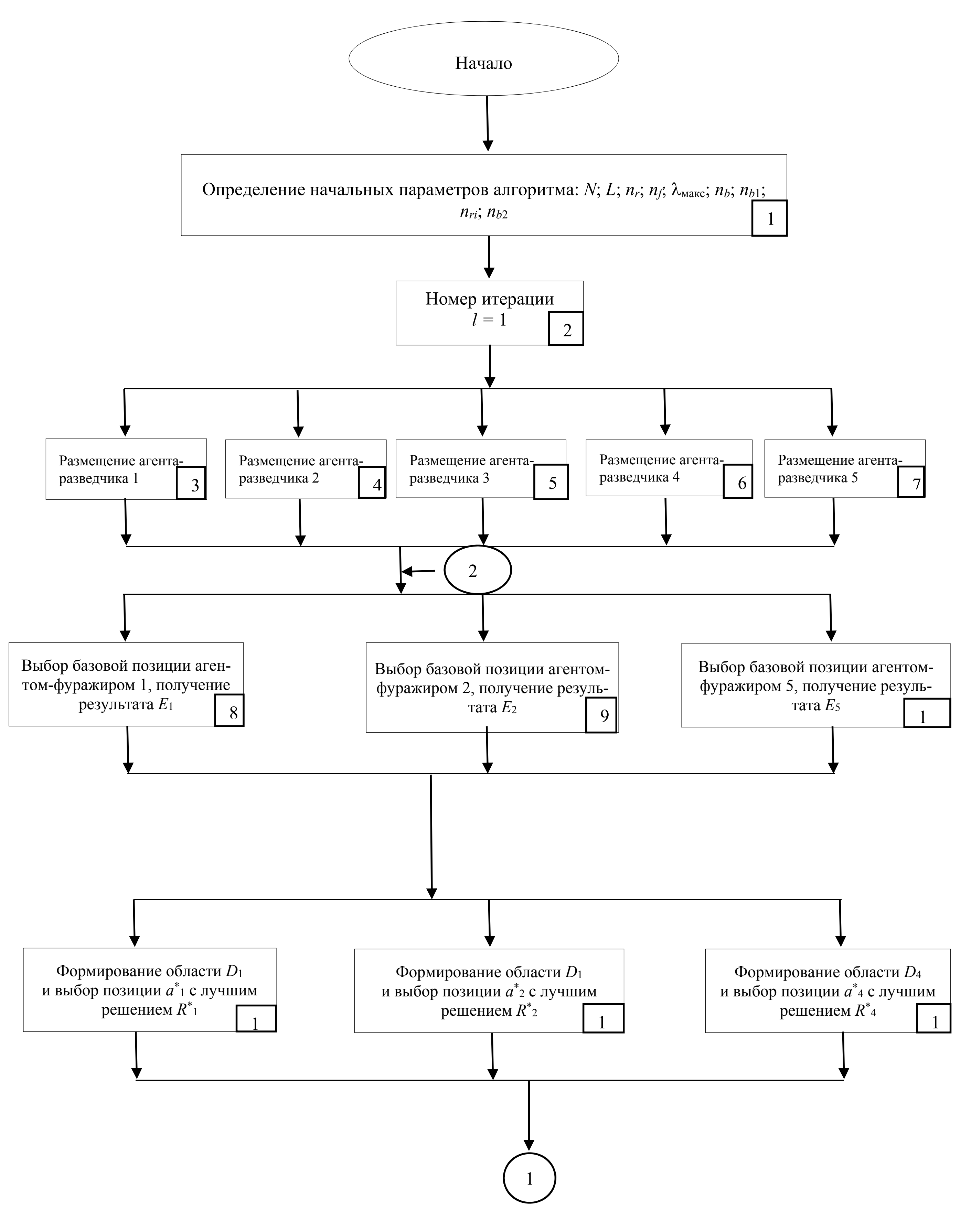
— число агентов-разведчиков $n_r = 5$;

— число базовых решений $n_b = 4$;

— число агентов-фуражиров $n_f = 5$;

— $n_{b1} = 2$ — количество базовых позиций, формируемых из лучших позиций a^*, найденных на l-1 итерации;

— $n_{b2} = 2$ — количество базовых позиций, формируемых из n_{rl} новых лучших позиций, найденных агентами-разведчиками на l итерации.


Начало
Определение начальных параметров алгоритма: N; L; n_r; n_f; $\lambda_{макс}$; n_b; n_{b1}; n_{ri}; n_{b2}
1
Номер итерации
$l = 1$
2
Размещение агента-разведчика 1
3
Размещение агента-разведчика 2
4
Размещение агента-разведчика 3
5
Размещение агента-разведчика 4
6
Размещение агента-разведчика 5
7
2
Выбор базовой позиции агентом-фуражиром 1, получение результата E_1
8
Выбор базовой позиции агентом-фуражиром 2, получение результата E_2
9
Выбор базовой позиции агентом-фуражиром 5, получение результата E_5
1
Формирование области D_1 и выбор позиции a^*_1 с лучшим решением R^*_1
1
Формирование области D_1 и выбор позиции a^*_2 с лучшим решением R^*_2
1
Формирование области D_4 и выбор позиции a^*_4 с лучшим решением R^*_4
1
1

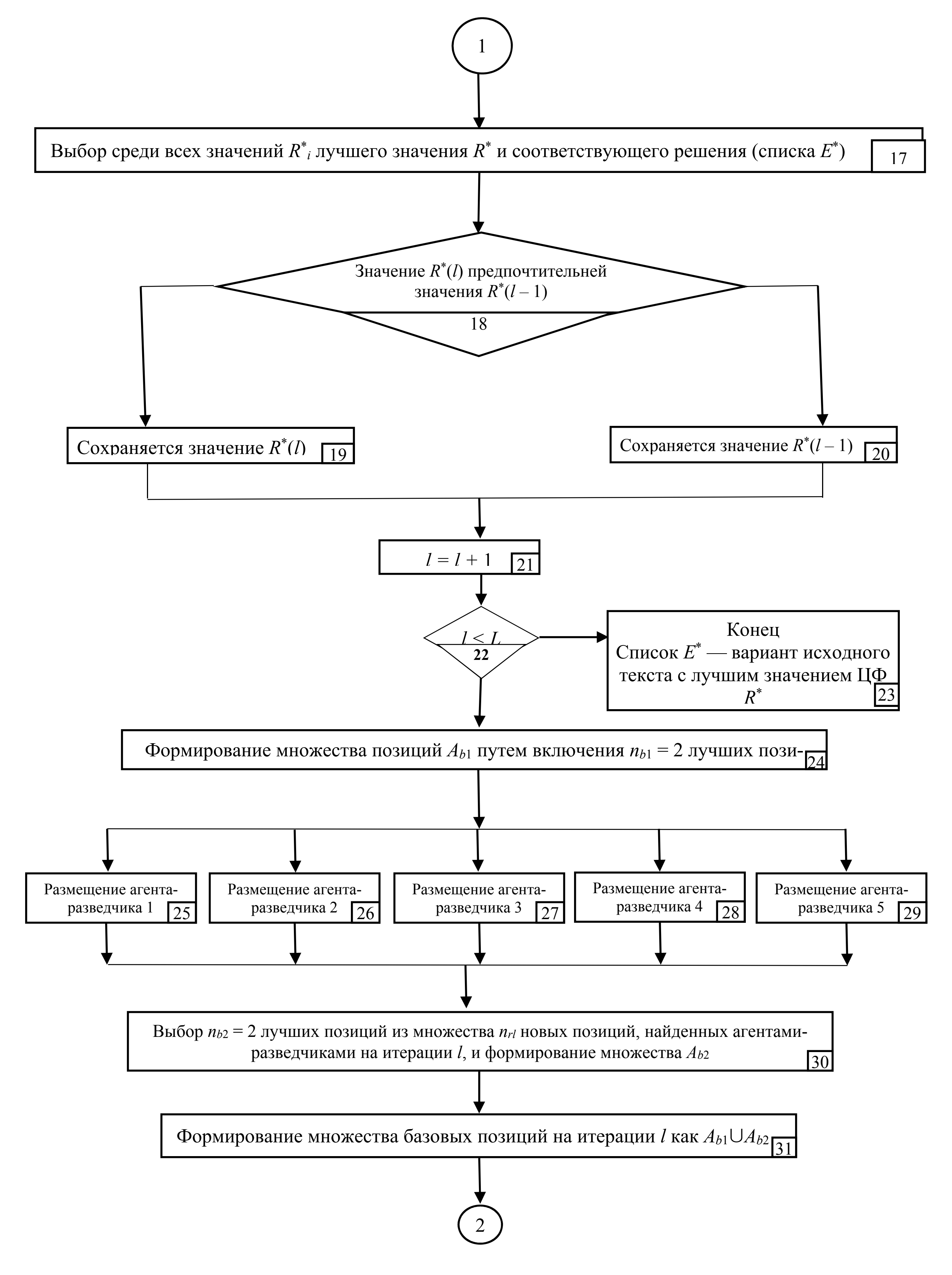


Рис. 2. Структурная схема криптоанализа на основе алгоритма пчел с учетом параллельно выполняемых этапов

Fig. 2. Block scheme of cryptanalysis based on bee colony algorithm with account of concurrent stages

Для дальнейшего определения множества независимых операторов, допускающих параллельное выполнение, будем, как и ранее в [4, 5], использовать методы, описанные в [13]. Для данной структурной схемы, показанной на рис. 2, составим информационно-логическую граф-схему G, отобразив в ней связи по управлению (двойная линия) и по информации (одинарная линия) (рис. 3). На рис. 3 двойной линией отмечены связи 18–19, 18–20 и 22–23, 22–24.

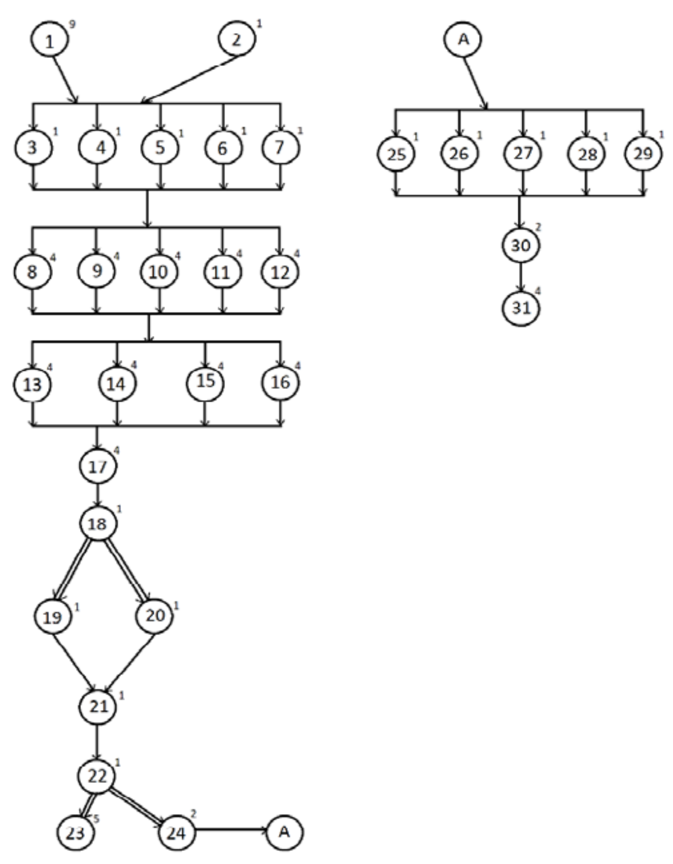


Рис. 3. Информационно-логическая граф-схема алгоритма криптоанализа

Fig. 3. Information-logical flowgraph of cryptanalysis algorithm

Для данного графа введем в рассмотрение матрицу следования *S*. В соответствии с [13] элемент $S_{ij} = *$, если существует связь по управлению, и $S_{ij} = 1$, если существует связь по информации (рис. 4).

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**
1																															
2																															
3	1	1																													
4	1	1																													
5	1	1																													
6	1	1																													
7	1	1																													
8			1	1	1	1	1																								
9			1	1	1	1	1																								
10			1	1	1	1	1																								
11			1	1	1	1	1																								
12			1	1	1	1	1																								
13								1	1	1	1	1																			
14								1	1	1	1	1																			
15								1	1	1	1	1																			
16								1	1	1	1	1																			
17													1	1	1	1															
18																	1														
19																		*													
20																		*													
21																			1	1											
22																					1										
23																						*									
24																						*									
25																								1							
26																								1							
27																								1							
28																								1							
29																								1							
30																									1	1	1	1	1		
31																														1	

Рис. 4. Матрица следования алгоритма пчелиных колоний

Fig. 4. Succession matrix of bee colony algorithm

Далее, используя алгоритмы, описанные в [13], дополним матрицу *S* транзитивными связями (рис. 5), обозначив все элементы $S_{ij} = 1$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1																															
2																															
3	1	1																													
4	1	1																													
5	1	1																													
6	1	1																													
7	1	1																													
8	1	1	1	1	1	1	1																								
9	1	1	1	1	1	1	1																								
10	1	1	1	1	1	1	1																								
11	1	1	1	1	1	1	1																								
12	1	1	1	1	1	1	1																								
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1																			
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1																			
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1																			
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1																			
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1															
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1														
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1													
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1													
21	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1											
22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1										
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1									
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1									
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1							
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1							
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1							
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1							
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1							
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1		
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	

Рис. 5. Матрица следования алгоритма пчелиных колоний, дополненная транзитивными связями

Fig. 5. Succession matrix of bee colony algorithm supplemented with transitive relations

Также сформируем симметричную матрицу следования *S*` (рис. 6) и введем в рассмотрение матрицу *L* логической несовместимости операторов. Данная матрица *L* очевидным образом будет содержать следующие ненулевые элементы, соответствующие логически несовместимым операторам:

$$L(19,20) = L(20,19) = L(23,24) = L(23,25) = ... = L(23,31) = L(24,23) = L(25,23) = … = L(31,23) = 1.$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
21	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1									
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1						1	1
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1						1	1
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1						1	1
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1						1	1
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1						1	1
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1		1
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	

Рис. 6. Симметричная матрица следования алгоритма пчелиных колоний

Fig.6. Symmetric succession matrix of bee colony algorithm

Путем дизъюнктивного сложения этих матриц *S`* и *L* получим матрицу независимости *M*, показанную на рис. 7.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**
1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	1	1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
21	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						1	1
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						1	1
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						1	1
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						1	1
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						1	1
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

Рис. 7. Матрица независимости *M* алгоритма пчелиных колоний

Fig.7. Matrix of independence *M* of bee colony algorithm

Результаты исследования. Итак, по данной матрице независимости *M* можно очевидным образом определить множества операторов алгоритма, которые допускают параллельное выполнение. Размерность максимального внутренне устойчивого множества определяет максимальное число процессоров, используемых для реализации алгоритма.

Отметим, что теоретические оценки временной сложности алгоритма пчелиных колоний приведены в [12]. В лучшем случае временная сложность пчелиных алгоритмов T составляет $T \approx O(n^{lgn})$, в худшем случае $T \approx O(n^3)$. Как отмечено в [5], для повышения быстродействия и эффективности алгоритма за счет минимизации времени работы T возможна организация процесса распараллеливания как на глобальном уровне (параллельная обработка P элементов популяции на n процессорах), так и на локальном (параллельная реализация процесса оценки одного элемента попу-

ляции). Таким образом, для повышения эффективности реализации алгоритма пчелиных колоний на локальном уровне в соответствии с [4] актуальной является задача: для алгоритма криптоанализа на основе построенного информационно-логического графа G и для заданного времени $T_{зад}$ найти необходимое наименьшее число процессоров однородной вычислительной системы и план выполнения операторов на них.

Для решения этой задачи, как и ранее, воспользуемся методами, описанными в [13]. При этом в качестве времени $T_{зад}$ примем, как и ранее, время $T_{кр}$ — длину критического пути в информационно-логическом графе G. На первоначальном этапе при рассмотрении однородных вычислительных систем необходимо определение скалярных весов вершин в информационно-логическом графе, отражающих время выполнения операторов, составляющих схему на рис. 2.

Как и в [4, 5], для решения данной задачи воспользуемся методами, изложенными в [13]. Веса операторов, показывающие время их выполнения и определенные в соответствии с основными правилами анализа программ, описанными [14], приведены на рис. 3. Отметим, что данные веса определены в соответствии с отмеченными выше допущениями, что $n_r = 5$; $n_b = 4$; $n_f = 5$; $n_{b1} = 2$; $n_{b2} = 2$, длина обрабатываемой строки текста (аналогично [8]) $T = 5$. Легко убедиться, что критический путь в графе G $T_{кр} = 35$. В предположении, что $T_{зад} = T_{кр}$ для представленного на рис. 3 информационно-логического графа и матрицы следования найдем ранние τ_{pi} и поздние сроки $\tau_{пi}$ окончания выполнения операторов с помощью алгоритмов, представленных в [13].

Ранние сроки:

$$\tau_{p1} = 9, \tau_{p2} = 1, \tau_{p3} = \tau_{p4} = \tau_{p5} = \tau_{p6} = \tau_{p7} = 10, \tau_{p8} = \tau_{p9} = \tau_{p10} = \tau_{p11} = \tau_{p12} = 14, \tau_{p13} = \tau_{p14} = \tau_{p15} = \tau_{p16} = 18, \tau_{p17} = 22, \tau_{p18} = 23,$$
$$\tau_{p19} = \tau_{p20} = 24, \tau_{p21} = 25, \tau_{p22} = 26, \tau_{p23} = 31, \tau_{p24} = 28, \tau_{p25} = \tau_{p26} = \tau_{p27} = \tau_{p28} = \tau_{p29} = 29, \tau_{p30} = 31, \tau_{p31} = 35.$$

Поздние сроки:

$$\tau_{п31} = 35, \tau_{п30} = 31, \tau_{п29} = \tau_{п28} = \tau_{п27} = \tau_{п26} = \tau_{п25} = 29, \tau_{п24} = 28, \tau_{п23} = 35, \tau_{п22} = 26, \tau_{п21} = 25, \tau_{п20} = \tau_{п19} = 24, \tau_{п18} = 23,$$
$$\tau_{п17} = 22, \tau_{п16} = \tau_{п15} = \tau_{п14} = \tau_{п13} = 18, \tau_{п12} = \tau_{п11} = \tau_{п10} = \tau_{п9} = \tau_{п8} = 14, \tau_{п7} = \tau_{п6} = \tau_{п5} = \tau_{п4} = \tau_{п3} = 10, \tau_{п2} = \tau_{п1} = 9.$$

В соответствии с методикой, описанной в [13], в матрице независимости найдем внутренне устойчивые множества, представляющие множества взаимно независимых операторов (ВНО). Это множества (1, 2), (3, 4, 5, 6, 7), (8, 9, 10, 11, 12), (13, 14, 15, 16), (25, 26, 27, 28, 29).

Используя значения τ_{pi} и $\tau_{пi}$, как и ранее в [4, 5], оценим минимальное число процессоров для выполнения алгоритма за время $T_{кр}$. Для этого построим диаграммы ранних и поздних сроков окончания выполнения операторов и найдем такое распределение временных границ операторов для всех ВНО, при котором число используемых процессоров (функция n) минимально [13]. Легко убедиться, что у операторов, входящих в данные множества ВНО, ранние и поздние сроки окончания выполнения равны, поэтому максимальное значение $n = 5$ имеет место для ВНО (3, 4, 5, 6, 7), ВНО (8, 9, 10, 11, 12), ВНО (25, 26, 27, 28, 29).

Таким образом, получена оценка числа процессоров $n = 5$, позволяющая выполнить алгоритм криптоанализа на основе метода пчелиных колоний за минимальное время $T = T_{кр}$ при отмеченных выше допущениях. Данная оценка является решением задачи, так как в соответствии с [13] в матрице независимости нет множеств ВНО, содержащих число операторов $r > n$.

Отсюда очевидным образом следует утверждение.

Утверждение. При реализации описанного выше параллельного алгоритма криптоанализа на основе метода пчелиных колоний, представленного информационно-логическим графом G на рис. 3 (в соответствии с технологией распараллеливания, описанной в [13]), необходимое минимальное число процессоров может быть определено как $\max(n_r; n_f; n_b)$. При этом общее время реализации алгоритма в общем случае составляет

$$T = Q \times T_{кр},$$

где Q — количество итераций (в общем случае не превышающее длину блока текста), $T_{кр}$ — длина критического пути в информационно-логическом графе G, определенная в соответствии с правилами анализа программ, описанными в [14].

Обсуждение и заключение. Таким образом, в данной работе:

— представлено описание алгоритма колонии пчел, используемого для реализации криптоанализа, его структурная схема;

— определены основные параллельно выполняемые этапы алгоритма, и на их основе построена информационно-логическая граф-схема алгоритма;

— построены матрицы следования и независимости, позволяющие определить основные параллельно выполняемые операции алгоритма;

— приведена оценка числа процессоров, необходимых для реализации алгоритма.

В качестве заключения может быть представлен вывод, сделанный в публикациях [4, 5, 15, 16]. Основной отличительной особенностью применения биоинспирированных методов криптоанализа является возможность использования самого алгоритма шифрования (или расшифрования) в качестве целевой функции для оценки пригодности

ключа, определенного с помощью генетических операций. Вследствие этого при использовании биоинспирированных методов криптоанализа процесс определения секретного ключа (например, при криптоанализе 2-го типа) зависит не столько от сложности шифрующих преобразований, сколько от самого биоинспирированного метода, который должен обеспечивать достаточное разнообразие генерации ключей. Это свидетельствует об актуальности задачи исследования возможности применения биоинспирированных алгоритмов для криптоанализа блочных криптосистем. Также следует заметить, поскольку отличительной особенностью как блочных методов шифрования, так и биоинспирированных методов (в частности, генетических алгоритмов), является их внутренний параллелизм [4], то задача разработки алгоритма криптоанализа на основе параллельной реализации составляющих этапов является актуальной.

Библиографический список

1. Криптографические методы и генетические алгоритмы решения задач криптоанализа / Ю. О. Чернышев [и др.]. — Краснодар : ФВАС, 2013. — 138 с.

2. Курейчик, В. В. Алгоритм параметрической оптимизации на основе модели поведения роя светлячков / В. В. Курейчик, Д. В. Заруба, Д. Ю. Запорожец // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2015. — № 6 (167). — С. 6–15.

3. Биоинспирированные алгоритмы решения задач криптоанализа классических и асимметричных криптосистем / Ю. О. Чернышев [и др.]. — Краснодар. высш. воен. училище им. ген. армии С. М. Штеменко, 2015. — 132 с.

4. Исследование возможности применения генетических алгоритмов для реализации криптоанализа блочных криптосистем / Ю. О. Чернышев [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — № 3 (82). — С. 65–72.

5. Исследование возможности применения методов эволюционной оптимизации для реализации криптоанализа блочных методов шифрования / Ю. О. Чернышев [и др.] // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». — 2015. — № 10. — С. 32–40.

6. Лебедев, Б. К. Модели адаптивного поведения колонии пчел для решения задач на графах / Б. К. Лебедев, О. Б. Лебедев // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2012. — № 7. — С. 42–49.

7. Лебедев, О. Б. Трассировка в канале методом муравьиной колонии / О. Б. Лебедев // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2009. — № 4. — С. 46–52.

8. Исследование возможности применения бионических методов пчелиных колоний для реализации криптоанализа классических шифров перестановок / Ю. О. Чернышев [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — Т. 14, № 1 (76). —С. 62–75.

9. Чернышев, Ю. О. Исследование и разработка методов криптоанализа шифров перестановок на основе биоинспирированных методов пчелиных колоний / Ю. О. Чернышев, А. С. Сергеев, Е. О. Дубров // Системный анализ в проектировании и управлении. Часть 1 : сб. науч. тр. 17-й Междунар. науч.-практ. конф. — Санкт-Петербург : Изд-во Политехн. ун-та, 2013. — С. 143–150.

10. Биоинспирированные методы криптоанализа асимметричных алгоритмов шифрования на основе факторизации составных чисел / А. С. Сергеев [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 9 (60). — С. 1544–1554.

11. Чернышев, Ю. О. Применение биоинспирированных методов оптимизации для реализации криптоанализа классических симметричных и асимметричных криптосистем / Ю. О. Чернышев, А. С. Сергеев, Е. О. Дубров // Системный анализ в проектировании и управлении : сб. науч. тр. 16-й Междунар. науч.-практ. конф. — Санкт-Петербург : Изд-во Политехн. ун-та, 2012. — С. 112–122.

12. Курейчик, В. В. Пчелиный алгоритм для решения оптимизационных задач с явно выраженной целевой функцией / В. В. Курейчик, М. А. Жиленков // Информатика, вычислительная техника и инженерное образование. — 2015. — № 1 (21). — С. 1–8.

13. Сергеев, А. С. Параллельное программирование / А. С. Сергеев. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2002. — 77 с.

14. Ахо, А.-В. Структуры данных и алгоритмы / А.-В. Ахо, Дж.-Е. Хопкрофт, Дж.-Д. Ульман. — Москва : Вильямс, 2003. — 384 с.

15. Применение биоинспирированных методов оптимизации для реализации криптоанализа блочных методов шифрования: монография / Ю. О. Чернышев [и др.]. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2016. — 177 с.

16. Применение методов эволюционной оптимизации для реализации криптоанализа блочного метода шифрования AES / С. А. Капустин [и др.] // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». — 2016. — № 8. — С. 25–40.

References

1. Chernyshev, Y.O., et al. Kriptograficheskie metody i geneticheskie algoritmy resheniya zadach kriptoanaliza. [Cryptographic techniques and genetic algorithms for solving cryptanalysis problems.] Krasnodar: FVAS, 2013, 138 p. (in Russian).

2. Kureichik, V.V., Zaruba, D.V., Zaporozhets, D.Y. Algoritm parametricheskoy optimizatsii na osnove modeli povedeniya roya svetlyachkov. [Parametric optimization algorithm based on the model of glowworm swarm behavior] Izvestiya SFedU. Engineering Sciences. 2015, no. 6 (167), pp. 6–15 (in Russian).

3. Chernyshev, Y.O., et al. Bioinspirirovannye algoritmy resheniya zadach kriptoanaliza klassicheskikh i asimmetrichnykh kriptosistem. [Bioinspired algorithms for solving cryptanalysis problems of classic and asymmetric cryptosystems.] Krasnodar higher military school named after army general S. M. Shtemenko, 2015, 132 p. (in Russian).

4. Chernyshev, Y.O., et al. Issledovanie vozmozhnosti primeneniya geneticheskikh algoritmov dlya realizatsii kriptoanaliza blochnykh kriptosistem. [Feasibility study of genetic algorithms application for implementation of block cryptosystem cryptanalysis.] Vestnik of DSTU, 2015, no. 3 (82), pp. 65–72 (in Russian).

5. Chernyshev, Y.O., et al. Issledovanie vozmozhnosti primeneniya metodov evolyutsionnoy optimizatsii dlya realizatsii kriptoanaliza blochnykh metodov shifrovaniya. [Research of possibility of application of evolutionary optimization methods for realization of cryptanalysis of enciphering block methods.] Izvestiya SPbGETU "LETI", 2015, no. 10, pp. 32–40 (in Russian).

6. Lebedev, B.K., Lebedev, O.B. Modeli adaptivnogo povedeniya kolonii pchel dlya resheniya zadach na grafakh. [Modeling of an ant colony adaptive behavior by search of the decisions interpreted by trees.] Izvestiya SFedU. Engineering Sciences. 2012, no. 7, pp. 42–49 (in Russian).

7. Lebedev, O.B. Trassirovka v kanale metodom murav'inoy kolonii. [Chanel routing bases on method of ant colony optimization.] Izvestiya SFedU. Engineering Sciences. 2009, no. 4, pp. 46–52 (in Russian).

8. Chernyshev, Y.O., et al. Issledovanie vozmozhnosti primeneniya bionicheskikh metodov pchelinykh koloniy dlya realizatsii kriptoanaliza klassicheskikh shifrov perestanovok. [Research on applicability of bionic techniques of bee colonies for implementation of classical transposition cipher cryptanalysis.] Vestnik of DSTU, 2014, vol. 14, no. 1 (76), pp. 62–75 (in Russian).

9. Chernyshev, Y.O., Sergeev, A.S., Dubrov, E.O. Issledovanie i razrabotka metodov kriptoanaliza shifrov perestanovok na osnove bioinspirirovannykh metodov pchelinykh koloniy. [Research and development of cryptanalysis methods of cipher transpositions based on bioinspired bee colony methods.] Sistemnyy analiz v proektirovanii i upravlenii. Chast' 1 : sb. nauch. tr. 17-y Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. [System analysis in design and management. Part 1: Coll.of sci.papers 17th Int. Sci.-Pract. Conf.] St. Petersburg: Polytechnic University Publ. House, 2013, pp. 143–150 (in Russian).

10. Sergeev, A.S., et al. Bioinspirirovannye metody kriptoanaliza asimmetrichnykh algoritmov shifrovaniya na osnove faktorizatsii sostavnykh chisel. [Cryptanalysis bioinspired methods of asymmetric key on the basis of composite number factorization.] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 9 (60), pp. 1544–1554 (in Russian).

11. Chernyshev, Y.O., Sergeev, A.S., Dubrov, E.O. Primenenie bioinspirirovannykh metodov optimizatsii dlya realizatsii kriptoanaliza klassicheskikh simmetrichnykh i asimmetrichnykh kriptosistem. [Application of bioinspired optimization methods for implementation of cryptanalysis of classical symmetric and asymmetric cryptosystems.] Sistemnyy analiz v proektirovanii i upravlenii : sb. nauch. tr. 16-y Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. [System analysis in design and management: Coll.of sci.papers 16th Int. Sci.-Pract. Conf.] St. Petersburg: Polytechnic University Publ. House, 2012, pp. 112–122 (in Russian).

12. Kureichik, V.V., Zhilenkov, M.A. Pchelinyy algoritm dlya resheniya optimizatsionnykh zadach s yavno vyrazhennoy tselevoy funktsiey. [Bee algorithms for solving optimization problems with the explicit objective function.] Informatika, vychislitel'naya tekhnika i inzhenernoe obrazovanie, 2015, no. 1 (21), pp. 1–8 (in Russian).

13. Sergeev, A.S. Parallel'noe programmirovanie. [Concurrent programming.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2002,77 p. (in Russian).

14. Aho, A.V., Hopkroft, J.E., Ullman, J.D. Struktury dannykh i algoritmy. [Data Structures and Algorithms.] Moscow: Williams, 2003, 384 p. (in Russian).

15. Chernyshev, Y.O., et al. Primenenie bioinspirirovannykh metodov optimizatsii dlya realizatsii kriptoanaliza blochnykh metodov shifrovaniya. [Application of bioinspired optimization methods for implementation of cryptanalysis block encryption methods.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2016, 177 p. (in Russian).

16. Kapustin, S.A., et al. Primenenie metodov evolyutsionnoy optimizatsii dlya realizatsii kriptoanaliza blochnogo metoda shifrovaniya AES. [Application of evolutionary optimization methods for implementation of cryptanalysis of the block cryptography technique AES.] Izvestiya SPbGETU "LETI", 2016, no. 8, pp. 25–40 (in Russian).

Поступила в редакцию 25.09.2016
Сдана в редакцию 25.09.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Received 25.09.2016
Submitted 25.09.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Об авторах:

Чернышев Юрий Олегович, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: http://orcid.org/ 0000-0002-4901-1101, myvnn@list.ru

Сергеев Александр Сергеевич, докторант Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6634-2722, sergeev00765@mail.ru

Рязанов Александр Николаевич, помощник генерального директора, Открытого акционерного общества «711 Военпроект» (РФ, 344038, г. Ростов-на-Дону, пр. М. Нагибина, 28), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5471-4477, alexandr_r89@mail.ru

Дубров Евгений Олегович, инженер, Федерального государственного унитарного предприятия «Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи» (РФ, 344038, г. Ростов-на-Дону, ул. Нансена 130), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-8866-4001, dubrov@spark-mail.ru

Authors:

Chernyshev, Yury O., professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (RF, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Dr. Sci. (Eng.), professor, ORCID: http://orcid.org/ 0000-0002-4901-1101, myvnn@list.ru

Sergeev, Alexander S., postdoctoral student, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1) Cand. Sci. (Eng.), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6634-2722, sergeev00765@mail.ru

Ryazanov, Alexander N., assistant general director, “711 Voenproekt” JSC (RF, Rostov-on-Don, M. Nagibina Prospekt, 28), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5471-4477, alexandr_r89@mail.ru

Dubrov, Evgeny O., engineer, Rostov Scientific Research Institute for Radiocommunication (RF, Rostov-on-Don, Nansen St., 130), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-8866-4001, dubrov@spark-mail.ru



Информация для авторов и читателей

1. Представление статьи в редакцию

Журнал принимает рукописи от авторов независимо от места их проживания. Языки публикации статей — русский и английский. При необходимости редакция осуществляет помощь в организации перевода статей. Редакционная коллегия отбирает для публикации наиболее важные и интересные работы, содержащие новые результаты и концепции или оригинальный анализ литературных данных за последние 2 года (обзор). В первую очередь публикуются результаты фундаментальных исследований, отличающиеся новизной и представляющие интерес для широкого круга читателей.

1.1. Рукописи следует направлять в редакцию через Интернет-сайт http://vestnik.donstu.ru/

1.2. Первоначально необходимо зарегистрировать себя на данном сайте как автора и затем зарегистрировать публикацию. Зарегистрированные на сайте журнала авторы получают возможность загрузить статью в базу данных журнала самостоятельно и в дальнейшем отслеживать состояние своих публикаций.

2. Оформление авторского оригинала рукописи статьи

2.1. Файл с текстом статьи должен иметь расширение *.docx. Разметка страницы: все поля 2, ориентация книжная, формат А4. Текст набирается шрифтом Times New Roman, размер (кегль) 14, абзацный отступ 1,25 см, межстрочный интервал 1,5 с использованием автоматической расстановки

2.2. Объем статьи не должен превышать 16 страниц, включая список литературы и иллюстрации (рисунков или фотографий — не более 5). Исключение составляют обзоры — 25 страниц (10 рисунков). Объем краткого сообщения — не более 5 страниц (2 рисунков). Страницы должны быть пронумерованы (внизу страницы, выравнивание по центру).

2.3. Основной текст статьи должен содержать следующие необходимые элементы: **введение** — постановка задачи в общем виде и её связь с важными научными или практическими задачами, анализ последних исследований в этой области, содержащая выделение нерешённых ранее проблем или частей общей проблемы, которым посвящается данная статья; формулировка целей статьи (постановка задачи); **основная часть —** изложение основного материала исследования с полным обоснованием полученных научных результатов; **выводы** из данного исследования и перспективы дальнейшего исследования в этом направлении. Разделы статьи — введение, основная часть (подзаголовки основных аспектов), заключение — должны быть в тексте обязательно выделены.

Порядок расположения сведений в рукописи следующий:

а) индекс УДК в соответствии с классификатором (в левом верхнем углу);

б) название статьи со ссылкой на источник финансирования (указывается в нижнем колонтитуле первой страницы). Примеры источников финансирования указаны в Приложении 2;

в) инициалы и фамилии авторов (не более 4) со ссылками на контактную информацию (место работы (учёбы) автора (-ов) (организация); город; страна; e-mail; телефон (по желанию авторов);

г) аннотация (от 250 до 350 слов);

д) ключевые слова или словосочетания на русском языке (от 10, но не более 15 слов);

е) введение (состояние проблемы, задачи исследования);

ж) основная часть (основные аспекты рекомендуется выделить подзаголовками);

з) заключение (итоги работы, обобщения, выводы);

и) библиографический список (см. требования и примеры оформления);

к) сведения об авторах на русском языке;

л) дополнительные сведения на английском языке, включающие название статьи со ссылкой на источник финансирования, инициалы и фамилии авторов (не более 4) со ссылками на контактную информацию (место работы (учёбы) автора (-ов) (организация); город; страна; e-mail; телефон (по желанию авторов); аннотация, ключевые слова (перевод русскоязычной версии).

Переводы на английский язык должны быть выполнены специалистом (машинный перевод не принимается).

2.4. Рекомендации по подготовке аннотации статьи (объемом ***не менее 250 слов***).
Аннотация должна быть информативной (не содержать общих слов), оригинальной, содержательной (отражать основное содержание статьи и результаты исследований), структурированной.
В ней должны быть четко указаны следующие разделы:

1) *Введение*
2) *Материалы и методы,*
3) *Результаты исследования*
4) *Обсуждение и заключения.*

В аннотации не допускаются ссылки на библиографический список и цитирование. Аббревиатуры должны быть расшифрованы.

2.5. Размерность физических величин, используемых в статье, должна соответствовать Международной системе единиц (СИ). Не следует употреблять сокращённых слов, кроме общепринятых («т. е.», «и т. д.», «и т. п.»). Буквы латинского алфавита, обозначающие физические величины, набирают курсивом; буквы греческого алфавита и готического (немецкого) — в прямом начертании.

2.6. Формулы набираются сочетанием основного шрифта и шрифта Symbol (исключение для дробей, сумм, квадратного корня) ***в Microsoft Equation 3.0*** (Редактор формул в Microsoft Word). Латинские знаки в формулах и обозначениях (как в тексте, так и на рисунках) набираются курсивом. Формулы нумеруются в круглых скобках. Нумеровать следует только те формулы и уравнения, на которые есть ссылка в последующем изложении. Пример оформления формул см. в Приложении1.

2.7. Таблицы располагаются непосредственно в тексте статьи. Таблица должна иметь заголовок.

2.8. Иллюстрации (рисунки, графики) нумеруются в порядке упоминания их в тексте и помещаются в тексте после абзацев, содержащих на них ссылку. Каждый рисунок должен иметь подпись.

2.9. Иллюстрации, полученные в результате работы с векторными, растровыми, расчетными или CAD-программами, в текст статьи вставляются как аппаратно-независимые рисунки (иллюстрации, выполненные в MS Excel, Photoshop, CorelDRAW, желательно представлять дополнительно в отдельных файлах).

2.10. Фотоснимки должны быть контрастными с чёткой проработкой деталей.

2.11. ***Все названия, подписи и структурные элементы графиков, таблиц, схем и т.д. оформляются на русском и английском языках.***

2.12. Пристатейный библиографический список должен быть оформлен в соответствии с требованиями ГОСТ Р 7.0.9-2009 в едином формате, установленном системой Российского индекса научного цитирования. Номер источника в тексте публикации указывается в квадратных скобках. В библиографическом списке нумерация источников соответствует порядку их первого упоминания в тексте. За правильность и полноту представления библиографических данных ответственность несёт автор. При заимствовании материала из других источников ссылка на эти источники обязательна. В библиографическом списке литературы должно быть не менее 10 источников. Желательно, чтобы это были работы, опубликованные за последние 5–10 лет. При этом желательно, чтобы 50 % источников, включённых в библиографический список, были опубликованы на английском языке.

2.13. Для каждой представляемой статьи необходим акт идентификационной экспертизы (экспертное заключение) о возможности открытого опубликования.

3. Сроки подачи публикаций и выхода журнала в свет

3.1. Журнал выходит 4 раза в год.

3.2. Публикации на рассмотрение в очередной номер журнала должны быть зарегистрированы и загружены в базу данных журнала не позднее, чем за 4 месяца до выхода номера в свет.

4. Порядок прохождения публикации через редакторский и издательский отделы

4.1. Датой подачи статьи в редакцию считается день, когда загруженной автором статье редакция журнала присваивает номер в базе данных.

4.2. После присвоения номера публикация направляется на закрытое рецензирование.

4.2.1. Порядок рецензирования рукописей научных статей.

Статьи, поступающие в редакцию, направляются на «слепое» рецензирование одному или двум докторам наук, имеющему наиболее близкую к теме статьи научную специализацию. Рецензенты выбираются из признанных специалистов по тематике рецензируемой статьи и имеющие течение последних 3 лет публикации по тематике рецензируемой статьи. Информация о кандидатуре рецензента для авторов публикаций закрыта и может быть открыта только с согласия рецензента. Полученные рецензии хранятся в издательстве и в редакции издания в течение 5 лет.

На основании полученных рецензий может быть принято решение о предварительном приёме статьи к публикации. Далее рукопись проходит литературное редактирование с тем, чтобы обеспечить ясность и логику изложения, пригодность иллюстративного материала для воспроизведения в журнале и соблюдение правил и норм русского языка.

4.2.2. Порядок информирования авторов о результатах рецензирования.

Информация о состоянии публикации для авторов доступна на сайте журнала. При получении отрицательной рецензии автору направляется копия рецензии с предложением доработать статью в соответствии с замечаниями рецензента или аргументированно (частично или полностью) опровергнуть их.

Доработанный вариант статьи автор должен вернуть в редакцию не позднее чем через месяц после получения замечаний. В случае невозвращения статьи автором по истечении этого срока или необходимости более двух доработок первоначальная дата её регистрации аннулируется. Датой поступления считается день получения окончательного варианта статьи.

Статьи, доработанные (переработанные) автором, повторно направляются на рецензирование.

Решение о целесообразности публикации после рецензирования принимается редколлегией.

4.2.3. Отказ в публикации.

Не допускаются к публикации: статьи, не оформленные должным образом, авторы которых отказываются от технической доработки статей; статьи, авторы которых не реагируют на конструктивные замечания рецензента их устранением или опровержением.

4.3. Редакционная коллегия оставляет за собой право отклонения публикаций после рецензирования или в случае несоответствия тематики статьи направлениям в журнале.

4.4. После получения положительной рецензии статья ставится в очередь на печать.

4.5. После постановки в очередь на печать статья передаётся на литературное редактирование. Редакционная правка согласовывается с автором. Редактор издательства оставляет за собой право самостоятельно вносить редакционные изменения, не искажающие основное содержание статьи.

Уважаемые авторы!
Ни один материал не остается в редакции без внимания!
Мы всегда открыты для сотрудничества и диалога.
Телефон ответственного секретаря журнала (863) 273-83-72.
e-mail: vestnik@donstu.ru, evpetrova17@mail.ru